Kevät 2016
MS-E2177: Operaatiotutkimuksen projektityöseminaari
Aalto-yliopisto

# Tehokkaiden strategioiden identifiointi vakuutusyhtiön taseesta

## Loppuraportti

18.5.2016

Asiakas: Model IT

Projektipäällikkö: Niko Laakkonen 295543
Projektityöntekijä: Jesse Myrberg 291958
Projektityöntekijä: Lari Pelkola 296005

# Sisältö

# 1 Johdanto

Tämä projekti on tehty Aalto-yliopiston perustieteiden korkeakoulun kurssille MS-E2177 Operaatiotutkimuksen projektityöseminaari. Projektin asiakas on suomalainen finanssialaa palveleva ohjelmisto- ja palveluyhtiö Model IT. Työn aiheena oli tunnistaa tehokkaat ja tehottomat johdon strategiat simuloiduista vakuutusyhtiön taseista.

## 1.1 Projektin tausta ja tavoitteet

Vakuutusyhtiöiden taseen kehityksen ennustaminen on varsin monimutkaista, mistä johtuen se tehdään tyypillisesti Monte Carlo -simulaatiolla. Simulaatiossa mallinnetaan yhtiön johdon käyttäytymistä ja reagoimista erilaisiin tilanteisiin esimerkiksi muuttamalla etujen jakamista asiakkaille, sijoitusstrategiaa ja uusien vakuutusten myyntiä. Nämä erilaiset johdon strategiat tuottavat yhtiön taseelle erilaisia tulevaisuuksia, toisin sanoen erilaisia jakaumia mm. yhtiön tulokselle, vakavaraisuudelle ja omalle pääomalle. Jakaumien muodot eivät ole triviaaleja ja yksiselitteisesti tehokkaiden tai tehottomien strategioiden tunnistaminen ei ole helppoa (Salminen 2016).

Johdon strategioiden tutkiminen itsessään ei ole työssä mielekästä, sillä strategiat voivat riippua esimerkiksi vakuutusyhtiön strategisista tavoitteista, profiloitumisesta, yhtiömuodosta sekä tuotevalikoimasta. Sen sijaan työssä on tarkoituksena tutkia menetelmiä, joilla voidaan erottaa hyvät (tehokkaat) ja huonot (tehottomat) strategiat simuloiduista jakaumista. Strategioiden vertailu tehdään Model IT:n Matlab -pohjaisella cFrame-työkalulla, jolla vakuutusyhtiön taseen kehitystä voidaan mallintaa. Projektin konkreettisena tavoitteena on luoda Matlab-pohjainen työkalu, jolla voidaan tunnistaa tehottomat ja tehokkaat johdon strategiat.

