

# Kryptovaluuttaportfolioiden optimointi Markowitzin mallilla

Oskari Möykkynen

**Perustieteiden korkeakoulu**

Kandidaatintyö  
Espoo 22.10.2021

**Vastuupettaja**

Prof. Ahti Salo

**Työn ohjaaja**

Prof. Ahti Salo

Copyright © 2021 Oskari Möykkynen

The document can be stored and made available to the public on the open internet pages of Aalto University.  
All other rights are reserved.

---

**Tekijä** Oskari Möykkynen

---

**Työn nimi** Kryptovaluuttaportfolioiden optimointi Markowitzin mallilla

---

**Koulutusohjelma** Teknillinen fysiikka ja matematiikka

---

**Pääaine** Matematiikka ja systeemitieteet **Pääaineen koodi** SCI3029

---

**Vastuupettaja** Prof. Ahti Salo

---

**Työn ohjaaja** Prof. Ahti Salo

---

**Päivämäärä** 22.10.2021 **Sivumäärä** 20 **Kieli** Suomi

---

**Tiivistelmä**

Tässä työssä muodostettiin Markowitzin mallia käyttäen kuudesta kryptovaluutasta optimaalisia portfolioita ja verrattiin niiden ominaisuuksia Bitcoinin ja tasaisesti hajautetun  $\frac{1}{n}$ -portfolion vastaaviin ominaisuuksiin. Tutkimuksessa Markowitzin mallia varten tarvittavat tunnuslukujen estimaatit ja toteutuneet arvot laskettiin kryptovaluuttojen päivittäisestä hintadatasta aikaväliltä 1.10.2017-18.6.2021. Saatujen tulosten perusteella vaikuttaa, että riskien minimointi on toimivin strategia volatiileilla kryptovaluuttamarkkinoilla. Lisäksi Bitcoinin tuotto tarkastellulta aikaväliltä oli lähellä parhaiten tuottaneita portfolioita.

---

**Avainsanat** Kryptovaluutat, Bitcoin, Markowitzin malli, tehokas rintama, portfolio

---

---

**Author** Oskari Möykkynen

---

**Title** Optimizing cryptocurrency portfolios using Markowitz model

---

**Degree programme** Engineering Physics and Mathematics

---

**Major** Mathematics and Systems Sciences

---

**Code of major** SCI3029

---

**Teacher in charge** Prof. Ahti Salo

---

**Advisor** Prof. Ahti Salo

---

**Date** 22.10.2021

---

**Number of pages** 20

---

**Language** Finnish

---

**Abstract**

In this study Markowitz model was used to optimize three mean-variance optimal portfolios from six different cryptocurrencies. The optimized portfolios were compared to Bitcoin and equally diversified  $\frac{1}{n}$ -portfolio. The necessary parameters for Markowitz model and realized returns and standard deviations of returns were calculated from daily cryptocurrency price data of time span 1.10.2018-18.06.2021. The results suggest that minimizing risk can be the most effective strategy in the highly volatile cryptocurrency markets. Also Bitcoins returns from the time span of the study followed closely those of the better performing portfolios.

---

**Keywords** Cryptocurrencies, Bitcoin, Markowitz model, efficient frontier, portfolio

---

# Sisällys

<b>Tiivistelmä</b>	<b>3</b>
<b>Tiivistelmä (englanniksi)</b>	<b>4</b>
<b>Sisällys</b>	<b>5</b>
<b>1 Johdanto</b>	<b>6</b>
<b>2 Aikaisempi tutkimus</b>	<b>7</b>
<b>3 Menetelmät</b>	<b>7</b>
3.1 Markowitzin malli . . . . .	7
3.2 Huomioita Markowitzin mallista . . . . .	9
3.3 Kryptovaluutat . . . . .	10
<b>4 Tutkimusaineisto ja tulokset</b>	<b>12</b>
4.1 Tutkimusaineisto . . . . .	12
4.2 Portfolioiden optimointi . . . . .	12
4.3 Optimointitulokset . . . . .	15
<b>5 Johtopäätökset</b>	<b>18</b>

# 1 Johdanto

Sijoittaminen on toimintaa, jossa varallisuutta pyritään kartuttamaan ostamalla, hallussapitämällä ja myymällä erilaisia rahoitusinstrumentteja. Sijoittamisessa pyritään saavuttamaan mahdollisimman suuri tuotto mahdollisimman pienellä riskillä. Tyypillisesti sijoitusportfolioiden valinnassa apuna on käytetty Markowitzin mallia (Markowitz, 1952). Markowitzin mallilla sijoituskohteita analysoidaan niiden tuottojen ja keskinäisen volatilitietin eli kovarianssin perusteella. Markowitzin mallissa tuotot ja volatilitietti oletetaan tunnetuiksi, joten ne tulee estimoida. Usein helpoin tapa estimoida tulevia tuottoja ja kovariansseja on käyttää toteutuneita tuottoja ja kovariansseja. Kun tuotot ja kovarianssit ovat estimoitu, voidaan niiden perusteella laskea eri sijoitusten optimaaliset osuudet portfoliossa.

Kryptovaluutat saivat alkunsa vuonna 2009 Bitcoinista. Sen jälkeen kryptovaluutat ovat kasvaneet nopeasti ja niiden markkina-arvo on noussut yli kahden biljoonan dollarin vuonna 2021. Kryptovaluutat ovat toistaiseksi olleet hyvin spekulatiivinen sijoituskohde niiden arvon noustessa ja laskiessa voimakkaasti, kuitenkin kasvaen pitkällä aikavälillä. Kryptovaluutat -erityisesti Bitcoin- ovat yleistyneet jatkuvasti vaihtoehtoisena sijoituskohdeena niiden kerätessä entistä enemmän kiinnostusta niin yksityissijoittajilta kuin instituutioilta ja yrityksiltä, kuten Teslalta. Kryptovaluuttojen spekulatiivisesta luonteesta johtuen niiden riskit sekä mahdolliset tuotot ovat hyvin suuria esimerkiksi osakkeisiin tai korkosijoituksiin verrattuna. Kryptovaluuttojen yleistymisen ja niiden suuren riskin takia on mielenkiintoista selvittää, minkälaisissa kryptovaluuttaportfolioissa on parhaat riski-tuottosuhteet.

Eri kryptovaluuttojen määrä on lisääntynyt jatkuvasti, mikä viittaa siihen, että sijoittajia ja spekulattoreita on yhä enemmän alkaneet kiinnostaa muutkin kryptovaluutat kuin Bitcoin. Aiemmat tutkimukset kryptovaluutoista sijoituskohdeena ovat tutkineet eniten Bitcoinin roolia perinteisessä sijoitusportfoliossa (Dyhrberg, 2016) (Li et al., 2021) (Platanakis ja Urquhart, 2020). Näiden tutkimusten mukaan Bitcoin parantaa merkittävästi perinteisen sijoitusportfolion riskikorjattuja tuottoja. Lisäksi kryptovaluuttaportfolioita tutkittaessa on hajautettujen portfolioiden näytetty olevan hajauttamattomia parempia riski-tuottosuhteella mitattuna (Brauneis ja Mestel, 2019).

Kryptovaluutat ovat verraten uusi ilmiö, minkä takia niistä on saatavilla edelleen vain vähän hintadataa. Varsinkin Altcoinien (muut kryptovaluutat kuin Bitcoin) markkina on alkanut kehittyä vasta vuoden 2016 jälkeen. Tämän vuoksi aiempiin tutkimuksiin verrattuna tässä työssä on käytössä paljon enemmän dataa varsinkin Altcoineista. Työn tavoitteena on määrittää ja tehdä havaintoja Markowitzin mallilla optimoiduista kryptovaluuttaportfolioista.

