

Aalto-yliopisto  
Perustieteiden korkeakoulu  
Teknillisen fysiikan ja matematiikan tutkinto-ohjelma

# Lisäinformaation arvo monikriteerisessä projektiportfoliovalinnassa

kandidaatintyö  
29.7.2015

Jussi Hirvonen

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla.  
Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

---

<b>Tekijä</b>	Jussi Hirvonen				
<b>Työn nimi</b>	Lisäinformaation arvo monikriteerisessä projektiportfoliovalinnassa				
<b>Koulutusohjelma</b>	Teknillisen fysiikan ja matematiikan koulutusohjelma				
<b>Pääaine</b>	Matematiikka ja systeemitieteet	<b>Pääaineen koodi</b>	SCI3029		
<b>Vastuuopettaja</b>	Prof. Ahti Salo				
<b>Työn ohjaaja(t)</b>	TkT Eeva Viikkumaa				
<b>Päivämäärä</b>	29.07.2015	<b>Sivumäärä</b>	3+17	<b>Kieli</b>	suomi

---

### Tiivistelmä

Monenlaisissa julkishallinnon organisaatioissa ja yrityksissä joudutaan pohtimaan tietyn projektiosakokonaisuuden eli portfolion valitsemista toteutettavaksi suuresta joukosta projektiehdokkaita. Projekteja halutaan usein arvottaa usean kriteerin suhteen, ja myös resurssi- ja muita rajoitteita voi olla useita. Lisäksi kriteerien tärkeydestä ja projektien arvoista eri kriteerien suhteen on usein käytettävissä vain epätäydellistä informaatiota. Robust Portfolio Modeling –menetelmällä (RPM) voidaan laskea ei-dominoidut portfoliot eli sellaiset, joihin verrattuna mikään muu portfolio ei ole parempi epätäydellisen kriteeripainoinformaation valossa. Erityisesti RPM:n avulla projektit voidaan jakaa kolmeen luokkaan: (i) ydinprojektit, jotka kuuluvat kaikkiin ei-dominoituihin portfolioihin, (ii) rajatapausprojektit, jotka kuuluvat osaan ei-dominoiduista portfolioista, mutta eivät kaikkiin niistä ja (iii) ulkoprojektit, jotka eivät kuulu yhteenkään ei-dominoituun portfolioon. Tämä luokittelu on kuitenkin riippuvainen projektien epävarmoista kriteerikohtaisista arvoista.

Tässä työssä kehitettiin malli, jonka avulla tutkittiin projektien kriteerikohtaisista arvoista hankittavan lisäinformaation arvoa, kun tavoitteena oli projektien oikea luokittelu ydin-, rajatapaus- ja ulkoprojekteiksi. Projektien kriteerikohtaisia arvoja mallinnettiin bayesilaisittain, ja kriteeripainoja intervalleina. Mallin avulla vertailtiin erilaisia lisäinformaation hankintastrategioita simuloimalla.

Odotusarvoisesti paras valintatulos saavutetaan arvioimalla kaikki projektit kaikkien kriteerien suhteen, mutta tässä työssä osoitettiin, että valintaa voidaan parantaa merkittävästi valitsemalla vain osa projekteista arvioitaviksi kriteereistä tärkeimmän suhteen. Tämä on tärkeä tulos käytännön portfoliovalintatilanteissa, koska usein lisäinformaation hankkiminen on kallista ja viivästyttää projektien toteuttamisen aloittamista.

---

**Avainsanat** Projektiportfolion valinta, informaation arvo, päätöksentekoanalyysi

---

# Sisältö

<b>1</b>	<b>Johdanto</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Aikaisempi tutkimus</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Lisäinformaation hankintastrategioiden vertailu projektiport-</b>	
	<b>foliovalintatilanteessa</b>	<b>3</b>
3.1	Monikriteerinen portfoliovalinta . . . . .	3
3.2	Epävarma painoinformaatio ja RPM . . . . .	4
3.3	Kriteerikohtaisten arvojen mallintaminen bayesilaisittain . . . .	7
3.4	Lisäinformaation arvo . . . . .	9
<b>4</b>	<b>Simulaatiomalli ja tulokset</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Johtopäätökset</b>	<b>14</b>
<b>A</b>	<b>Viitteet</b>	<b>16</b>

# 1 Johdanto

Julkishallinnon organisaatioissa ja yrityksissä joudutaan pohtimaan tietyn projektiosakokonaisuuden eli *portfolion* valitsemista toteutettavaksi suuresta joukosta projektiehdokkaita. Esimerkkejä tällaisista tehtävistä ovat tuotekehityshankkeiden ja infrastruktuurirakennusprojektien valinta. Projekteja halutaan usein arvottaa usean kriteerin suhteen, ja myös resurssi- ja muita rajoitteita voi olla useita. Lisäksi portfoliovaihtoehtojen määrä kasvaa eksponentiaalisesti projektiehdokkaiden lukumäärän funktiona, jolloin vaihtoehtojen portfolioiden vertailu ilman menetelmätukea on tyypillisesti hankalaa. Edellä kuvatuista syistä projektiportfolion valintaprosessia voidaan merkittävästi parantaa matemaattisilla tukimenetelmillä.

Monikriteerisen päätösanalyysin menetelmät, joissa portfolion arvoa kuvataan sen kriteerikohtaisten arvojen painotettuna summana ovat osoittautuneet hyödyllisiksi esimerkiksi aurinkoenergiaprojektien (Golabi ym. 1981) valinnassa sekä armeijatuukkohtien uudelleenjärjestelyssä (Ewing ym. 2006). Kriteeripainojen ja projektien kriteerikohtaisten arvojen tarkka määrittäminen on kuitenkin usein vaikeaa, sillä valintatilanteisiin liittyy tyypillisesti epävarmuutta tulevaisuudesta, eikä päätöksentekijä välttämättä osaa tai halua antaa tarkkoja tietoja preferensseistään eri kriteerien suhteen. Liesiö ym. (2007) ovat kehittäneet Robust Portfolio Modeling -menetelmän (RPM), jonka avulla voidaan muodostaa päätösuosituksia tilanteessa, jossa kriteeripainot ja projektien kriteerikohtaiset arvot määritellään piste-estimaattien sijasta väleinä. RPM-menetelmässä lopullinen valinta tehdään ns. ei-dominoiduista portfolioista. Portfolio on ei-dominoitu, jos ei ole olemassa toista portfolioa, joka olisi parempi painojen ja kriteerikohtaisten arvojen koko väleillä. Liesiö ym. (2007) myös jakavat projektit dominanssin käsitteen avulla kolmeen luokkaan: (i) ydinprojekteihin, jotka kuuluvat kaikkiin ei-dominoituihin portfolioihin, joten ne kannattaa valita, (ii) ulkoprojekteihin, jotka eivät kuulu yhtenkään ei-dominoituun portfolioon, joten niitä ei kannata valita, ja (iii) rajatapausprojekteihin, jotka kuuluvat ainakin yhteen ei-dominoituun portfolioon, mutta eivät kaikkiin niistä, joten niistä valitaan vain osa.