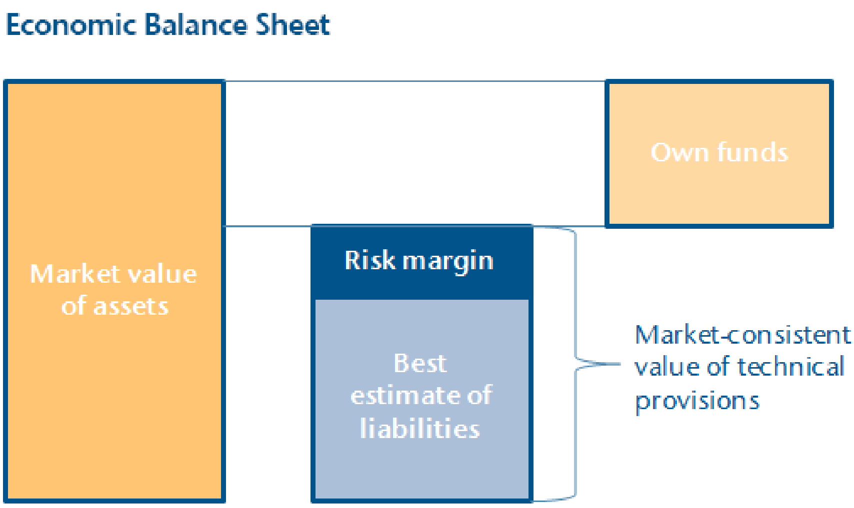
## 1.2 Solvenssi II-direktiivi

Osaltaan projektin taustamotivaationa toimii myös vuonna 2009 voimaan tullut Solvenssi II-direktiivi (Solvency = vakavaraisuus). Tämä EU-direktiivi koskee suurilta osin pääoman määrää, joka vakuutusyhtiöllä tulee olla, jotta ne pystyisivät hoitamaan velvoitteensa. Mittari vaadittavalle pääoman määrälle on Solvency Capital Requirement (SCR), jonka tarkoituksena on varmistaa, että vakuutusyhtiö pystyy maksamaan velkansa asiakkaille ja edunsaajille seuraavan 12 kuukauden aikana todennäköisyydellä 99,5%. Yhtiö voi laskea SCR:n käyttämällä standardimallia, jota kaikki vakuutusyhtiöt voivat käyttää yhtiön koosta, profiloitumisesta ja sijainnista riippumatta. Vaihtoehtoisesti voi kehittää sisäisen mallin, joka sopii paremmin yhtiön omaan riskiprofiiliin. Sisäisen mallin tulee kuitenkin läpäistä tietyt testit ja vaatimukset (Doff 2008).

Käytännössä tämä tarkoittaa, että yhtiön vakaraisuusaste (Solvency Ratio = SR) tulisi olla kaikilla ajanhetkillä vähintään 1. Vakavaraisuus SR voidaan laskea seuraavasti (Weglarz 2015):

$$SR = \frac{OF}{SCR}, \tag{1}$$

missä $OF = Own\ Funds$ viittaa pääömaan, mikä jää yli kun kaikista varoista on vähennetty velat. Kuva 1 havainnollistaa tarkemmin tätä ylijäänyttä pääomaa velkojen vähentämisen jälkeen.




Kuva 1: Ylijäänyt pääoma velkojen vähentämisen jälkeen

Mikäli vakuutusyhtiön vakavaraisuusaste putoaa alle ykkösen, sen tulee esittää realistinen elvytyssuunnitelma, jolla se saataisiin nostettua takaisin seuraavan puolen vuoden aikana. $SCR$:n lisäksi on myös hieman alhaisempi pääomavaatimus $MCR$ (Minimum Capital Requirement), joka kuvastaa 85%:n todennäköisyyttä 99,5%:n sijaan. Pudotessaan alle $MCR$:n, on yhtiöllä vain kolme kuukautta aikaa elvytyssuunnitelman toteuttamiseen kuuden sijaan. Jos yhtiö epäonnistuu tässä, sen lisenssi vakuutustoiminnan harjoittamiseen voidaan kumota. Vakavaraisuusasteella saattaa olla myös strategisia tarkoituksia. Yhtiöt saattavat pitää $SR$:n esimerkiksi tasolla 1,5 antaakseen asiakkailleen hyvän vaikutelman (Weglarz 2015).

Solvenssi II-direktiviistä johtuen vakavaraisuusasteen jakaumat ovat tärkeitä ja mielenkiintoisia tutkittavia, sillä tehokkaita strategioita tunnistettaessa tulee ottaa huomioon vaatimus sen pysymisestä vähintään ykkösenä ajan yli.

## 1.3 Tutkimusongelma

Työssä on tavoitteena löytää menetelmiä, joilla hyvät johdon strategiat voidaan erottaa huonoista strategioista. Käytännössä tämä tarkoittaa vakuutusyhtiön taseen simuloinnin tuloksena saatavien jakaumien vertailua siten, että vertailun perusteella voidaan päätellä hyvät ja huonot johdon strategiat annetuista strategiavaihtoehdoista. Taseen simulaation tuloksena saatavat jakaumat ovat yhtiön vakavaraisuusaste SR (Solvency Ratio), liikevoitto Profit, substanssiarvo NAV (Net Asset Value) ja oma pääoma Equity. Yhdessä nämä muodostavat jakaumien joukon tietylle strategialle ja tietylle ajanhetkelle, ja niihin viitataan tässä työssä myös käsitteellä strategian jakaumat.

Johdon strategia määritellään tässä menetelmänä, jolla vakuutusyhtiön johto voi vaikuttaa yhtiönsä tulevaisuuteen, ja sitä kautta myös yhtiön taseeseen. Tase on raportti, josta ilmenee yhtiön omaisuuden ja velkojen arvo tiettynä ajankohtana. Koska vakuutusyhtiön strategiavaihtoehdot riippuvat kontekstista, ei yksikäsitteistä ja kaikki vakuutusyhtiöt kattavaa strategiavaihtoehtoavaruutta ole olemassa. Tässä työssä johdon strategiavaihtoehdot rajataan siten, että ne voivat sisältää yhden tai useamman seuraavista strategian komponenteista: yhtiön suojausaste sekä osakkeiden osto tai myynti. Rajaus edellä mainittuihin komponentteihin perustuu työssä käytetyn simulointityökalun mahdollistamiin parametrimuutoksiin.