## 2 Aikaisempi tutkimus

Kryptovaluuttojen voisi ajatella lähtökohtaisesti olevan valuuttoja ja niiden tarkoituksen olevan toimiminen maksuvälineenä. Kuitenkin [White et al. \(2020\)](#) osoittavat, että Bitcoinin käyttäytyminen muistuttaa eniten teknologista tuotetta, kehittyvää omaisuusluokkaa tai kuplamaista tapahtumaa ja toteaa Bitcoinilla olevan potentiaalia sijoitusportfoliossa. [Baur et al. \(2018\)](#) puolestaan osoittavat, että Bitcoinia käytetään eniten sijoitusmielessä eikä kaupankäyntivälineenä. Lisäksi he näyttävät Bitcoinin korreloivan hyvin vähän kaikkien muiden suurien omaisuusluokkien kanssa ja toteavat sen voivan tuoda suuria hajauttamishyötyjä. [Corbet et al. \(2018b\)](#) näyttävät lisää todisteita kryptovaluuttojen mahdollisista hajauttamishyödyistä sijoittajille.

Kryptovaluuttojen hajauttamishyödyistä on tehty jonkin verran tutkimusta, joista useat vertaavat Bitcoinia ja kultaa joko turvasatamasijoituksena tai portfolion suojaajana epävarmuutta vastaan. [Pho et al. \(2021\)](#) mukaan kulta pienentää portfolion riskiä enemmän kuin Bitcoin, mutta Bitcoinia sisältävät portfoliot olivat tuotoiltaan parempia. [Shahzad et al. \(2019\)](#) puolestaan osoittavat Bitcoinilla olevan joitakin samanlaisia ominaisuuksia kuin kullalla ja hyödykkeillä osakkeiden nopeita laskuja vastaan. [Guesmi et al. \(2019\)](#) näyttävät Bitcoinin voivan tuoda hajauttamisen tai suojaamisen hyötyjä sijoittajalle. Tutkimukset kryptovaluutoista ovat tähän asti rajoittuneet lähes kokonaan Bitcoiniin.

Kryptovaluutoista sijoitusportfolioissa löytyy joitain tutkimuksia, mutta näissäkin tutkimuksissa tutkitaan Bitcoinia tavallisen sijoitusportfolion osana ([Li et al., 2021](#); [Platanakis ja Urquhart, 2020](#)). Kummankin tutkimuksen mukaan Bitcoin parantaa sijoitusportfolion riskikorjattuja tuottoja. Kryptovaluuttaportfolioista puolestaan löytyi vain yksi tutkimus ([Brauneis ja Mestel, 2019](#)), jossa Markowitzin mallin avulla optimoitiin kryptovaluuttaportfolioita. Brauneisin ja Mestelin mukaan hajauttetut kryptovaluuttaportfolioissa on pienempi riski yksittäiseen kryptovaluuttaan verrattuna.

## 3 Menetelmät

### 3.1 Markowitzin malli

Modernin portfolioteorian avulla sijoitusportfolioon kohdistuvaa riskiä voidaan pienentää hajauttamalla omaisuus useisiin eri kohteisiin, jotka korreloivat keskenään mahdollisimman vähän. Kun sijoituskohteilla on samankaltainen tuotto-odotus ja ne korreloivat keskenään vain vähän tai eivät lainkaan, portfolion keskimääräinen tuotto on hyvin lähellä yksittäisten sijoituskohteiden tuottoa, mutta portfolion varianssi on pienempi verrattuna yksittäiseen sijoituskohteeseen.

Harry Markowitzin (1952) malli on modernin portfolioteorian matemaattinen perusta. Se perustuu oletukseen, jossa sijoittaja haluaa maksimoida odotetut tuotot ja minimoida odotetun varianssin. Tämän perusteella sijoittaja haluaa aina valita riski-tuottosuhteella optimoidun portfolion. Sijoittajan pitäisi valita kahdesta saman tuotto-odotuksen portfoliosta se, jossa on pienempi riski, mitä mitataan portfolion varianssilla. Vastaavasti sijoittajan pitäisi valita kahdesta saman varianssin portfoliosta

se, jossa on suurempi tuotto-odotus.

Markowitzin mallissa sijoituskohteen  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) odotettua tuottoa merkitään satunnaismuuttujalla  $\bar{r}_i$ . Kaikkien sijoituskohteiden odotetut tuotot esitetään vektorina  $\bar{\mathbf{r}} = (\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_n)^\top$ . Sijoituskohteiden välisiä kovariansseja merkitään kovarianssimatriisilla  $\text{cov}(\mathbf{r}) = \Sigma$ . Sijoitusten osuudet sijoitusportfoliossa kertoo painovektori  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ . Näin portfolion odotettu tuotto on  $\bar{r}_p = \sum_{i=1}^n \bar{r}_i w_i = \mathbf{w}^\top \bar{\mathbf{r}}$  ja varianssi  $\sigma_p^2 = \mathbf{w}^\top \Sigma \mathbf{w}$ .

Riski-tuottosuhteella optimoidut portfoliot voidaan ratkaista kiinnittämällä haluttu odotettu tuotto, täten saadaan seuraavanlainen minimointiongelma, jossa minimoidaan portfolion varianssi halutulle tuotto-odotukselle

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w} \in \mathbb{R}} \quad & \mathbf{w}^\top \Sigma \mathbf{w} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{w}^\top \bar{\mathbf{r}} = \bar{r}_p. \end{aligned} \quad (1)$$

Vastaavasti yhtälöt (1) voidaan muokata maksimointiongelmaksi, jossa on kiinnitetty varianssi,

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w} \in \mathbb{R}} \quad & \mathbf{w}^\top \bar{\mathbf{r}} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{w}^\top \Sigma \mathbf{w} = \sigma_p^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Usein yhtälöihin (2) lisätään Markowitzin mallissa budjettirajoite, joka tarkoittaa että kaikki sijoittajalla oleva pääoma sijoitetaan eli sijoituskohteiden painojen summa on 1, tällöin optimointiongelma tulee muotoon