RPM:ssä ei oteta kantaa projektien kriteerikohtaisten arvojen jakaumaan välien sisällä. Tässä työssä RPM-menetelmää muokataan mallintamalla kriteerikohtaisten arvojen epävarmuutta välien sijaan bayesilaisin menetelmin, jolloin mahdollisesti saatavilla olevaa jakaumainformaatiota voidaan hyödyntää. Erityisesti bayesilainen mallinnus mahdollistaa kriteerikohtaisista arvoista hankittavan lisäinformaation arvon analysoinnin, kun tätä arvoa mitataan sillä, kuinka paljon projektien luokittelutarkkuus ydin- rajatapaus- ja ulko-

projekteihin paranee lisäinformaation avulla.

Tässä työssä vertaillaan simuloimalla erilaisia lisäinformaation hankintastrategioita projektiportfolion valintatilanteessa ja osoitetaan, että valitsemalla vain osa projekteista arvioitaviksi päästään hyviin tuloksiin projektien luokittelussa. Näin voidaan säästää lisäinformaation hankintakustannuksissa, mikä on tärkeä tulos, koska sen avulla portfolion valintaprosessi voidaan suorittaa kustannustehokkaasti.

## 2 Aikaisempi tutkimus

Projektiportfolion valintaongelmaan on kehitetty paljon matemaattisia tutkimenetelmiä (Salo ym. 2011). Monikriteerisen päätösanalyysin menetelmät ovat osoittautuneet erityisen hyödyllisiksi (Liesiö ym. 2007). Näissä projektin arvoa kuvataan kriteerikohtaisten arvojen painotettuna summana ja portfolion arvoa siihen kuuluvien projektien arvojen summana (Golabi ym. 1981). Tällainen viitekehys mahdollistaa erilaisten resurssirajoitteiden ja projektien välisten keskinäisriippuvuuksien mallintamisen lineaarisin epäyhtälöin (Stummer & Heidenberger 2003). Monikriteerisen päätösanalyysin menetelmät ovatkin olleet hyödyksi esimerkiksi aurinkoenergiaprojektien (Golabi ym. 1981), tuotekehitysportfolion (Stummer & Heidenberger 2003) ja tiestön kunnossapitoon liittyvien projektien (Mild & Salo 2008) valinnassa, armeijatuukkohtien uudelleenjärjestelyssä (Ewing ym. 2006) sekä Euroopan lentoliikenteen parannuskeinojen valitsemisessa (Grushka-Cockayne ym. 2008).

Usein on vaikeaa tai liian kallista hankkia täydellistä informaatiota projektien kriteerikohtaisista arvoista sekä päätöksentekijän preferensseistä kriteeripainojen määrittämiseksi. Tällöin voidaan hyödyntää välejä, joilla oikeiden arvojen tiedetään varmasti olevan (Salo 1995). Yksi ehdotettu lähestymistapa epävarman informaation tilanteeseen on Robust Portfolio Modeling -menetelmä (Liesiö ym. 2007). Sen avulla voidaan määrittää ei-dominoitujen portfolioiden joukko sekä projektien ydinindeksit, jotka ilmaisevat kuinka suureen osaan ei-dominoiduista portfolioista kyseinen projekti kuuluu. Ydinprojektit kuuluvat kaikkiin ja ulkoprojektit eivät yhteenkään ei-dominoituun portfolioon. Siksi ensimmäituista valitaan kaikki ja viimemainituista ei yhtäkään. Ne voidaan poistaa tarkastelusta ja keskittyä siihen, mitkä jäljelle jäävistä projekteista eli rajatapausprojekteista valitaan toteutettaviksi.

Toinen tapa mallintaa epävarmuutta päätösmallin parametreista on todennäköisyysjakauma. Tässä hyödynnetään usein bayesilaista analyysia, jossa

aiempaa käsitystä eli prioriuskomusta parametreista päivitetään niistä hankittavan uuden informaation avulla (Gelman ym. 2004). Bayesilainen mallinnus mahdollistaa myös lisäinformaation arvon tarkastelun. Yksikriteerisessä tilanteessa tai tarkkojen kriteeripainojen tapauksessa kyseinen arvo määritellään tyypillisesti odotuarvoisena nousuna portfolion arvossa, kun valintapäätös tehdään hankitun lisäinformaation perusteella (Schlaifer & Raiffa 1968, Delquié 2008).

Delquié (2008) osoittaa yleisellä tasolla, että mitä samanlaisempia eli arvoltaan lähempänä toisiaan projektit ovat, sitä arvokkaampaa lisäinformaatio on. Olettaen sekä projektien arvot että arviointivirheet normaalijakautuneiksi Vilkkumaa ym. (2014) näyttävät, että lisäarvioita kannattaa hankkia niistä projekteista, joiden odotusarvot ovat jo hankitun informaation perusteella epävarmimmat ja lähimpänä valintakynnystä. Vastaavaan tulokseen yhden vaihtoehdon valinnassa päätyvät myös Frazier & Powell (2010).

Tässä työssä tarkastellaan projektien kriteerikohtaisia arvoja koskevan lisäinformaation arvoa RPM-viitekehelyksessä, kun (i) kriteeripainoja mallinnetaan väleillä ja (ii) kriteerikohtaisia arvoja bayesilaisittain. Epätarkan kriteeripainoinformaation tapauksessa portfolion odotettuun arvonnousuun perustuva määritelmä projektin kriteerikohtaisia arvoja koskevan lisäinformaation arvolle ei ole kuitenkaan mielekäs (Salo & Punkka 2014), vaan tälle tulee esittää vaihtoehtoinen määritelmä.

### 3 Lisäinformaation hankintastrategioiden vertailu projektiportfoliovalintatilanteessa

#### 3.1 Monikriteerinen portfoliovalinta

Tarkasteltavana on  $m$  kappaletta projekteja  $i = 1, \dots, m$ , joiden joukkoa merkitään  $X = \{x^1, \dots, x^m\}$ . Projekteja arvioidaan kriteerien  $j = 1, \dots, n$  suhteen. Merkitään projektin  $x^i$  arvoa kriteerin  $j$  suhteen  $v_{ji} \geq 0$ , jolloin projektia  $i$  voidaan kuvata arvovektorilla  $v_i = [v_{1i}, \dots, v_{ni}]$ . Projektin  $x^i$  kokonaisarvo  $V(x^i)$  saadaan painotettuna summana projektin kriteerikohtaisista arvoista:

$$V(x^i) = \sum_{j=1}^n w_j v_{ji}, \quad (1)$$

missä painokerroin  $w_j$  kuvaa kriteerin  $j$  tärkeyttä päätöksentekijälle. Painokertoimet  $w = (w_1, \dots, w_n)^T$  voidaan skaalata siten, että

$$w \in S_w^0 = \left\{ w \in \mathbb{R}^n \mid w_j \geq 0, \sum_{j=1}^n w_j = 1 \right\}. \quad (2)$$

Kahdesta projektista parempi on se, jonka kokonaisarvo on suurempi.