Optimaalisten strategioiden tai strategian komponenttien hakeminen esimerkiksi käymällä kaikki mahdolliset vaihtoehdot läpi ei ole simulaation vaatiman ajan puitteissa mahdollista. Tarkoituksena on ennemminkin löytää menetelmiä, joilla voi tukea vakuutusyhtiön johdon päätöksentekoa eikä etsiä "black box" –mallia, joka tekee suoraan ehdotuksen parhaasta strategiasta.

Työn toimeksiantajan toiveesta hyvät ja huonot johdon strategiat tulisi pyrkiä erottelemaan siten, että päätöksentekijästä eli vakuutusyhtiön johdosta tehdään mahdollisimman vähän oletuksia. Tekemällä mahdollisimman vähän oletuksia, saadut tulokset pätevät mahdollisimman monelle eri johdolle joilla one eri preferenssit. Oletuksilla tarkoitetaan johdon preferensseistä tehtyjä perusolettamuksia, kuten esimerkiksi johdolle määriteltyä eksaktia hyötyfunktiota. Lisäksi toimeksiantajan toiveena on hyödyntää mahdollisimman pitkälle simulaation tuloksena saatuja jakaumia, mikä tarkoittaa jakaumien sisältämän informaation redusoimisen välttämistä, kuten esimerkiksi odotusarvon laskemista.

Täten hyvän tai huonon strategian tulisi tehdä mahdollisimman vähin oletuksin päätöksentekijästä. Tämän vuoksi hyvä strategia määritellään enemmän on parempi –oletusten avulla. Esimerkiksi päätöksentekijään voidaan tehdä oletus, jossa hänen oletetaan preferoivan enemmän tai vähemmän jotain tiettyä taseen jakaumaa, kuten liikevoittoa.

Koska taseen jakaumat ovat simuloituja, ne kuvaavat sattumanvaraisesti edenneiden prosessien lopputulemia. Työn kannalta keskeinen käsite onkin stokastisuus eli satunnaisuus. Koska jakaumat pyritään pitämään sellaisenaan mahdollisimman pitkälle mukana päätöksenteossa, stokastinen dominanssi on työn kannalta keskeinen käsite. Näihin liittyvä keskeinen teoria on esitetty tarkemmin teoriaosuudessa.

# 2 Kirjallisuuskatsaus

Tässä kappaleessa esitellään teoriaa jakaumien vertailuun käytetyistä menetelmistä havainnollistavien kuvien avulla.

## 2.1 Yksiulotteisten jakaumien vertailu

ModelIT:n cFrame-ohjelmistolla saadaan simuloitua jakaumia monille taseen erille. Tehokkaita strategioita identifioitaessa tulisi ottaa huomioon ainakin tärkeimmät näistä, kuten voitto (Profit), oma pääoma (Equity) sekä vakavaraisuusaste (Solvency Ratio). Aluksi kuitenkin lähestymme ongelmaa yksiulotteisesta näkökulmasta, eli pyrimme vertailemaan erikseen tiettyjä taseen erien jakaumia kahden eri strategian välillä. Kaikessa vertailussa on tehtävä jotain oletuksia päätöksentekijän hyötyfunktiosta, yksinkertaisimmillaan että enemmän on parempi kuin vähemmän. Hyötyfunktion kannalta tämä tarkoittaa sitä, että se on kasvava. Pyrimme kuitenkin etenemään mahdollisimman vähin oletuksin. Hyötyfunktioista lisää kappaleessa 2.3.

Yksiulotteisten jakaumien vertailuun löytyy kirjallisuudesta monia eri tapoja, tutuimpana vaihtoehtona tilastolliset tunnusluvut. Alla kuvattujen tunnuslukujen esittämisessä on hyödynnetty kirjaa H. Levy (2006). Olkoon satunnaismuuttuja $X$, jolla on tiheysfunktio $f(x)$ ja yksittäinen simuloinnin realisaatio $x$. Merkitään kaikkien mahdollisten realisaatioiden joukkoa $S$:llä, eli $x \in S$.