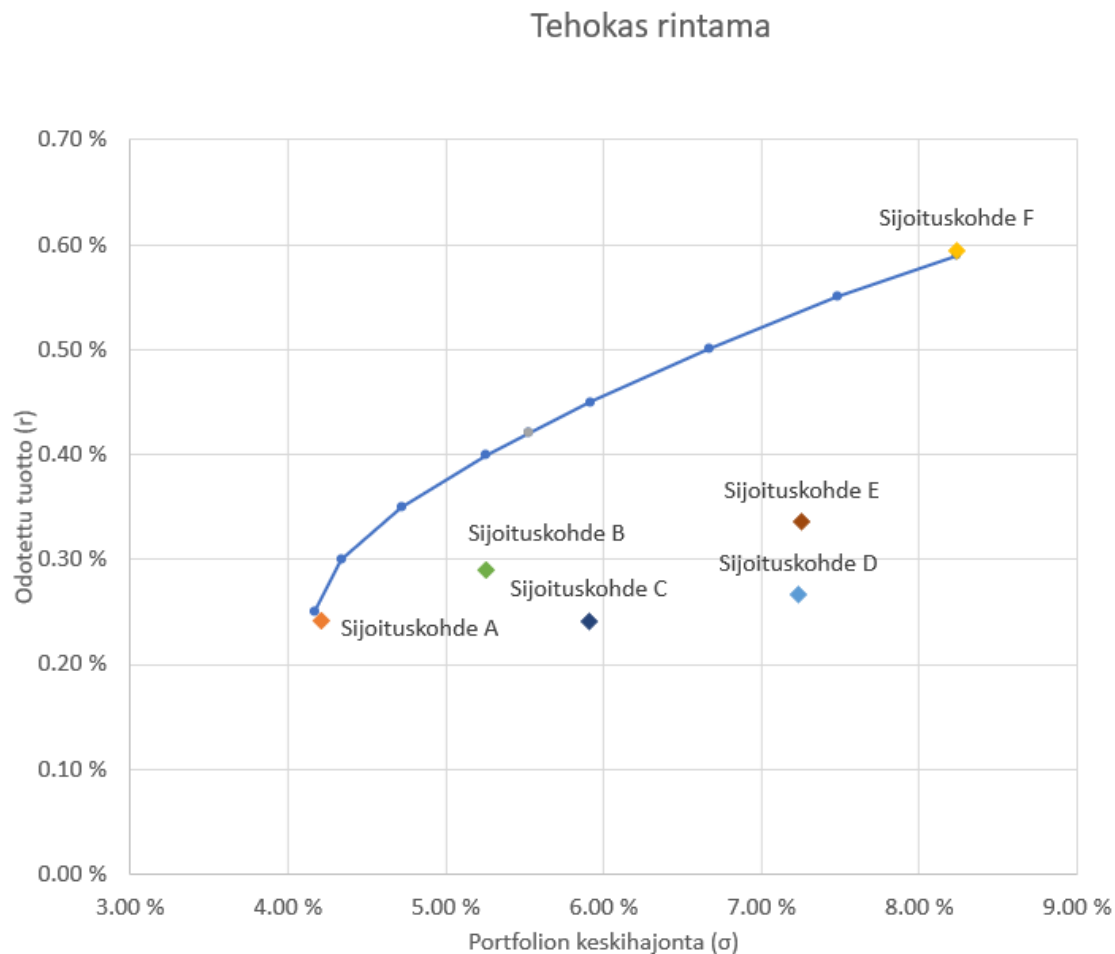
$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w} \in \mathbb{R}} \quad & \mathbf{w}^\top \bar{\mathbf{r}} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{w}^\top \Sigma \mathbf{w} = \sigma_p^2 \\ & \sum_{i=1}^n w_i = 1. \end{aligned} \quad (3)$$

Markowitzin mallilla portfoliot voidaan ratkaista joko sallien lyhyeksi myynnin tai ilman tätä mahdollisuutta. Tässä työssä lyhyeksi myynti on rajattu pois, mikä tarkoittaa että yhtälöryhmään (3) lisätään rajoitusehto siitä, että yksittäisen kohteen paino portfoliossa ei voi olla negatiivinen. Tällöin optimointiongelma saa lopullisen muodon

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w} \in \mathbb{R}} \quad & \mathbf{w}^\top \bar{\mathbf{r}} \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{w}^\top \Sigma \mathbf{w} = \sigma_p^2 \\ & \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ & 0 \leq w_i \leq 1 \quad \forall i. \end{aligned} \quad (4)$$

Optimoinnin tavoitteena on selvittää tehokkaiden portfolioiden rintama ratkaistamalla se yhtälöryhmästä (4). Tehokkaaseen rintamaan kuuluvat kaikki portfoliot, joiden odotettu tuotto on maksimoitu kullekin portfolion volatilitteetille. Kuvasta 1





Kuva 1: Esimerkki tehokkaasta rintamasta kuuden sijoitettavan kohteen tapauksessa. Yksittäisten sijoituskohteiden odotetut tuotot ja keskihajonnat on merkattu värikkäillä vinoneliöillä ja tehokas rintama näkyy sinisenä käyränä.

nähdään, että mentäessä tehokkaalla rintamalla ylemmäs odotetut tuotot kasvavat ja oikealle mentäessä portfolion keskihajonta kasvaa. Tämä tarkoittaa, että mahdollisimman vasemmalta ja ylhäältä löytyvät parhaat portfoliot. Kuvasta 1 nähdään myös tehokkaan rintaman olevan selkeästi ylempänä ja vasemmalla kuin suurin osa yksittäisistä sijoituskohteista. Korkeammat tuotot pienemmällä keskihajonnalla voidaan saavuttaa hajauttamalla, kun sijoituskohteiden hinnat eivät korreloi voimakkaasti keskenään. Käytännössä se tarkoittaa sitä, että kaikki sijoituskohteet eivät nouse tai laske täysin samanaikaisesti. Näin poikkeamat odotetusta tuotosta tapahtuvat eri aikaan, mikä pienentää portfolion heiluntaa.

### 3.2 Huomioita Markowitzin mallista

Markowitzin mallia on kritisoitu siitä, että se olettaa sijoituskohteiden volatiliteetit, kovarianssit ja odotetut tuotot tiedetyiksi. Kuitenkin näihin kaikkiin liittyy paljon

epävarmuuksia, josta hyvänä esimerkkinä voidaan pitää koronaviruksen takia asetettuja rajoituksia. On kuitenkin selvästi näytetty, että pienetkin virheet odotuksissa voivat muuttaa selvästi optimaalisen portfolion painoituksia (Chopra ja Ziemba, 1993). Tämän takia Markowitzin mallin avulla lasketut optimaaliset portfoliot voivat pärjätä heikommin, kuin esimerkiksi samoista kohteista muodostetut  $1/n$  portfoliot, joissa kaikilla sijoituskohteilla on portfoliossa sama osuus. Toisaalta jokaisella sijoittajalla on omat odotuksensa sijoitettavien kohteiden tuotosta ja niiden volatiliiteeteista ja kovariansseista. Markowitzin mallin avulla voidaan siis laskea näitä odotuksia vastaavat optimaaliset portfoliot.

Markowitzin mallin herkkyys estimointivirheille heikentää selvästi sen käytettävyyttä portfolion valinnassa. Erityisesti hyvin volatiileista kryptovaluutoista muodostettujen optimaalisten portfolioiden painot riippuvat siitä, millä aikavälillä optimointi on suoritettu, kun käytetään menneitä tuottoja estimaattina tulevista tuotoista. Kuitenkin Markowitzin mallin avulla voidaan helposti laskea historiallisesti optimaalisia portfolioita, joista voidaan tehdä päätelmiä ja suuntaa-antavia johtopäätöksiä portfolion muodostamiseksi.