Projektiportfolio  $p \subseteq X$  on projektiehdokkaiden osajoukko. Merkitään kaikkien portfolioiden joukkoa eli  $X$ :n potenssijoukkoa  $P = 2^X$ . Portfolion  $p \in P$  arvo on summa sen sisältämien projektien arvoista:

$$V(p, w, v) = \sum_{x^i \in p} V(x^i) = \sum_{x^i \in p} \sum_{j=1}^n w_j v_{ji} = z(p)^T v w, \quad (3)$$

missä  $z(p) = [z_1(p), \dots, z_m(p)]^T \in \{0, 1\}^m$ ,  $z_i(p) = 1 \Leftrightarrow x^i \in p$ , ja  $v$  on matriisi, jonka sarakkeina  $i$  ovat kaikkien projektien arvovektorit  $v_i$ .

Projektien toteuttamiseen tarvitaan erilaisia resursseja, joita on tyypillisesti rajallisesti. Tämä aiheuttaa rajoituksia sille, mitkä portfoliot ovat toteuttamiskelpoisia. Resurssirajoitteiden lisäksi myös muunlaiset rajoitteet ovat mahdollisia. Esimerkiksi projekti  $x^a$  voi olla mahdollinen toteuttaa vain, jos projekti  $x^b$  toteutetaan. Portfolio  $p$  on käypä, jos se toteuttaa kaikki resurssi- ja muut rajoitteet. Merkitään käypien portfolioiden joukkoa  $P_F$ .

Kun paino- ja arvoinformaatio on tarkkaa, voidaan kaikkien mahdollisten portfolioiden kokonaisarvot laskea käyttämällä kaavaa (3). Päätössuositus on tällöin se käypä portfolio, jonka kokonaisarvo on suurin. Tämä optimaalinen portfolio saadaan ratkaisemalla lineaarinen binääristen päätösmuuttujien optimointitehtävä

$$\max_{p \in P_F} \sum_{x^i \in p} \sum_{j=1}^n w_j v_{ji} = \max_{\{z(p) \mid p \in P_F\}} z(p)^T v w, \quad (4)$$

missä  $z_i(p) = 1 \Leftrightarrow x^i \in p$ .

### 3.2 Epävarma painoinformaatio ja RPM

Aina ei ole mahdollista saada tarkkaa informaatiota kriteeripainoista. Päätöksentekijä saattaa kyetä kertomaan vain kriteerin tärkeysjärjestyksen. Esi-

merkiksi hän voi sanoa, että kriteeri 1 on vähintään yhtä tärkeä kuin kriteeri 2, mikä voidaan mallintaa lineaarisella epäyhtälöllä  $w_1 \geq w_2$ . Myös monenlaisista muuta epätäydellistä painoinformaatiota, kuten kriteeripainojen tai niiden suhteiden ala- ja ylärajat, voidaan mallintaa lineaarisilla epäyhtälörajoitteilla, kuten  $w_1 \leq 0.4$  tai  $\frac{w_2}{w_3} \geq 2$  (Stummer & Heidenberger 2003). Lineaariset rajoitteet muodostavat käyppien painojen joukon, jota merkitään  $S_w \subseteq S_w^0$ , missä  $S_w^0$  on kuten kaavassa (2). Kun painoinformaatiota ei ole lainkaan, on  $S_w = S_w^0$ . Täydellinen painoinformaatio vastaa yksittäistä vektoria  $w$  joukossa  $S_w^0$ .

Mahdollisten kriteeripainojen joukon karteesisista tulosta projektien kriteerikohtaisten arvojen kanssa kutsutaan informaatiojoukoksi  $S(v) = S_w \times v$ . Kun painojen annetaan vaihdella joukossa  $S_w$ , kaavassa (3) määritelty portfolion  $p$  kokonaisarvo vaihtelee välillä

$$V(p, w, v) \in [\min_{w \in S_w} V(p, w, v), \max_{w \in S_w} V(p, w, v)]. \quad (5)$$

Kahden portfolion arvojen vaihteluvälit voivat olla osin päällekkäisiä, mutta silti on mahdollista, että kaikilla käyvillä painovektoreilla  $w \in S_w$  portfolion  $p$  kokonaisarvo on suurempi kuin portfolion  $p'$ . Tällöin sanotaan, että portfolio  $p$  dominoi portfoliota  $p'$  informaatiojoukossa  $S(v)$  ja merkitään  $p \succ_{S(v)} p'$ . Vastaavasti merkitään  $p \not\succeq_{S(v)} p'$ , jos portfolio  $p$  ei dominoi portfoliota  $p'$ .

**Määritelmä 1.** Olkoon  $p, p' \in P$ . Portfolio  $p$  dominoi portfoliota  $p'$  informaatiojoukossa  $S(v)$ , jos ja vain jos pätee:

$$\begin{aligned} \forall w \in S_w : V(p, w, v) &\geq V(p', w, v) \text{ ja} \\ \exists w \in S_w : V(p, w, v) &> V(p', w, v). \end{aligned} \quad (6)$$

Rationaalinen päätöksentekijä ei valitse dominoitua portfoliota, koska tällöin olisi olemassa ainakin yksi portfolio, jonka arvo olisi parempi jollakin ja vähintään yhtä hyvä kaikilla mahdollisilla kriteeripainovektoreilla  $w \in S_w$ . Rationaalinen päätöksentekijä tekeekin valintansa aina ei-dominoitujen portfolioiden joukosta  $P_N(S(v))$ .

**Määritelmä 2.** Informaatiojoukkoa  $S(v)$  vastaavalle ei-dominoitujen portfolioiden joukolle  $P_N(S(v))$  pätee

$$P_N(S(v)) = \{p \in P_F \mid p' \not\succeq_{S(v)} p \forall p' \in P_F\}.$$

Jos portfolio  $p$  on ei-dominoitu, jokainen muu portfolio on siis (i) huonompi kuin  $p$  ainakin yhdessä informaatiojoukon pisteessä, tai (ii) täsmälleen yhtä



hyvä kuin  $p$  koko informaatiojoukossa. Liesiö ym. (2007) käsittelevät laajasti ei-dominoitujen portfolioiden laskemista ja dominanssirelaation ominaisuuksia.