Nyt satunnaismuuttujan $X$ odotusarvo on

$$E(X) = \int_S x f(x) dx, \tag{2}$$

mikä kertoo odotettavissa olevan $X$:n realisaation. Käytännössä jakaumat $f(x)$ tulevat kuitenkin olemaan histogrammeja $n$:stä diskreetistä simuloinnin ulostulosta, eli havainnoista $x^1, x^2, ...x^n$ todennäköisyyksillä $p^1, p^2, ..., p^n$. Tällöin odotusarvon kaava on

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x^i p^i \tag{3}$$

Lopputulemien vaihtelua odotusarvon ympärillä voidaan mitata varianssilla

$$\sigma_X^2 = \int_S (x - E(X))^2 f(x) dx, \tag{4}$$

jota käytetään usein riskin ja epävarmuuden mittana. Diskreetissä tapauksessa varianssi on

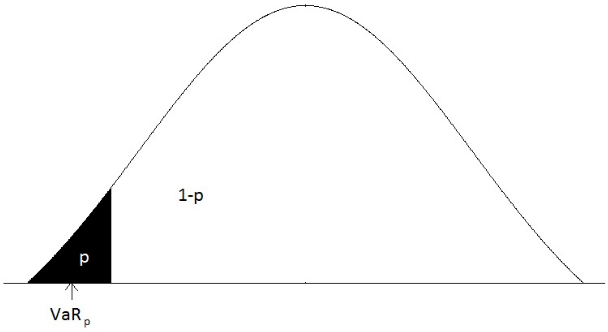
$$\sigma_X^2 = \sum_{i=1}^{n} p^i \cdot (x^i - E(X))^2 \tag{5}$$

Odotusarvon ja varianssin lisäksi jakaumille voidaan laskea kolmas keskusmomentti eli vinous, sekä neljäs keskusmomentti eli huipukkuus. Nämä jäävät kuitenkin hieman vähemmälle huomiolle tässä työssä.

Muita projektin kannalta tärkeitä riskimittoja ovat Value at Risk (VaR) sekä Conditional Value at Risk (CVaR). Value at Risk luottamustasolla $p$ lasketaan seuraavasta yhtälöstä:

$$\int_{-\infty}^{VaR_p} f(x) dx = p. \tag{6}$$

Jos tarkastelemme esimerkiksi yhtiön voiton jakaumaa luottamustasolla $p =$ 5%, niin 5%:n todennäköisyydellä tulos on huonompi kuin $VaR_p$, ja 95%:n todennäköisyydellä parempi kuin $VaR_p$. Kuva 2 havainnollistaa tilannetta. Mitä pienempi $VaR_p$ on, sitä riskikkäämpi on strategia, josta jakauma on simuloitu.




Kuva 2: Value at Risk

Käytännössä Value at Risk lasketaan diskreetissä tapauksessa empiirisen kertymäfunktion $F(x)$ avulla seuraavasti (Sarykalin, Serraino ja Uryasev 2008):

$$VaR_p = \min\{x|F(x) \geq p\}. \tag{7}$$

Conditional Value at Risk on puolestaan määritelty seuraavasti:

$$CVaR_\alpha(X) = E(X|X \leq \alpha), \tag{8}$$

missä $\alpha = VaR_p$. $CVaR_\alpha$ on siis odotusarvo sillä ehdolla, että $X$:n realisoitunut arvo on pienempi tai yhtäsuuri kuin $VaR_p$, eli jos $X$ realisoituu jakauman huonompaan $p$ -häntään. Myös nyt pätee, että mitä pienempi $CVaR_\alpha$, sitä riskikkäämpi strategia.

Vaikka tilastolliset tunnusluvut ovat helposti ymmärrettävä ja toteutettava tapa jakaumien vertailuun, ei projektin päähuomio kuitenkaan nojaa niihin. Tunnusluvut tiivistävät koko jakauman yhteen lukuun, mistä syystä kaikkea jakaumissa olevaa informaatiota ja epävarmuutta ei saada mallinnettua pelkästään tunnuslukujen avulla. Siksi toteutamme jakaumien vertailun pääosin stokastisen dominanssin avulla, jolla saadaan huomioitua koko jakauma. Tähän palataan kappaleessa 2.4.