### 3.3 Kryptovaluutat

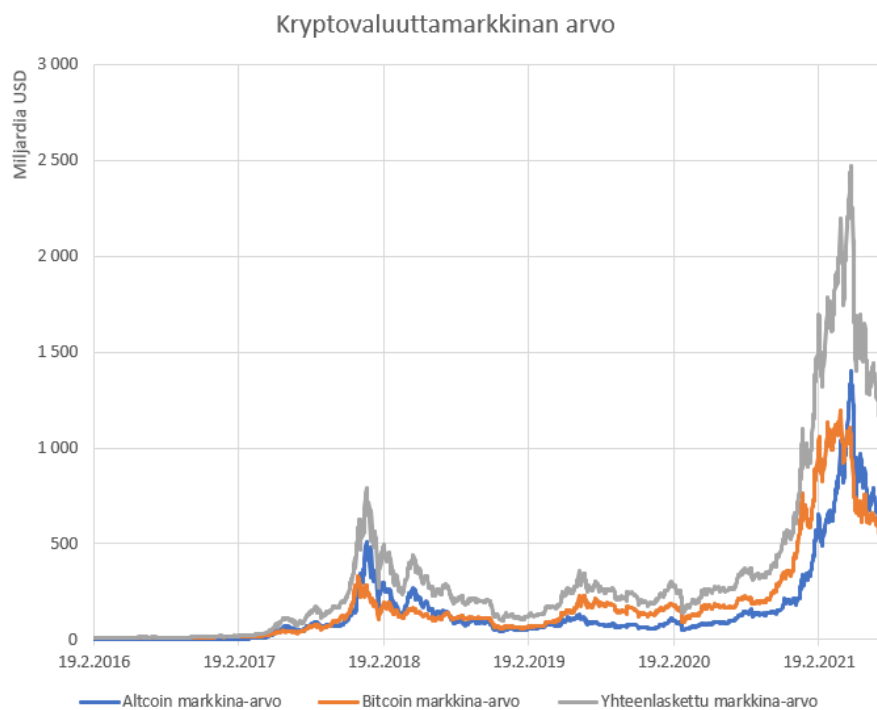
Vuonna 2008 luotu Bitcoin on ensimmäinen kryptovaluutta. Bitcoinin osuus koko kryptovaluuttamarkkinasta oli yli 90 prosenttia vuoden 2017 huhtikuuhun asti [Tradingview](#). Tästä syystä tutkiessa kryptovaluuttamarkkinaa on tärkeää tarkastella Bitcoinia erikseen, sillä sen vaikutus koko markkinaan on suuri. Perustamisestaan lähtien Bitcoinin hinnankehitys on ollut hyvin volatiilia. Bitcoin on toistanut samankaltaisia eksponentiaalisia hinnan nousuja ja niitä seuraavia laskuja. [Corbet et al. \(2018a\)](#) esittivät empiirisiä todisteita Bitcoinin hinnankehityksen kuplamaisesta luonteesta. Sama havainto voidaan tehdä kuvasta 2, josta nähdään yhden Bitcoinin hinnan kehitys logaritmisella asteikolla koko siltä ajalta jolta se on voitu määrittää. Kuvan 2 keltaiset pisteet ovat kohtia, joista voidaan nähdä selkeästi toistuva räjähtävän kasvun ja sitä seuraavan kuplan puhkeamisen kaava. Lisäksi kuvasta 2 nähdään, kuinka Bitcoinin hinnan prosentuaalinen kasvuvauhti on hidastunut ajan saatossa.

Vastaava kuplan syntyminen ja puhkeamisen kaava on havaittavissa myös Altcoinien lisääntymisen jälkeen. Kuva 3 näyttää kuinka Bitcoinin ja Altcoinien markkina-arvot ovat kehittyneet sekä niiden yhteenlasketun markkina-arvon. Kuvassa 3 on selkeästi kaksi piikkiä vuoden 2017 lopussa ja vuoden 2021 puolivälissä, joita seurasivat merkittävät laskut. On syytä kuitenkin huomioida markkina-arvon jyrkkä nousu 2021 elokuussa. Lisäksi markkina-arvoja katsomalla vaikuttaa, että Altcoin-markkinan arvo on tähän asti seurannut Bitcoinin markkina-arvoa pienellä viiveellä ja nousut ja laskut ovat olleet jopa Bitcoinin vastaavia suuremmat.

Vuoden 2016 jälkeen Kryptovaluuttojen määrä on lisääntynyt valtavasti ja Altcoin-markkinan arvo on siten kasvanut jopa nopeammin kuin Bitcoin. Siten hajautetun kryptovaluuttaportfolion mahdolliset tuotot ovat suuremmat kuin hajauttamattoman. Kryptovaluuttamarkkinan arvo on historiallisesti liikkunut muutaman vuoden sykleissä, joihin kuuluvat nopea arvonnousu ja tätä seuraava arvon jyrkkä lasku. Tässä työssä tarkastellaan aikaväliä 1.10.2017-1.7.2021, koska osan työssä käytettävien



Kuva 2: Yhden Bitcoinin hinta 2010-2021 logaritmisella asteikolla. Keltaiset pisteet havainnollistavat nousujen ja laskujen voimakkuuksia.



Kuva 3: Bitcoinin, altcoinien eli kaikkien muiden kryptovaluuttojen ja koko kryptovaluuttamarkkinan markkina-arvon kehitys vuodesta 2016 vuoden 2021 elokuuhun.

Altcoinien hintadata alkaa 1.10.2017 ja lisäksi tähän aikaväliin sisältyy kryptovaluutoille tyypillisiä voimakkaita nousuja ja laskuja.

## 4 Tutkimusaineisto ja tulokset

### 4.1 Tutkimusaineisto

Tässä työssä käytetään Yahoo Finance-sivustolta ([Yahoo](#)) vapaasti saatavilla olevaa kryptovaluuttojen päivittäistä hintadataa aikaväliltä 1.10.2017-1.7.2021. Yahoo financen tarjoama hintadata on volyyymilla painotettu keskiarvo usealta eri kryptovaluuttavälittäjältä. Työtä varten valittiin markkina-arvon perusteella kuusi suurta kryptovaluuttaa, joista saatiin täydellinen hintadata aiemmin mainitulle aikavälille. Tutkittaviksi kryptovaluutoiksi valikoituivat Bitcoin, Ethereum, Cardano, XRP, Bitcoin Cash ja Litecoin. Tutkimuksessa ei haluttu käyttää kryptovaluuttoja, joiden arvo on kiinnitetty Yhdysvaltain dollariin, koska tämä olisi vastannut sijoitettavan pääoman pitämistä käteisenä.

### 4.2 Portfolioiden optimointi

Portfolio-optimoinnissa käytettiin strategiaa, jossa kaikki varat on sijoitettu jokaisella ajanhetkellä pitkiin positioihin ja portfolioiden painoja optimoidaan Markowitzin mallia käyttäen 30 päivän välein. Portfolioiden painot pysyvät vakioina optimointihetkeä seuraavan 30 päivää. Markowitzin mallia varten tarvittavat tunnusluvut laskettiin optimointihetkeä edeltävän vuoden päivittäisten hintadatojen perusteella. Portfolioiden kehitystä seurattiin asettamalla jokaisen portfolion alkuarvoksi 1 ja laskemalla portfolion toteutunut prosentuaalinen arvon muutos tälle 30 päivän jaksolle. Seuraava optimointi toteutettiin jättämällä edelliseen optimointiin käytetystä datasta ensimmäiset 30 päivää pois ja lisättiin loppuun edellisen optimoinnin viimeistä ajanhetkeä seuranneiden 30 päivän hintadatat. Portfolioiden painoja optimoidaan ja portfolioiden arvojen prosentuaalisia muutoksia seurataan aikavälillä 1.10.2018-1.7.2021.