Kun ei-dominoitujen portfolioiden lukumäärä on suuri, voidaan päätöksenteon apuna käyttää projektikohtaisia ydinindeksejä, jotka kertovat kuinka suureen osaan ei-dominoiduista portfolioista kyseinen projekti kuuluu (Liesiö ym. 2007).

**Määritelmä 3.** Projektin  $x^i \in X$  informaatiojoukkoa  $S(v)$  vastaava ydinindeksi on

$$CI(x^i, S(v)) = \frac{|\{p \in P_N(S(v)) | x^i \in p\}|}{|P_N(S(v))|}, \quad (7)$$

missä merkintä  $|\{\cdot\}|$  tarkoittaa kyseisen joukon sisältämien portfolioiden lukumäärää.

Jos projektin ydinindeksi on 1, se kuuluu kaikkiin informaatiojoukkoa  $S(v)$  vastaaviin ei-dominoituihin portfolioihin  $p \in P_N(S(v))$ . Tällaista projektia kutsutaan ydinprojektiksi (core project). Ydinindeksi 0 taas tarkoittaa, että projekti ei kuulu yhteenkään ei-dominoituun portfolioon, ja sitä kutsutaan ulkoprojektiksi (exterior project). Projektia, jonka ydinindeksi on suurempi kuin nolla, mutta pienempi kuin yksi, kutsutaan rajatapausprojektiksi (borderline project), ja se kuuluu osaan ei-dominoiduista portfolioista, mutta ei kaikkiin.

**Määritelmä 4.** Informaatiojoukkoa vastaavat CI-luokat ovat:

$$\text{Ydinprojektit : } X_Y(S(v)) = \{x^i \in X | CI(x^i, S(v)) = 1\},$$

$$\text{Rajatapausprojektit : } X_R(S(v)) = \{x^i \in X | 0 < CI(x^i, S(v)) < 1\},$$

$$\text{Ulkoprojektit : } X_U(S(v)) = \{x^i \in X | CI(x^i, S(v)) = 0\}$$

(Liesiö ym. 2007, suomennokset Hynninen 2011).

Projektien todellisiin arvoihin perustuvaa luokittelua CI-luokkiin voidaan kuvata binääristen luokittelumuuttujien  $X_{ik}$  avulla. Luokittelumuuttuja  $X_{ik}$  saa arvon 1, jos projekti  $i$  kuuluu todellisten kriteerikohtaisten arvojen perusteella CI-luokkaan  $k$ , ja muuten arvon 0. Projektien luokittelua CI-luokkiin voidaan siis kuvata muuttujilla

$$X_{ik} \in \{0, 1\}, X_{ik} = 1 \Leftrightarrow x^i \in X_k(S(v)), \quad (8)$$

missä  $x^i \in X$  ja  $k \in \{Y, R, U\}$ .

### 3.3 Kriteerikohtaisten arvojen mallintaminen bayesilaisittain

Usein projektien kriteerikohtaisia arvoja ei tunneta tarkasti, vaan käytävissä on ainoastaan niitä koskevat arviot. Oletetaan, että projektin  $i$  arvo kriteerin  $j$  suhteen  $v_{ji}$  on realisaatio tunnettua priorijakaumaa  $f(v_{ji})$  noudattavasta satunnaismuuttujasta  $V_{ji} \sim f(v_{ji})$ . Tarkastellaan lisäksi projektista  $i$  kriteerin  $j$  suhteen hankittuja arvioita satunnaismuuttujien  $V_{ji}^E$  realisaatioina  $v_{ji}^E$ , joiden ehdollinen jakauma  $f(v_{ji}^E | v_{ji})$  projektien todellisten arvojen suhteen on tunnettu. Todellisen arvon  $v_{ji}$  ehdollinen eli posterior-jakauma havaitun arvion  $v_{ji}^E$  suhteen saadaan Bayesin säännöllä  $f(v_{ji} | v_{ji}^E) \propto f(v_{ji})f(v_{ji}^E | v_{ji})$ . Käyttämällä tätä jakaumaa voidaan määrittää projektin kriteerikohtaisen arvon odotusarvo havaitun arvion  $v_{ji}^E$  suhteen eli projektin kriteerikohtainen Bayes-estimaatti

$$v_{ji}^B = \int_{-\infty}^{\infty} v_{ji} f(v_{ji} | v_{ji}^E) dv_{ji} = \mathbb{E}(v_{ji} | v_{ji}^E). \quad (9)$$

Tavallisesti posterior-jakauma ja Bayes-estimaatit tulee määrittää simuloinnin tai numeerisen integroinnin keinoin. Tietyillä jakaumaoletuksilla ne saadaan kuitenkin esitettyä suljetussa muodossa. Tämä on mahdollista esimerkiksi normaalijakautuneiden kriteerikohtaisten arvojen ja arvioiden tapauksessa (Vilkkumaa ym. 2014). Oletetaan, että projektin  $i$  arvo kriteerin  $j$  suhteen on

$$V_{ji} = \mu_{ji} + E_{ji}, \quad \text{missä } E_{ji} \sim N(0, \sigma_{ji}^2)$$

ja kriteerikohtainen arvio siitä on

$$(V_{ji}^E | V_{ji} = v_{ji}) = v_{ji} + \delta_{ji}, \quad \text{missä } \delta_{ji} \sim N(0, \tau_{ji}^2).$$

Tällöin kaavan (9) mukainen Bayes-estimaatti on

$$v_{ji}^B = \alpha_{ji} v_{ji}^E + (1 - \alpha_{ji}) \mu_{ji}, \quad \text{missä } \alpha_{ji} = \left(1 + \frac{\tau_{ji}^2}{\sigma_{ji}^2}\right)^{-1}.$$

Normaalijakauman tapauksessa Bayes-estimaatti on siis painotettu keskiarvo prioriuskomuksesta  $\mu_{ji}$  ja arviosta  $v_{ji}^E$ . Painot määräytyvät todellisten kriteerikohtaisten arvojen ja niistä hankittujen arvioiden varianssien suhteen

$\frac{\tau_{ji}^2}{\sigma_{ji}^2}$  perusteella. Jos arviointivirheen varianssi  $\tau_{ji}^2$  on suuri verrattuna prioriuskomuksen varianssiin  $\sigma_{ji}^2$ , kriteerikohtaisen arvion  $v_{ji}^E$  paino  $\alpha_{ji}$  on pieni, jolloin Bayes-estimaatin määrittämisessä prioriuskomuksen  $\mu_{ji}$  painoarvo on kriteerikohtaisen arvion  $v_{ji}^E$  vastaavaa suurempi. Kun taas arviointivirheen varianssi  $\tau_{ji}^2$  on pieni verrattuna prioriuskomuksen varianssiin  $\sigma_{ji}^2$ , kriteerikohtaisen arvion  $v_{ji}^E$  paino  $\alpha_{ji}$  on suuri, jolloin Bayes-estimaatin määrittämisessä prioriuskomuksen  $\mu_{ji}$  painoarvo on kriteerikohtaisen arvion  $v_{ji}^E$  vastaavaa pienempi.