## 2.2 Moniulotteisten jakaumien vertailu

Kirjallisuudessa moniulotteisten jakaumien vertailu perustuu enimmäkseen erilaisiin testeihin, jotka mittaavat jakaumien samanlaisuutta (nollahypoteesi, että jakaumat ovat samat), kuten Rosenbaum (2005) tai Louden ja Miettinen (2003). Moniulotteisten jakaumien samankaltaisuus ei kuitenkaan ole työn kannalta mielenkiintoinen, vaan kiinnostavampaa on jakaumien järjestäminen paremmuusjärjestykseen päätöksentekijän preferenssien mukaisesti.

Yleisesti yksi suurimmista haasteista päätöksenteossa on päätöksentekijän preferenssien esittäminen hyötyfunktioiden avulla. Ongelmaa voidaan kuitenkin yksinkertaistaa hyödyntämällä vain osittaista tietoa päätöksentekijän preferensseistä, kuten jo aiemmin mainittua "enemmän on parempi" –oletusta ja stokastista dominanssia.

Yksiulotteisessa eli yhden jakauman tapauksessa stokastista dominanssia on tutkittu laajasti, erityisesti finanssi- ja talousalan kirjallisuudessa. Moniulotteisessa tapauksessa hyötyfunktion määrittäminen on yksiulotteistakin haastavampaa, erityisesti lukuisten stokastisten järjestysten vuoksi. Moniulotteista stokastista dominanssia on kuitenkin tutkittu, ensin yksinkertaistavilla oletuksilla hyötyfunktioiden riippumattomuudesta (Keeney ja Raiffa 1977), ja myöhemmin myös muutenkin (Denuit, Eeckhoudt, Tsetlin et al. 2013; Denuit, Eeckhoudt ja Rey 2010).

Moniulotteista stokastista dominanssia lukuunottamatta ryhmämme ei löytänyt muita moniulotteisia stokastisia menetelmiä, joilla moniulotteisia jakaumia voisi mahdollisimman vähin oletuksin käyttää hyvien ja huonojen strategioiden erottamiseen.

## 2.3 Hyötyfunktiot

Hyötyfunktion tavoitteena on huomioida päätöksentekijän preferenssit eri tilanteista ja sen avulla järjestää eri vaihtoehdot (tässä strategiat) paremmuusjärjestykseen. Hyötyfunktio kuvaa kunkin epävarman lopputuleman päätöksentekijän preferenssien mukaisesti yksittäiseksi lukuarvoksi. Päätöksentekijän hyötyfunktion muodostaminen eksplisiittisesti on kuitenkin haasteellista, ja siinä käytetään pohjana valmiita funktioita, joiden parametrit evaluoidaan kysymällä päätöksentekijän preferenssejä erilaisten uhkapelien välillä. Lisäksi täytyy olettaa, että päätöksentekijä toimii joka tilanteessa kyseisen hyötyfunktion mukaan ja valitsee rationaalisesti.

Yksiulotteisessa tapauksessa päätöksentekijän hyötyfunktio $u(x)$ riippuu yhdestä attribuutista $x$. Hyötyfunktioita on kahta tyyppiä: kardinaalisia ja ordinaalisia. Näissä erona on se, että ordinaaliset järjestävät lopputulemat, mutta eivät kerro mitään siitä, miten paljon enemmän tai vähemmän hyviä lopputulemat ovat suhteessa toisiinsa. Kardinaaliset hyötyfunktiot taas mittaavat myös sitä, kuinka paljon parempi jokin lopputulema on verrattuna toiseen.

Yksi tapa käyttää hyötyfunktiota valintaan eri vaihtoehtojen välillä on käyttää odotettua hyötyä. Päätöksentekijä valitsee vaihtoehdoista sen, jolla odotettu hyöty $EU$ on maksimaalinen. Odotettu hyöty lasketaan

$$EU = \sum p^i u(x^i) \ , \tag{9}$$

jossa kunkin lopputuleman $x^i$ tuottama hyöty $u(x^i)$ kerrotaan kyseisen lopputuleman todennäköisyydellä $p^i$. Toimiakseen $u(x^i)$ täytyy olla kardinaalinen hyötyfunktio ja lisäksi todennäköisyydet $p^i$ täytyy tietää. Tässä projektissa simulaation lopputulemana saadaan aina jakauma, joten todennäköisyydet saadaan laskettua empiirisesti.

Riskin karttaminen eli riskiaversio on yleinen oletus taloudellisista päätöksentekijöistä (Ingersoll 1987). Riskiaversiivinen päätöksentekijä ei suostu reiluun uhkapeliin, vaan tarvitsee riskipreemiota itselleen suostuakseen ottamaan reilusti kompensoidun riskin. Tällaisen päätöksentekijän hyötyfunktio on muodoltaan konkaavi.