Estimaattien laskemiseen käytettiin vuoden hintadataa, jotta estimaatit olivat kohtuullisen vakaita, mutta 30 päivän aikana tapahtuvat hinnanmuutokset saavat aikaan selkeitä muutoksia estimaateissa. Odotettuna tuottona käytettiin tuoton puolueetonta estimaattia eli sen aritmeettista keskiarvoa edellisen vuoden ajalta, josta johdettiin tätä vastaava 30 päivän tuotto. Yksittäisen päivän aritmeettinen tuotto  $r_{it}$  laskettiin kaavalla

$$r_{it} = \frac{(p_{it} - p_{it-1})}{p_{it-1}}, \quad (5)$$

jossa  $p_{it}$  tarkoittaa kryptovaluutan  $i$  hintaa hetkellä  $t$ . Kryptovaluuttamarkkinat ovat auki vuoden jokaisena päivänä eli 365:nä päivänä vuodessa. Jokaisen kryptovaluutan päivittäisen tuoton estimaattina käytettiin sen edellisen vuoden keskimääräistä päivittäistä tuottoa. Kaavan (5) perusteella vuoden ajalta päivittäiset

keskituotot  $\bar{r}_i$  saatiin keskiarvona

$$\bar{r}_i = \frac{1}{365} \sum_{t=1}^{365} r_{it} \quad (6)$$

Kaavalla (6) lasketuista keskimääräisistä päivätuotoista johdettiin näitä vastaavat 30 päivän estimaatit  $\bar{r}_{im}$

$$1 + \bar{r}_{im} = (1 + \bar{r}_{i1})(1 + \bar{r}_{i2}) \dots (1 + \bar{r}_{i30}), \quad (7)$$

jossa  $r_{it}$  on kryptovaluutan  $i$  tuotto päivänä  $t$  ja  $\bar{r}_{im}$  on kryptovaluutan  $i$  odotettu tuotto 30 päivän ajalta.

Tuoton estimointi on melkein mahdotonta, joten keskiarvoa menneistä tuotoista voidaan pitää järkevänä tapana estimoida mahdollisia tulevia tuottoja. Jokaisen yksittäisen kryptovaluutan tuoton estimaattina käytetään siis kaavoilla (5), (6), (7) laskettuja optimointihetkeä edeltävän vuoden keskimääräisistä päivittäisistä tuotoista johdettuja 30 päivän keskimääräisiä tuottoja.

Kovarianssimatriisiin alkioiden eli kryptovaluuttojen  $i$  ja  $j$  kovarianssien estimaatit saadaan kaavoilla (5) ja (6) laskettujen tuottojen perusteella

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{365} \sum_{t=1}^{365} r_{it} * r_{jt} - \bar{r}_i^2. \quad (8)$$

Kaavalla (8) saatu kovarianssimatriisi kuvaa kryptovaluuttojen välisiä päivittäisiä kovariansseja. Päivittäiset kovarianssit voidaan skaalata 30 päivän kovariansseiksi kertomalla kaikki kovarianssimatriisin alkiot luvulla 30.

Tavallinen Markowitzin malli ei huomioi portfoliota balansoitaessa tulevia transaktiokustannuksia. Jotta mallista saadaan realistinen Markowitzin malliin tulee lisätä transaktiokustannusten vaikutus portfolion odotettuun tuottoon. Osto- ja myyntikuluina käytetään 0.2 prosenttia, jotka ovat maailman suurimman kryptovaluuttavälittäjän Binancen vastaavat ([Binance](#)). Transaktioita tapahtuu vain 30 päivän välein. Koska myynti- ja ostokulut ovat yhtä suuret, portfolion transaktiokustannukset  $k$  ovat

$$k = 0.002 * (|\mathbf{w}_t - \mathbf{w}_{t-30}|). \quad (9)$$

Kaavalla (9) saadut transaktiokustannukset pienentävät portfolion odotettua tuottoa, jolloin portfolion odotettu tuotto on

$$\bar{r}_p = \mathbf{w}^\top \bar{\mathbf{r}} - k. \quad (10)$$

Työssä tutkitaan viittä pitkistä positioista muodostettua portfoliota. Optimoimalla saatavia portfolioita verrataan  $\frac{1}{n}$ -portfolioon, jossa jokaisella kryptovaluutalla on yhtä suuri osuus portfolioissa. Tällainen  $\frac{1}{n}$ -portfolio on hyvä vertailukohta optimoiduille portfolioille ja se havainnollistaa hajauttamisen vaikutuksia kryptovaluuttasijoituksissa. Toinen vertailukohde on portfolio, joka koostuu pelkästä Bitcoinista (BTC). Bitcoin on yleisin kryptovaluuttasijoituskohte, joten on mielenkiintoista

verrata sen tuomia tuottoja Markowitzin mallilla optimoitujen portfolioiden kanssa. Optimoiduiksi portfolioiksi valittiin tehokkaan rintaman molemmat päät eli minimivarianssin portfolio (MVP) ja maksimituoton portfolio (MaxTuotto) sekä kolmanneksi korkeimman Sharpen luvun omaava portfolio (MaxSharpe).

Sharpen luku on riskin ja portfolioon odotetun ylituoton suhdeluku. Ylituotolla tarkoitetaan portfolioon odotetun tuoton ja riskittömän vertailusijoituksen  $r_f$  (usein valtioiden lyhytaikaisia velkakirjoja) välistä erotusta. Korkeampi Sharpen luku tarkoittaa suurempaa odotettua tuottoa riskiyksikköä kohden. Korkeimman Sharpen luvun portfolio on siis odotuksiin nähden paras portfolio riski- tuottosuhteella mitatuna. Tässä työssä riskittömän vertailusijoituksen tuotto  $r_f = 0$ . Näin ollen Sharpen luku on portfolioon odotetun tuoton ja keskihajonnan suhde.

$$S_i = \frac{\bar{r}_p - r_f}{\sigma_p} = \frac{\bar{r}_p}{\sigma_p},$$

Vuoden hintadataa käytettäessä estimaateiksi saadaan muutamina kuukausina negatiivisia tuotto-odotuksia. Vaikka tuotto-odotukset olivat negatiivisia, pääoma pidettiin kokonaan sijoitettuna. MVP- ja MaxTuotto-portfolio voitiin laskea myös negatiivisilla tuotto-odotuksilla. Sharpen lukua puolestaan ei ole hyötyä laskea, kun tuotto-odotus on negatiivinen. Sharpen luvun maksimoivan portfolioon kanssa meneteltiin niin, että negatiivisten tuotto-odotusten aikana portfolioon jokaisen kryptovaluutan osuus oli yhtä suuri.

Työssä seurattiin portfolioiden arvojen prosentuaalisia muutoksia. Näitä arvon muutoksia kuvataan työssä termillä toteutunut tuotto. Toteutunut tuotto laskettiin yksinkertaisesti kertomalla portfolioon painovektorilla kryptovaluuttojen arvojen prosentuaalisia muutoksia optimointihetkeä seuranneelta 30 päivän ajalta. Saadusta tuloksesta vähennettiin portfolioon painojen muutoksesta seuranneet kulut, jotka laskettiin kaavalla (9). Toteutuneet tuotot laskettiin siis kaavalla (10), jossa  $\mathbf{w}$  oli portfolioon 30 päivän jakson painoista muodostettu vektori ja  $\bar{\mathbf{r}}$  oli vektori yksittäisten kryptovaluuttojen prosentuaalisista muutoksista painoja vastaavalta 30 päivän jaksolta. Toteutunut tuotto lisättiin portfolioon sen hetkiseen arvoon, jolloin saatiin portfolioon uusi arvo. Portfolioon arvo kertoo portfolioon arvon kullakin hetkellä prosentteina portfolioon alkuarvosta.