Kun portfoliovalinta perustuu Bayes-estimaatteihin, ei-dominoidut portfoliot lasketaan informaatiojoukon  $S(v^B) = S_w \times v^B$  suhteen, jolloin CI-luokat ovat  $X_Y(S(v^B))$ ,  $X_R(S(v^B))$  ja  $X_U(S(v^B))$ .

Tarkastellaan tilannetta, jossa jo saadun informaation  $v_{ji}^E$  lisäksi on mahdollista hankkia projektista  $i$  kriteerin  $j$  suhteen lisäarvio  $\tilde{v}_{ji}^E$ . Oletetaan, että  $v_{ji}^E$  ja  $\tilde{v}_{ji}^E$  ovat ehdollisesti riippumattomia (t.s.  $f(\tilde{v}_{ji}^E|v_{ji}^E, v_{ji}^E) = f(\tilde{v}_{ji}^E|v_{ji}^E)\forall v_{ji}^E, \tilde{v}_{ji}^E$ ), eli uuden estimaatin jakauma ei riipu jo hankituista estimaateista vaan ainoastaan todellisesta arvosta. Tällöin yhden arvion perusteella muodostettua posterior-jakaumaa voidaan käyttää seuraavan lisäarvion hankkimisen yhteydessä priori-jakaumana.

Merkitään nyt mahdollisesti usean arviointikierroksen perusteella muodostettua, projektin  $i$  arvoa kriteerin  $j$  suhteen koskevaa posterior-jakaumaa  $f(v_{ji})$ . Ennen seuraavan lisäarvion hankkimista lisäarvio on satunnaismuuttuja  $V_{ji}^E$ . Tämän satunnaisen lisäarvion perusteella päivitetty posterior-jakauma on  $f(v_{ji}|V_{ji}^E) \propto f(v_{ji})f(V_{ji}^E|v_{ji})$ , jota vastaa satunnainen Bayes-estimaatti  $V_{ji}^B = \mathbb{E}[V_{ji}|V_{ji}^E] = \int_{-\infty}^{\infty} v_{ji}f(v_{ji} | V_{ji}^E)dv_{ji}$ . Normaalijakautuneiden kriteerikohtaisten arvojen ja arvioiden tapauksessa satunnaisen Bayes-estimaatin jakauma on  $V_{ji}^B \sim N(\mu_{ji}, \frac{\sigma_{ji}^4}{\sigma_{ji}^2 + \tau_{ji}^2})$  (Vilkkumaa ym. 2014, Proposition 6).

Ei-dominoidut portfoliot lasketaan nyt informaatiojoukon  $S(V^B) = S_w \times V^B$  suhteen. Koska Bayes-estimaatti  $V^B$  on satunnainen, myös projektien ydinluvut ovat satunnaisia. Tällöin projekteille ei voida määrittää varmaa CI-luokkaa, vaan pelkästään todennäköisyys kuulua eri CI-luokkiin.

**Määritelmä 5.** Projektin  $x^i$  todennäköisyys tulla informaatiolla  $V^B$  luokitelluksi CI-luokkaan  $X_k$  on:

$$P_{ik} = \mathbb{P}(x^i \in X_k(S(V^B))) \quad (10)$$

Ideaalitilanteessa siis  $P_{ik} = 1 \Leftrightarrow x^i \in X_k(S(v))$ . Hankittu lisäinformaatio projektien kriteerikohtaisista arvoista on sitä arvokkaampaa, mitä todennäköisemmin projektit tulevat sen avulla luokitelluiksi oikein.

### 3.4 Lisäinformaation arvo

Jos lisäinformaation arvoa haluttaisiin tarkastella portfolion arvonnousuun perustuen, tulisi määrittää alkuperäiselle ei-dominoitujen portfolioiden joukolle jokin arvo. Tämä voitaisiin tehdä esimerkiksi valitsemalla jokin painovektori  $w \in S_w$ , jonka perusteella ei-dominoiduille portfolioille voitaisiin laskea arvot kaavan 3 mukaisesti ja valita näistä paras. Tällöin kuitenkin jouduttaisiin käyttämään yksittäistä piste-estimaattia käypien painojen joukossa, jolloin ei voitaisi mallintaa epätäydellistä painoinformaatiota. Vaihtoehtoisesti valinta voitaisiin tehdä käyttämällä tiettyä päätössääntöä, kuten *maximax*-sääntöä, jolloin valittaisiin se portfolio  $p$ , jonka paras mahdollinen arvo  $\max_{w \in S_w} V(p, w, v)$  on suurin, tai *maximin* jolloin valituksi tulisi se portfolio  $p$ , jonka huonoin mahdollinen arvo  $\min_{w \in S_w} V(p, w, v)$  on suurin. Tällöin portfolioiden keskinäinen paremmuusjärjestys riippuu kuitenkin portfolion arvofunktion normeerauksesta (Salo & Punkka 2014), eli tapa on mielivaltainen.

Edellä kuvatuista syystä lisäinformaation arvoa tutkitaan tässä työssä projektien ydinindeksien kautta. Erityisesti kullekin projektille voidaan ennen lisäinformaation hankkimista määrittää arviointivirhettä kuvaava tunnusluku

$$\epsilon_{V^B}(x^i) = \frac{1}{2} \sum_{k \in \{Y, R, U\}} (X_{ik} - P_{ik})^2, \quad (11)$$

missä  $X_{ik}$  on kuten kaavassa (8) ja  $P_{ik}$  on kuten kaavassa (10).

Jos projekti  $i$  tulee varmasti luokitelluksi oikeaan luokkaansa, kaikille CI-luokille  $k = 1, 2, 3$  pätee  $P_{ik} = X_{ik}$ , ja tällöin arviointivirhe on  $\epsilon_{V^B}(x^i) = 0$ . Jos taas projekti  $i$  tulee varmasti luokitelluksi yhteen väärään luokkaan (esimerkiksi aina ydinprojekteiksi, vaikka se on todellisuudessa ulkoprojekti), on  $\epsilon_{V^B}(x^i) = 1$ . Tällainen väärinluokittelu tarkoittaisi, että informaatio  $V^B$  olisi täysin harhaanjohtavaa, koska sen käyttäminen johtaisi aina samalla tavalla väärään johtopäätökseen projektin CI-luokasta.