Yksi yleinen hyötyfunktio on negatiivinen eksponenttifunktio muodossa

$$u(x) = 1 - e^{-ax} \ , \tag{10}$$

jossa lisätään yksi, jotta funktio kulkee origon kautta. Parametri $a$ kuvaa päätöksentekijän absoluuttista riskiaversiota, kun $a > 0$ (Ingersoll 1987).

Moniulotteisessa tapauksessa johdon hyötyfunktio $U(x_1, x_2, ..., x_n)$ riippuu $n$ eri attribuutista. Hyötyfunktion muoto voi nyt sisältää ristitermejä, jolloin yksittäisistä attribuuteista saatavat hyödyt riippuvat voimakkaasti toisistaan. Tällöin odotetun hyödyn laskeminen tapahtuisi käyttäen moniuloitteista todennäköisyysjakaumaa.

Olettamalla moniulotteisen hyötyfunktion additiivisuus, voidaan moniulotteinen hyötyfunktio kirjoittaa muodossa:

$$U(x_1, x_2, ..., x_n) = u_1(x_1) + u_2(x_2) + ... + u_n(x_n) \ . \tag{11}$$

Additiivisuuden oletuksella redusoidaan moniuloitteisen tapauksen tutkiminen eri attribuuttien reunajakaumiin. Kunkin attribuutin tuottamaa hyötyä voidaan nyt mitata yksiulotteisella hyötyfunktiolla $u_i(x_i)$, kuten esimerkiksi esitellyllä eksponenttifunktiolla kaavassa (10). Additiivisen hyötyfunktion olettaminen tarkoittaa myös, että preferenssi yhtä attribuuttia $x_i$ kohtaan ei voi riippua muiden attribuuttien tasosta kyseisessä lopputulemassa. Tätä oletusta kutsutaan nimellä Mutual Preference Independence, ja sen toteuttavia hyötyfunktiota ovat tutkineet hiljattain Abbas ja Sun (2015).

Käyttämällä odotusarvon lineaarisuutta yhtälöön (11) saadaan odotettu hyöty moniulotteisessa tapauksessa esitettyä muodossa

$$EU = E(U(x_1, x_2, ..., x_n)) = E(u_1(x_1)) + E(u_2(x_2)) + ... + E(u_n(x_n)) \ ,$$

jonka termit voidaan laskea yksiulotteisen tapauksen kaavan (9) mukaisesti. Olettamalla lisäksi, että eri attribuuttien tuottamat hyödyt on skaalattu samalle välille, voidaan eri attribuuttien hyötyjä painottaa painoilla, jotka summautuvat yhteen. Tällöin mukaan saadaan tietoa esimerkiksi eri taloudellisten tunnuslukujen keskinäisestä tärkeydestä.

Odotetun hyödyn käyttäminen eri johdon strategioiden vertailuun vaatii siis useita yksinkertaistavia oletuksia. Ensinnäkin hyötyfunktiot täytyy tietää, jotta niiden arvot voidaan laskea. Lisäksi additiivisuusoletus rajaa kaikki yhteisjakaumaan liittyvät piirteet pois ja tehtävä redusoituu reunajakaumien tutkimiseen. Näiden yksinkertaistavien oletuksien välttämiseksi ja mahdollisimman yleispätevän ratkaisun mahdollistamiseksi seuraavaksi tutkitaankin stokastista dominanssia.

## 2.4 Stokastinen dominanssi

Tässä alaluvussa avataan stokastisen dominanssin teoriaa seuraamalla pääosin kirjaa H. Levy (2006).