Markowitzin mallin tunnuslukujen ensimmäiset estimaatit laskettiin aikaväliltä 1.10.2017-30.9.2018 ja niiden perusteella portfolioiden ensimmäiset optimoidut painot hetkellä 1.10.2018. Ensimmäiset optimoitujen portfolioiden toteutuneet tuotot laskettiin 1.10.2018 kaavalla (10), jossa eri kryptovaluuttojen painoina käytettiin portfolioiden optimoituja painoja. Optimoiduilla painoilla kerrottiin kryptovaluuttojen toteutuneet tuotot aikaväliltä 1.10.2018-30.10.2018, joista vähennettiin transaktiokustannuksina  $k = 0.002$ , koska portfoliot olivat ennen ensimmäistä optimointia tyhjiä. Loput optimoinnit toteutettiin muuten samalla tavalla, mutta portfolioiden alkupainoina käytettiin edellisen optimoinnin painoja. Viimeinen optimointi suoritettiin 18.5.2021. Viimeiset toteutuneet tuotot laskettiin päivämäärälle 17.6.2021.

### 4.3 Optimointitulokset

Optimoinnit toteutettiin MATLAB R2018b:llä. Tutkimuksessa tarkasteltiin viiden kryptovaluutoista muodostetun portfolion kehitystä. Taulukkoon 1 on koottu tutkittujen kryptovaluuttojen keskimääräiset osuudet käsitellyltä ajalta. Taulukosta 1 nähdään BTC-portfolion sisältäneen pelkästään Bitcoinia ja  $\frac{1}{n}$ -portfolion tasaisesti kaikkia kryptovaluuttoja. Varianssia minimoiva MVP-portfolio painottuu vahvasti Bitcoinin, jonka keskimääräinen osuus portfolioissa on 71 prosenttia. Toinen MVP-portfoliota dominoiva osa on XRP, jonka keskimääräinen osuus on 21.7 %. Cardanon keskimääräinen osuus MVP-portfolioissa on nolla ja Bitcoin Cashin osuus hyvin lähellä sitä. MaxTuotto-portfolioissa kryptovaluuttojen keskimääräiset osuudet painottuivat tasaisemmin, ainoastaan Ethereum ei käynyt portfolioissa ollenkaan ja muiden osuudet olivat 9 % ja 42.5 % välillä. Bitcoin hallitsi myös MaxSharpe-portfoliota sen keskimääräisen osuuden ollessa yli 50 %. MaxSharpe-portfolio sisälsi Cardanao toiseksi eniten ja loppuja kryptovaluuttoja melko tasaisesti.

Taulukko 1: Tutkittujen kryptovaluuttojen keskimääräiset %-osuudet portfolioissa.

Portfoliot	BTC	$\frac{1}{n}$	MVP	MaxTuotto	MaxSharpe
Bitcoin	100	16.67	71.00	12.12	52.00
Ethereum	0.00	16.67	4.78	0.00	9.83
XRP	0.00	16.67	21.71	15.15	7.84
Litecoin	0.00	16.67	2.40	21.21	3.46
Cardano	0.00	16.67	0.00	42.42	22.05
Bitcoin Cash	0.00	16.67	0.11	9.09	4.82

Tutkituille portfolioille laskettiin myös 30 päivän jaksojen keskimääräiset tunnusluvut ja niiden estimaatit. Nämä on koottu taulukkoon 2. Ensimmäisellä rivillä taulukossa 2 on kaavan 10 mukaisesti laskettujen portfolioiden odotettujen tuottojen keskiarvot. Odotetut tuotot ovat selkeästi korkeimmat MaxTuotto-portfoliolla ja seuraavaksi korkeimmat MaxSharpe-portfoliolla. BTC- ja  $\frac{1}{n}$ -portfoliolla odotetut tuotot ovat lähellä toisiaan ja MVP-portfoliolla odotetut tuotot ovat matalimmat. Toisella rivillä on kunkin portfolion odotettujen tuottojen keskimääräiset keskihajonnat, jotka kuvaavat portfolioiden odotettua heiluntaa eli riskiä. MaxTuotto-portfolion odotettujen tuottojen keskihajonta on selkeästi suurin. Toiseksi suurimmat odotetut keskihajonnat ovat  $\frac{1}{n}$ -portfoliolla ja MaxSharpe-portfoliolla. BTC-portfoliolla on toiseksi pienin odotettu keskihajonta ja MVP-portfoliolla tietysti pienin.

Kolmannelta riviltä alkaa toteutuneet arvot. Toteutunut tuotto kuvaa portfolioiden arvojen 30 päivän jaksojen keskimääräisiä prosentuaalisia muutoksia. Keskimääräiset 30 päivän jaksojen tuotot ovat melko lähellä toisiaan kaikilla portfolioilla. MaxTuotto-portfoliolla ne ovat suurimmat, MVP-portfoliolla toiseksi suurimmat,  $\frac{1}{n}$ -portfoliolla ja MaxSharpe-portfoliolla ne ovat lähes samat ja BTC-portfoliolla matalimmat. Toteutuneet 30 päivän jaksojen tuotot eivät kuitenkaan kerro juurikaan portfolioiden arvojen kehityksestä pitkällä aikavälillä sillä suurten prosentuaalisten tappioiden korjaaminen vaatii vielä suurempia voittoja. Esimerkiksi 50% tappion

nollaaminen vaatii 100% tuoton, jolloin keskimääräinen tuotto on 25%, kun todellinen tuotto on 0%. Tämän takia keskimääräiset aritmeettiset tuotot eivät kuvaa hyvin portfolioiden arvojen todellista kehitystä. Neljännellä rivillä puolestaan on 30 päivän jaksojen logaritmisten tuottojen keskiarvot. Logaritmiset tuotot on laskettu toteutuneista tuotoista kaavalla  $r_{ilog} = \ln(r_i + 1)$ . Logaritmiset tuotot kertovat portfolioiden menestymisestä, sillä logaritmisten tuottojen summa tietyltä aikaväliltä kertoo kyseessä olevan aikavälin logaritmisestä kokonaistuotosta. Toisin sanoen suurimmat keskimääräiset logaritmiset tuotot tarkoittavat suurinta logaritmistä kokonaistuottoa. Suurimmat toteutuneet logaritmiset tuotot ovat MVP-portfoliolla, jonka jälkeen kolmella seuraavalla eli MaxSharpe-portfoliolla, BTC-portfoliolla ja  $\frac{1}{n}$ -portfoliolla on lähes samat logaritmisten tuottojen keskiarvot. Selkeästi heikoimmat toteutuneet logaritmiset tuotot ovat MaxTuotto-portfoliolla. Taulukon 2 alimmalla rivillä näkyy toteutuneiden tuottojen keskihajonta, josta nähdään MaxTuotto-portfolion tuottojen keskihajonnan olleen selvästi suurin, kun taas muiden portfolioiden hyvin samankaltainen.