Portfoliovalintatilanteeseen informaatiolla  $V^B$  liittyvä kokonaisarviointivirhe saadaan summana kaikkien projektien kaavalla (11) lasketuista arviointivirheistä ja sen avulla voidaan laskea informaation  $V^B$  virheindeksi  $VI(V^B)$ :

$$VI(V^B) = \frac{1}{n} \sum_{i \in \text{projects}} \epsilon_{V^B}(x^i) = \frac{1}{2n} \sum_{i \in \text{projects}} \sum_{k \in \{Y, R, U\}} (X_{ik} - P_{ik})^2. \quad (12)$$

Jos kaikki projektit tulevat informaatiolla  $V^B$  varmasti luokitelluiksi oikeisiin luokkiinsa, on  $VI(V^B) = 0$ ; jos taas varmasti yhteen väärään luokkaan, on  $VI(V^B) = 1$ .

## 4 Simulaatiomalli ja tulokset

Edellä kuvattua mallia voidaan käyttää lisäinformaation arvon tutkimiseen portfoliovalintatilanteessa simuloimalla. Seuraavassa tutkitaan lisäinformaation arvoa esimerkinomaisessa tuotekehitysprojektifortfolion valintatilanteessa, jossa projektivaihtoehtojen lukumäärä on  $m = 10$  ja arviointikriteereitä on kolme: tuotteen myyntimäärä (kriteeri 1), tuotteen sopivuus yrityksen olemassa olevien tuotteiden kanssa käytettäväksi (kriteeri 2) sekä ympäristöstävällisyys (kriteeri 3). Resurssirajoitteita on vain yksi, käytössä oleva budjetti  $B = 4M\text{€}$ . Jokaisen projektin kustannus on yhtä suuri,  $c_i = 1M\text{€}$ . Käypä portfolio on siis sellainen, jossa valitaan korkeintaan neljä projektia. Lisäarvioita voidaan hankkia kaikista projekteista kaikkien kriteerien suhteen, ja kunkin arvion hinta on yksi promille projektin kustannuksesta, eli  $1000\text{€}$ . Arviointikustannukset katetaan erillisestä arviointibudjetista, joten arvioiden hankkiminen ei kuluta projektien toteuttamiseen tarkoitettua budjettia. Kriteerien keskinäistä tärkeyttä päätöksentekijälle kuvaavat seuraavat epäyhtälöt:  $w_1 \geq w_2 \geq w_3$ .

Yritys hankkii ensin alustavan arvion jokaisesta projektista jokaisen kriteerin suhteen. Alustavia arvioita vastaavien Bayes-estimaattien avulla laskeetaan RPM:n mukaiset ydinindeksit. Tämän jälkeen valitaan ennalta määrättyä strategiaa käyttäen, mistä projekteista hankitaan lisäarvioita ja minkä kriteerien suhteen.

Projektien todelliset kriteerikohtaiset arvot ovat normaalijakautuneita:  $v_{ji} \sim N(10, 4) \forall (j, i)$ . Projektit  $x^1, \dots, x^5$ , ovat jo tuotannossa olevien tuotteiden jatkokehitys- ja laajennusprojekteja, joten niistä hankitut kriteerikohtaiset arviot ovat täysin uudenlaisten tuotteiden kehitysprojekteista  $x^6, \dots, x^{10}$  hankittuja tarkempia. Arviot ovat harhattomia ja normaalijakautuneita:  $v_{ji}^E \sim N(v_{ji}, \sigma_{ji}^2)$ . Arvioiden keskihajonnat ovat taulukossa 1.

Vertaillaan seitsemää lisäinformaation hankintastrategiaa, jotka on kuvattu taulukossa 2. Strategiassa 1 ei arvioida yhtään projektia, vaan sitä käytetään vertailutasona aitoja hankintastrategioita vertailtaessa. Strategiassa 2 arvioidaan ensimmäisen RPM-laskennan mukaiset rajatapausprojektit tärkeimmän kriteerin suhteen. Strategiassa 3 arvioidaan kaikki projektit ja stra-

Taulukko 1: Kriteerikohtaisten arvioiden keskihajonnat  $\sigma_{ji}$ .

$j$	$i = 1, \dots, 5$	$6, \dots, 10$
1	2	4
2	1.5	3
3	1	2

tegiassa 4 rajatapausprojektit tärkeimmän kriteerin suhteen. Strategiassa 5 arvioidaan rajatapausprojektit kahden tärkeimmän kriteerin suhteen, kun taas strategiassa 6 arvioidaan kaikkien kriteerien suhteen projektit  $x^1, \dots, x^5$ , joista hankitut arviot ovat tarkimmat. Strategiassa 7 arvioidaan kaikki projektit kaikkien kriteerien suhteen.

Taulukko 2: Lisäarvioiden hankkimisstrategiat.

strategia	projektit	kriteerit	kustannus (k€)
1	-	-	0
2	R	1	$n_R$
3	K	1	10
4	K	3	10
5	R	1,2	$2n_R$
6	1-5	1,2,3	15
7	K	1,2,3	30

R=rajatapausprojektit, K=kaikki projektit,  $n_R$ =rajatapausprojektien lukumäärä.

Strategian kustannus on summa sen sisältämien arvioiden hankkimiskustannuksista. Ainoastaan strategioiden 2 ja 5 projektivalinnat riippuvat ensimmäisen RPM-laskennan tuloksista, koska niissä valitaan kaikki rajatapausprojektit kyseisestä laskennasta, kun taas muissa strategioissa valittavat projektit on määrätty ennalta. Lisäksi taulukosta 2 nähdään, että strategioiden 1,3,4,6 ja 7 kustannukset ovat jo etukäteen tiedossa, mutta strategioiden 2 ja 5 kustannukset riippuvat siitä, kuinka monta rajatapausprojektiä alkuarvion perusteella suoritettu RPM-laskenta tuottaa.

Matlab-ohjelmaa käyttäen ajettiin simulaatio, jossa käytettiin edellä kuvattuja seitsemää strategiaa lisäarvioiden keräämiseen. Ensin laskettiin alkuarvioiden mukaiset ydinindeksit, ja sen jälkeen lisäarvioiden kerääminen toteutettiin kutakin strategiaa käyttäen 100 kertaa. Kaavan (10) mukaisia todennäköisyyksiä  $P_{ik}$  estimoititiin vastaavilla empiirisillä todennäköisyyksillä  $\tilde{P}_{ik}$ ,

jotka saatiin laskemalla niiden lisäinformaation hankintakerrosten suhteellinen osuus, joilla projekti  $i$  tuli luokitelluksi CI-joukkoon  $k$ . Lisäinformaation hyödyllisyyden mittana käytettiin kaikilta sadalta kierrokselta kaavalla (12) laskettuja keskimääräisiä virheindeksejä, missä luokittelutodennäköisyyksinä  $P_{ik}$  käytettiin empiirisiä todennäköisyyksiä  $\tilde{P}_{ik}$ .