### 2.4.1 Ensimmäisen asteen stokastinen dominanssi

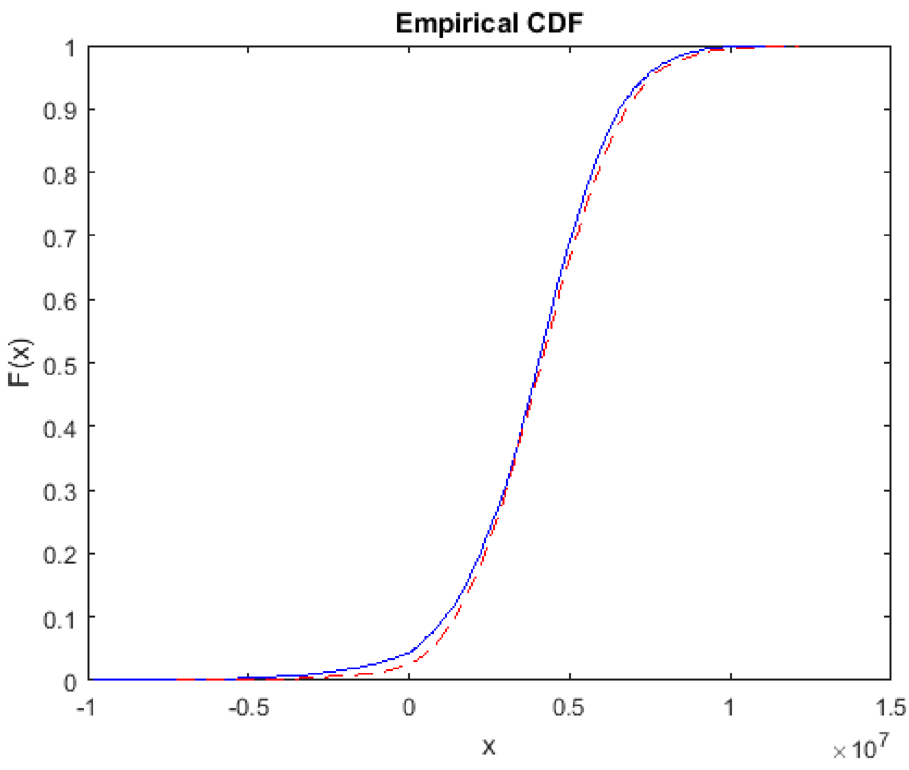
Stokastisella dominanssilla voidaan parhaimmillaan saada selville strategioiden välinen paremmuusjärjestys vertailemalla niistä simuloituja jakaumia. Aloitamme vahvimmasta stokastisen dominanssin ehdosta, eli ensimmäisen asteen stokastisesta dominanssista (First Degree Stochastic Dominance = FSD).

Oletetaan, että vakuutusyhtiön johto haluaa päättää kahden eri strategian väliltä, joiden (empiiriset) kertymäfunktiot satunnaismuuttujan $X$ suhteen ovat $F(x)$ ja $G(x)$. Ainut vaatimus johdon (yksiulotteisesta) hyötyfunktiosta $u$ FSD-ehdon suhteen on, että $u' \geq 0$. Triviaalitapauksen välttämiseksi on myös oltava väli, jossa $u' > 0$. Tämä oletus hyötyfunktiosta on heikoin oletus johdon preferensseistä, eikä ole kovinkaan rajoittava, sillä oletamme ainoastaan että enemmän on parempi kuin vähemmän.

$F$ dominoi $G$:tä ensimmäisen asteen stokastisen dominanssin mielessä, jos ja vain jos

$$F(x) \leq G(x)\ \forall x \iff E_F u(x) \geq E_G u(x)\ \forall \text{ kasvavilla } u. \tag{12}$$

Yllä merkintä $E_F u(x)$ tarkoittaa hyödyn odotusarvoa kertymäfunktion $F$ suhteen, ja vastaavasti $G$:lle. Lisäksi on oltava ainakin yksi piste, jossa tarkka erisuuruus $F(x) > G(x)$ pätee, ja ainakin yksi $u$, jolle $E_F u(x) > E_G u(x)$ pätee (H. Levy 2006). Hyödyn odotusarvon jakaumalle $F$ on siis oltava suurempi kuin jakaumalle $G$, ja geometrisesti tulkittuna $F$:n tulee jäädä $G$:n alle. Kuvassa 3 on esimerkki tilanteesta, jossa on ensimmäisen asteen stokastinen dominanssi.




Kuva 3: Katkoviivan jakauma dominoi yhtenäistä viivaa FSD-mielessä

Stokastisella dominanssilla on yleisesti ottaen myös yhteyksiä tilastollisiin tunnuslukuihin joko välttämättömien tai riittämättömien ehtojen muodossa. FSD:n tapauksessa esimerkiksi yksi välttämätön ehto on, että $E_F(x) > E_G(x)$, eli odotusarvo $F$:n jakaumasta on aidosti suurempi kuin odotusarvo $G$:n jakaumasta. Tunnuslukujen ja FSD:n yhteyksistä lisää kirjassa H. Levy (2006).