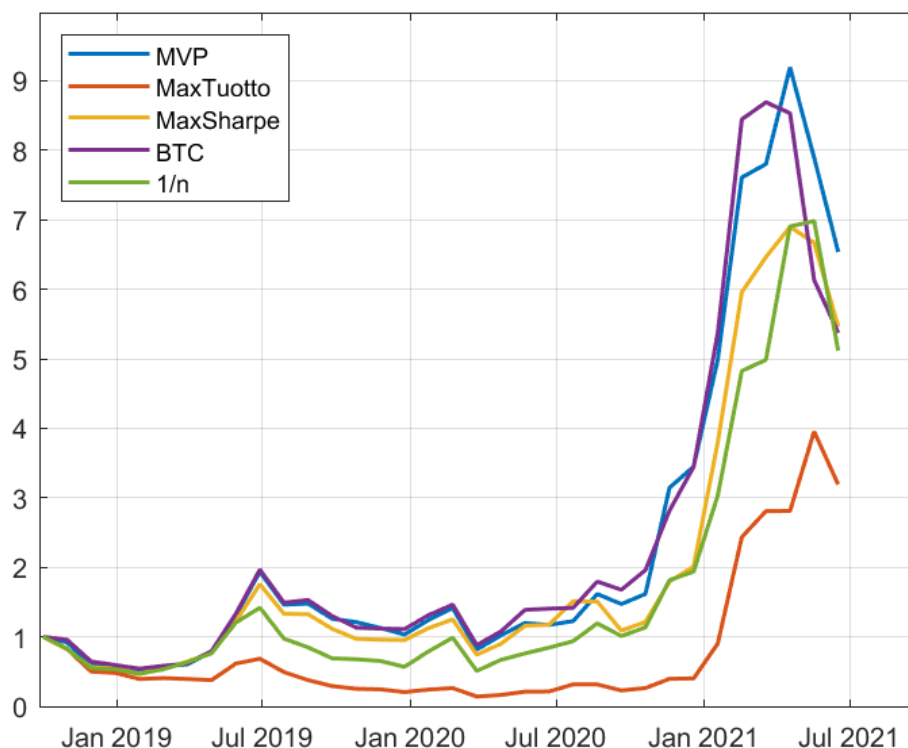
Tunnuslukujen toteutuneita arvoja voidaan verrata niiden odotettuihin arvoihin. Odotettua tuottoa verrataan toteutuneeseen tuottoon ja odotettua keskihajontaa odotettuun keskihajontaan. Kuten taulukko 2 osoittaa, odotetut tuotot ovat selkeästi toteutuneita pienempiä BTC-,  $\frac{1}{n}$ - ja MVP-portfolioilla. Kun taas MaxTuotto- ja MaxSharpe-portfolion tapauksessa odotetut tuotot ovat todellisia tuottoja suurempia, joskin MaxSharpe-portfolion tapauksessa melko ne ovat melko lähellä toisiaan. Vaikuttaa siis siltä, että odotetun tuoton laskeminen edellisen vuoden datan perusteella kuvaa melko heikosti toteutuvia tuottoja. Alhaiset odotetut tuotot eivät vaikuta tuottavan alhaisia todellisia tuottoja. Toisaalta suurimmat keskimääräiset toteutuneet tuotot ovat MaxTuotto-portfoliolla, jolla on myös suurimmat tuotto-odotukset.

Odotetut keskihajonnat ovat kaikille portfolioille alhaisempia kuin toteutuneet keskihajonnat. Tulos on järkevä, sillä tutkimuksen aikavälillä kryptovaluutat ovat kokeneet suuria arvon muutoksia, jolloin arvojen heilunta on yleensä suurinta. Odotetut keskihajonnat ovat melko lähellä toteutuneita  $\frac{1}{n}$ - ja MaxSharpe-portfolioilla, kun taas kolmella muulla portfolioilla erot ovat suuria, mutta kaikilla toteutuneet keskihajonnat ovat odotettuja suurempia. Kuitenkin suurin odotettu keskihajonta on MaxTuotto-portfoliolla, jolla todellinenkin keskihajonta on suurin. Voidaan siis todeta, että tutkimuksessa käytetyt estimaatit eivät anna kovin tarkkaa kuvaa tulevasta.

Taulukko 2: Tutkittujen portfolioiden 30 päivän jaksojen tunnuslukujen keskimääräiset estimaatit ja toteutuneet arvot prosentteina.

Portfoliot	BTC	$\frac{1}{n}$	MVP	MaxTuotto	MaxSharpe
Odotettu tuotto	5.61	5.21	4.42	12.58	9.11
Odotettu keskihajonta	21.19	25.22	19.92	33.05	25.17
Toteutunut tuotto	8.25	8.71	9.26	9.99	8.66
Toteutunut log tuotto	5.10	4.95	5.69	3.52	5.14
Toteutunut keskihajonta	26.15	27.95	28.68	43.84	28.18





Kuva 4: Portfolioiden arvojen kehitykset aikavälillä 1.10.2018-17.06.2021.

Kuva 4 näyttää tutkittujen portfolioiden arvojen kehityksen 30 päivän välein. Kaikkien portfolioiden alkuarvo on 1 ja loput arvot saadaan lisäämällä edelliseen arvoon portfolion prosentuaalinen arvon muutos edellisestä arvoa seuraavan 30 päivän ajalta. Kuvasta 4 nähdään kuinka MaxTuotto-portfolion arvo laskee selkeästi eniten vuoden 2020 puoliväliin asti. MaxTuotto-portfolion arvo käy melko lähellä nollaa, mutta pohjakosketuksen jälkeen MaxTuotto-portfolion arvo kasvaa loppuajan prosentuaalisesti kaikkein nopeiten. Muut neljä portfoliota kulkevat käytännössä samaa tahtia kesään 2019 asti, jolloin  $\frac{1}{n}$ -portfolio jää muiden kehityksestä jälkeen. Tasaisesti painotettu  $\frac{1}{n}$ -portfolio pysyy muiden portfolioiden alapuolella lokakuuhun 2020 asti, jolloin MaxSharpe-portfolio laskee  $\frac{1}{n}$ -portfolion kanssa samalla tasolle. Tästä eteenpäin  $\frac{1}{n}$ - ja MaxSharpe-portfolioiden arvot kehittyvät hyvin samankaltaisesti tutkimuksen loppuun asti. Kuvan 4 mukaan MVP- ja BTC-portfoliot kehittyvät käytännössä samaa tahtia vuoden 2021 huhti- toukokuulle, jolloin MVP-portfolio ensin jää BTC-portfoliosta jälkeen, mutta ohittaa BTC-portfolion lähes välittömästi ja jää lopulta melko selkeästikin korkeimmalle. Kaikki portfoliot kehittyivät tutkimuksen aikavälillä paljon, kuten jo aiemmin kuvista 2 ja 3 voitiin olettaa. Koko aikavälillä huonoiten tuottanut MaxTuotto-portfolio hieman yli kolminkertaistui, kun seuraavaksi parhaat  $\frac{1}{n}$ -, BTC- ja MaxSharpe hieman yli viisinkertaistuivat ja tutkimuksen paras eli MVP-portfolio 6.5 kertaistui. BTC- ja  $\frac{1}{n}$ -portfolioilla saatiin

selkeät vertailukohdat, joihin muiden portfolioiden tuloksia on helppo verrata.

Tulokset vaikuttavat kaiken kaikkiaan järkeviltä. Niiden perusteella vaikuttaa siltä, että hyvin volatiilissa kryptovaluuttamarkkinassa riskien minimoiminen on järkevää. Tämä vaikuttaa järkevältä sillä esimerkiksi nollatakseen 50 % tappion tarvitaan 100 % tuotto. Kun kryptovaluuttamarkkinalla on riski yli 90 % tappioihin, on syytä pyrkiä välttämään tällaisia tilanteita. Maksimaalisten voittojen tavoittelu puolestaan voi kostautua, vaikka se voi lyhyellä aikavälillä olla parhaiten tuottava strategia. On myös mielenkiintoista, että BTC-portfolio pärjasi käytännössä yhtä hyvin kuin  $\frac{1}{n}$ -portfolio ja MaxSharpe-portfolio. Tämä viittaisi siihen, että pelkästään Bitcoinin ostaminen on hyvä vaihtoehto perinteisemmän sijoitusportfolion hajauttamiseen.