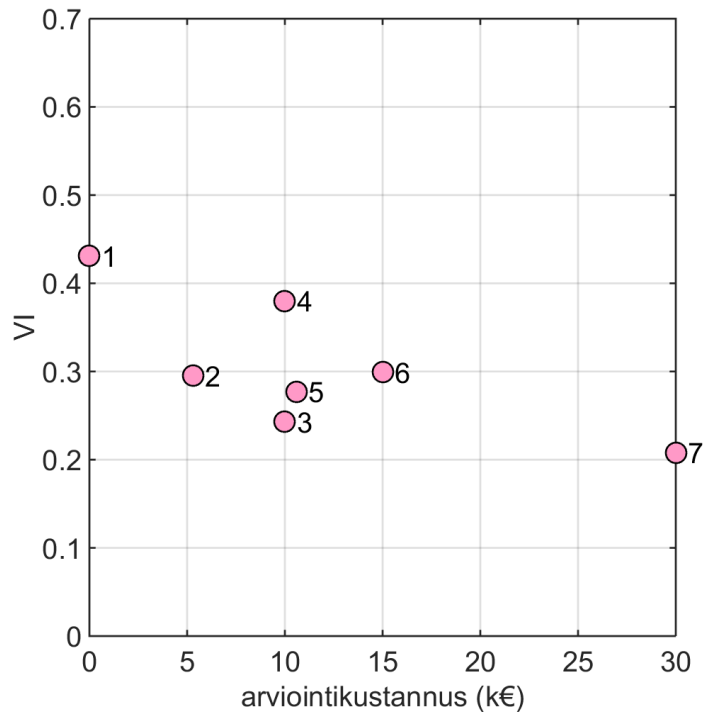
Edellä kuvattu simulaatio ajettiin (eli uudet alustavat arviot hankittiin) 300 kertaa. Näiden kierrosten keskimääräiset virheindeksit sekä lisäarviointikustannukset kullekin strategialle on kuvattu taulukossa 3 sekä kuvassa 1. Kuvasta voidaan havaita, että strategioiden 4, 5 ja 6 virheindeksit ovat suurempia kuin strategialla 3, vaikka ne kaikki ovat vähintään yhtä kalliita toteuttaa. Näin ollen strategiat 4, 5 ja 6 ovat Pareto-dominoituja. Sen sijaan strategiat 1, 2, 3 ja 7 ovat Pareto-optimaalisia hankintastrategioita, koska jokaiselle niistä kaikki muut strategiat ovat joko virheindeksin mielessä huonompia tai kalliimpia toteuttaa.

Taulukko 3: Simulaation tulokset.

strategia	projektit	kriteerit	$VI$	kustannus (k€)
1	-	-	0.431	0
2	R	1	0.295	5.3
3	K	1	0.243	10
4	K	3	0.380	10
5	R	1,2	0.277	10.6
6	1-5	1,2,3	0.299	15
7	K	1,2,3	0.208	30

Strategiat eroavat merkittävästi toisistaan kustannuksiensa osalta ja kyvysään vähentää ydinluokitteluvirheitä. Jo kaikkien rajatapausprojektien arvioimisella (strategia 2) tärkeimmän kriteerin suhteen päästään merkittävästi parempaan valintatulokseen kuin täysin ilman lisäarvioita, koska sillä tavalla virheindeksiä saadaan pienennettyä keskimäärin  $1 - \frac{0.295}{0.431} \approx 32\%$ . Lisäksi strategian 2 keskimääräinen arviointikustannus on pieni, ainoastaan 5.3k€. Strategia 3, jossa arvioidaan kaikki projektit tärkeimmän kriteerin suhteen, on kustannukseltaan strategiaan 2 verrattuna lähes kaksinkertainen, mutta parantaa toisaalta myös virheindeksiä sitä enemmän; 44%.

Parhaaseen tulokseen päästään strategiaa 7 käyttämällä. Siinä arvioidaan kaikki projektit kaikkien kriteerien suhteen, joten se on myös hyvin kallis toteuttaa. Sen aikaansaama keskimääräinen parannus virheindeksiin on 52%, mutta kustannus on 30. Tämä kustannus on kolminkertainen esimerkiksi strategiaan 3 nähden, jolla kuitenkin päästään lähes yhtä hyvään luokittelutu-



Kuva 1: Lisäarvioiden hankintastrategioiden kustannukset ja vastaavat virheindeksit.

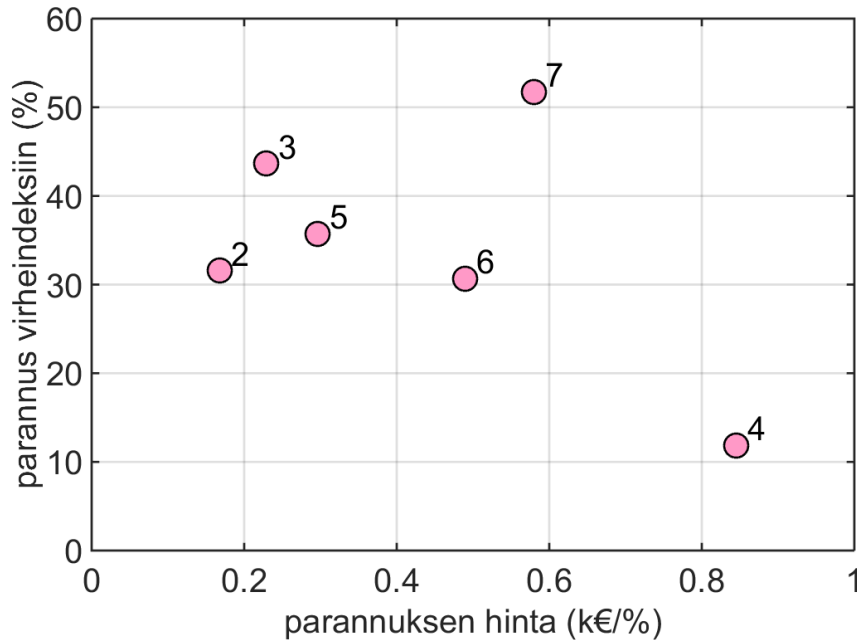
lokseen; sillä virheindeksi parantuu 44%.

Strategioiden kustannustehokkuutta voidaan vertailla laskemalla, kuinka monta euroa yhden prosentin parannus virheindeksiin verrattuna alkuarvion perusteella tehtyyn luokitteluun kullakin strategialla maksaa keskimäärin. Tällöin strategioiden 2-7 virheindeksejä verrataan strategian 1 virheindeksiin. Keskimääräiset prosentin parannuksen kustannukset ja strategioilla saavutetut kokonaisparannukset on esitetty kuvassa 2. Strategiat 2,3 ja 7 ovat kuvan mukaan pareto-optimaalisia, kun taas strategiat 4-6 ovat pareto-dominoituja. Tämän luokittelun tulos on sama kuin kuvan 1 perusteella tehdyn.

Strategiaa 2 käyttäen saadaan virheindeksiä parannettua kaikkein halvimmalla, mutta parannus jää alhaisemmaksi kuin strategioilla 3, jolla taas virheindeksiä saadaan parannettua halvemmalla, mutta vähemmän kuin strategialla 7.

Riippuu valintatilanteesta, kuinka paljon lisäarvioiden hankkimiseen kannattaa panostaa. Usein riittää, että löydetään kohtalaisen hyvä ratkaisu koh-





Kuva 2: Lisäarvioiden hankintastrategioiden 2-7 aikaansaamat parannukset virheindeksiin ja yhden prosentin parannuksen hinnat.

tuullisin kustannuksin (esim. strategia 2), kun taas toisessa tilanteessa arviointikustannuksen osuus voi olla niin pieni verrattuna onnistuneesta projektiportfolion valinnasta koituviin hyötyihin, että kannattaa hankkia paljon enemmän lisäarvioita, kuten strategiassa 7. Esimerkiksi ydinvoimalan turvallisuuden parantamiseen tähtääviä projekteja lienee syytä arvioida perusteellisemmin kuin oman asunnon remontointiprojekteja. Todellisessa valintatilanteessa voi olla myös järkevää hankkia useita arvioita samasta projektista saman kriteerin suhteen, mikäli kyseinen kriteeri on hyvin tärkeä, tai esimerkiksi kyseisen projektin toteuttamiseksi vaadittu resurssimäärä on erittäin suuri.

## 5 Johtopäätökset

Tässä työssä kehitettiin malli, jonka avulla tutkittiin simuloimalla lisäinformaation arvoa monikriteerisessä projektiportfolion valintatilanteessa. Projektien kriteerikohtaisia arvoja mallinnettiin bayesilaisittain, ja kriteeripainoja väleillä. Ei-dominoidut portfoliot laskettiin Robust Portfolio Modelling

-menetelmällä. Mallin avulla vertailtiin erilaisia lisäinformaation hankintastrategioita.

Odotusarvoisesti paras valintatulos saavutetaan hankkimalla kaikki mahdolliset arviot, mutta tässä työssä osoitettiin, että valintaa voidaan jo parantaa merkittävästi valitsemalla vain osa projekteista arvioitaviksi kriteereistä tärkeimmän suhteen. Tämä on tärkeä tulos käytännön portfoliovalintatilanteissa, koska usein lisäinformaation hankkiminen on kallista ja viivästyttää projektien toteuttamisen aloittamista.

Eräs jatkotutkimuksen aihe on kehitetyn mallin testaaminen todellisessa projektiportfolion valintatilanteessa. Myös sellaisen tietokoneohjelman kehittäminen, jonka avulla voitaisiin saada päätösuosituksia tässä esitettyä mallia hyödyntäen voisi olla avuksi käytännön projektivalintatehtävissä. Myös jakaumaoletusten vaikutusta tuloksiin olisi hyvä tarkastella. Esimerkiksi tuotteen myynti tai markkinahinta eivät voi olla negatiivisia. Tämä on kuitenkin mahdollista, kun niitä kuvataan tämän työn simuloidun portfoliovalintatilanteen tapaan normaalijakautuneina. Realistisempaan tulokseen voitaisiin päästä esimerkiksi lognormaalijakautuneilla kriteerikohtaisilla arvoilla.

## A Viitteet

- Delquié, P. 2008. The value of information and intensity of preference. *Decision Analysis*, 5, 129–139.
- Ewing, P.L., W. Tarantino & G.S.Parnell 2006. Use of decision analysis in the army base realignment and closure (BRAC) 2005 military value analysis. *Decision Analysis*, 3, 33-49.
- Frazier, P. I. & W. B. Powell 2010. Paradoxes in learning and the marginal value of information. *Decision Analysis*, 7, 378–403.
- Gelman, A., J. B. Carlin, H.S. Stern & D.B. Rubin 2004. *Bayesian data analysis* (2nd ed.). London, UK: Chapman & Hall.
- Golabi, K., C. W. Kirkwood & A. Sicherman 1981. Selecting a portfolio of solar energy projects using multiattribute preference theory. *Management Science*, 27, 174-189.
- Grushka-Cockayne, Y., B. De Reyck & Z. Degraeve 2008. An integrated decision-making approach for improving European air traffic management. *Management Science*, 54, 1395-1409.
- Hynninen, Y. 2011. *Stokastinen dominanssi projektiportfolion optimoinnissa*. Kandidaatintyö. Aalto-yliopisto. Teknillisen fysiikan ja matematiikan tutkinto-ohjelma.
- Liesiö, J., P. Mild & A. Salo 2007. Preference programming for robust portfolio modeling and project selection. *European Journal of Operations Research*, 181, 1488-1505.
- Mild, P., A. Salo 2008. Multi-criteria tools for asset management at the finnish road administration. *Proceedings of Transport Research Arena Europe 2008*, Ljubljana, Slovenia.
- Salo, A.A. 1996. Tighter estimates for the posteriors of imprecise prior and conditional probabilities. *IEEE Transactions in Systems, Man, and Cybernetics*, 26, 820-825.
- Salo, A., J. Keisler & A. Morton 2011. An invitation to portfolio decision analysis. In Salo A., J. Keisler & A. Morton (Eds.). *Portfolio Decision Analysis: Improved Methods for Resource Allocation*. New York: Springer.
- Salo, A. & A. Punkka 2014. Scale dependence and ranking intervals in additive value models under incomplete preference information. *Decision Analysis*, 11, 83–104.

Schlaifer, R, H. Raiffa 1968. *Applied Statistical Decision Theory*. Boston, MA: MIT Press.

Stummer, C. & K. Heidenberger 2003. Interactive R&D portfolio analysis with project interdependencies and time profiles of multiple objectives. *IEEE Transactions on Engineering Management*, 50, 175-183.

Vilkkumaa, E., J. Liesiö & A. Salo 2014. Optimal strategies for selecting project portfolios using uncertain value estimates. *European Journal of Operations Research*, 233, 772-783.