On kuitenkin syytä huomata, että tutkimuksessa oli mukana ainoastaan kuusi eri kryptovaluuttaa, siksi tuloksia ei voi yleistää koskemaan koko kryptovaluuttamarkkinaa. Tarkemman kuvan kryptovaluuttamarkkinasta saisi esimerkiksi tutkimalla kullakin optimointihetkellä kymmentä tai kahtakymmentä markkina-arvoltaan suurinta kryptovaluuttaa ja vaihtelemalla niitä arvojen muuttuessa. Näin varmistettaisiin, ettei tutkimuksessa ole koko kryptovaluuttamarkkinaan verrattuna huonommin menestyviä kryptovaluuttoja.

## 5 Johtopäätökset

Tässä työssä optimoitiin kolmea Markowitzin mallilla kuudesta kryptovaluutasta muodostettua portfolioa ja vertailtiin niitä Bitcoinin ja  $\frac{1}{n}$ -portfolioon. Optimoidut portfolioit olivat minimivarianssi-portfolio, maksimituotto-portfolio ja Sharpen lukua maksimoiva portfolio. Portfolioiden painoja päivitettiin 30 päivän välein ja Markowitzin mallia varten tarvittavat estimaattien tunnusluvut laskettiin käyttäen optimointihetkeä edeltävän vuoden hintadataa. Portfolioiden kehitystä seurattiin 30 päivän välein lähes kolmen vuoden ajalta. Työn tavoitteena oli määrittää Markowitzin mallilla optimaalisia portfolioita, tehdä niistä havaintoja ja tutkia samalla hajauttamisen vaikutuksia kryptovaluuttaportfolioihin.

Kaikki portfolioit kehittyivät melko tasaisesti lukuunottamatta maksimituotto-portfolioa, joka laski tutkimuksen puoliväliin asti selkeästi muita enemmän. Suuren laskun jälkeen maksimituotto-portfolioon suhteellinen kasvunopeus oli suurin kaikista portfolioista, mutta se jäi silti viimeiseksi kaikista vertailtavista portfolioista. Tutkimuksen lopussa minimivarianssiportfolio nousi muiden edelle ja sen arvo oli lopetushetkellä suurin. Nämä tulokset tukevat oletusta siitä, että riskien minimointi on järkevää hyvin volatiileilla kryptovaluuttamarkkinoilla. Yhtä lailla tulokset vahvistavat korkeampien mahdollisten tuottojen jahtaamisen lisäävän portfolioon sisältämää riskiä, vaikka se toisaalta mahdollistaa joillain hetkillä parhaat tuotot. Tulosten perusteella voidaan vielä todeta, että suurien tappioiden välttäminen on tärkeämpää kuin suurien voittojen saaminen.

Lisäksi on syytä huomata, että Bitcoin sijoitus olisi ollut tutkittavalla aikavälillä lähes yhtä hyvä valinta kuin parhaiten tuottanut minimivarianssiportfolio ja yhtä hyvä kuin  $\frac{1}{n}$ -portfolio ja Sharpen lukua maksimoiva portfolio. Bitcoin oli tärkeä osa minimivarianssiportfolioa (keskimäärin yli 70 %) ja Sharpen lukua maksimoivaa

portfoliota (keskimäärin yli 50 %). Nämä tulokset tukevat aiempaa havaintoa Bitcoinin merkityksestä kryptovaluuttamarkkinalla, sekä puoltavat Bitcoinin sijoittamista hajauttaessa perinteistä sijoitusportfoliota kryptovaluuttoihin. Tulosten perusteella kryptovaluuttasijoitusten hajauttamisella ei vaikuta olevan suurta merkitystä.

Tuloksia tarkasteltaessa on syytä muistaa, että tutkimuksessa oli mukana hyvin rajallinen osa kaikista kryptovaluutoista ja Markowitzin mallilla optimoitiin ainoastaan kolmea portfoliota. Tutkimus on lisäksi suoritettu melko lyhyellä aikavälillä. Toisaalta tutkimuksen aikavälille osuu kryptovaluuttamarkkinalle tyypillisiä nousuja ja laskuja ja markkinan voidaan olettaa käyttäytyvän samansuuntaisesti vastaavissa tulevaisuudessa nousuissa ja laskuissa. Tuloksien syventämiseksi tarvitaan jatkotutkimusta laajemmasta määrästä kryptovaluuttoja erilaisilta aikaväleiltä. Lisäksi tutkimusta tulisi tehdä erilaisilla estimaateilla ja suuremmasta määrästä optimoituja portfolioita.

## Viitteet

- D.G. Baur, K. Hong, ja A.D. Lee. Bitcoin: Medium of exchange or speculative assets? *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 54:177–189, 2018.
- Binance. <https://www.binance.com/en/fee/schedule>. Viitattu 12.8.2021.
- A. Brauneis ja R. Mestel. Cryptocurrency-portfolios in a mean-variance framework. *Finance Research Letters*, 28:259–264, 2019.
- V.K. Chopra ja W.T. Ziemba. The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice. *Journal of Portfolio Management*, 19(2):6, 1993.
- S. Corbet, B. Lucey, ja L. Yarovaya. Datestamping the Bitcoin and Ethereum bubbles. *Finance Research Letters*, 26:81–88, 2018a.
- S. Corbet, A. Meegan, C. Larkin, B. Lucey, ja L. Yarovaya. Exploring the dynamic relationships between cryptocurrencies and other financial assets. *Economics Letters*, 165:28–34, 2018b.
- A.H. Dyrberg. Hedging capabilities of bitcoin. Is it the virtual gold? *Finance Research Letters*, 16:139–144, 2016.
- K. Guesmi, S. Saadi, I. Abid, ja Z. Ftiti. Portfolio diversification with virtual currency: Evidence from bitcoin. *International Review of Financial Analysis*, 63:431–437, 2019.
- J.P. Li, B. Naqvi, S.K.A. Rizvi, ja H.L. Chang. Bitcoin: The biggest financial innovation of fourth industrial revolution and a portfolio's efficiency booster. *Technological Forecasting and Social Change*, 162, 2021.
- H. Markowitz. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1):77–91, 1952.

- K.H Pho, S. Ly, R. Lu, T.H. Van Hoang, ja W.K. Wong. Is Bitcoin a better portfolio diversifier than gold? A copula and sectoral analysis for China. *International Review of Financial Analysis*, 74, 2021.
- E. Platanakis ja A. Urquhart. Should investors include bitcoin in their portfolios? A portfolio theory approach. *The British Accounting Review*, 52(4), 2020.
- S.J.H Shahzad, E. Bouri, D. Roubaud, L. Kristoufek, ja B. Lucey. Is Bitcoin a better safe-haven investment than gold and commodities? *International Review of Financial Analysis*, 63:322–330, 2019.
- Tradingview. <https://in.tradingview.com/symbols/CRYPTOCAP-BTC.D>. Viitattu 12.8.2021.
- R. White, Y. Marinakis, N. Islam, ja S. Walsh. Is Bitcoin a currency, a technology-based product, or something else? *Technological Forecasting and Social Change*, 151, 2020.
- Yahoo. <https://finance.yahoo.com/>. Viitattu 12.8.2021.