Päätöksentekijä, joka haluaa enemmän mieluummin kuin vähemmän, ei siis valitse FSD-dominoitua vaihtoehtoa. FSD on vahvin stokastisen dominanssin muoto, eli se implikoi myös kaikkia korkeamman asteen dominansseja. On huomionarvoista, että FSD-ehto rikkoutuu, jos on olemassa yksikin piste missä edellä esitetyt ehdot eivät päde. Tämän takia kyseessä on varsin vahva ehto, jolloin FSD-dominoiva strategia saattaa todellisuudessa olla melko harvinainen. Siirrytään seuraavaksi tarkastelemaan hieman vähemmän vahvaa ehtoa, eli toisen asteen stokastista dominanssia.

### 2.4.2 Toisen asteen stokastinen dominanssi

Toistaiseksi olemme olettaneet päätöksentekijän hyötyfunktiosta $u$ ainoastaan sen, että $u' \geq 0$. Jos voimme olettaa lisäksi, että päätöksentekijä on riskiä karttava, voidaan muodostaa päätössääntö toisen asteen stokastisen dominanssin muodossa (Second Degree Stochastic Dominance = SSD) (H. Levy 2006). Hyöytyfunktion kannalta riskien välttäminen voidaan mallintaa siten, että aiempien oletusten lisäksi $u$:n toiselle derivaatalle pätee $u'' \leq 0$ (ja lisäksi vähintään yksi piste, jossa $u'' < 0$). Toisin sanoen hyötyfunktion tulee olla konkaavi.

Käyttäen samaa notaatiota kuin FSD-kappaleessa, niin $F$ dominoi $G$:tä toisen asteen stokastisen dominanssin mielessä jos ja vain jos

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{z} (G(x) - F(x))dx \geq 0 \ \forall z \\ &\iff E_F u(x) - E_G u(x) \geq 0 \ \forall \text{ konkaaveilla } u, \end{aligned} \tag{13}$$

ja lisäksi tarkan erisuuruuden on pädettävä jollain $z$ ja konkaavilla $u$. Geometrisesti tulkittuna SSD tarkoittaa, että $F$:n ei tarvitse olla kaikkialla $G$:n alapuolella, mutta $G - F$:n integraalin tulee olla aina ei-negatiivinen. Tästä seuraa, että $F$:n pitää olla ainakin integrointivälin alkupäässä $G$:n alapuolella. Koska työssä käsitellään diskreettejä havaintoja, niin käytännössä tässäkin integraali korvataan summalla.

Välttämättömiä ehtoja tunnuslukujen mielessä SSD:lle on muun muassa $E_F(x) \geq E_G(x)$, eli nyt aidon erisuuruuden ei tarvitse päteä toisin kuin FSD:n tapauksessa. Toinen välttämättön ehto on $\min_F(x) \geq \min_G(x)$, eli $F$:n pienimmän arvon on oltava vähintään yhtä suuri kuin $G$:n pienin arvo, toisin sanoen $G$:n vasemmän hännän on oltava paksumpi.

FSD-oletusten lisäksi riskiä karttava päätöksentekijä ei valitse SSD-dominoitua strategiaa. SSD on siis heikompi päätössääntö kuin FSD, jossa tehdään yksi oletus enemmän hyötyfunktiosta. Jos $F$ dominoi $G$:tä FSD-mielessä, niin se dominoi myös SSD-mielessä. FSD on siis riittävä ehto SSD:lle. Käänteinen ei kuitenkaan päde. FSD- ja SSD-päätössääntöjä käyttämällä tulee koko jakauma huomioitua, toisin kuin tunnuslukuja käytettäessä. Voimme siis saada selville ainakin joidenkin strategioiden paremmuusjärjetyksen, siten että ei tarvitse olettaa hyötyfunktion täsmällistä muotoa.

On olemassa myös korkeamman asteen stokastisia dominansseja, mutta päätimme sivuttaa ne tässä työssä, sillä halusimme edetä mahdollisimman vähillä oletuksilla. Siirrytään seuraavaksi tarkastelemaan ensimmäisen asteen stokastisen dominanssin muotoa, jossa sallitaan ehdon rikkoutuminen.

### 2.4.3 Melkein stokastinen dominanssi

Tämän alaluvun teoria pohjautuu pääosiin artikkeliin M. Levy (2012). Kuten aiemmin todettu, ensimmäisen asteen stokastinen dominanssi on varsin vahva ehto, millä ei välttämättä kovinkaan usein pystytä määrittämään strategioiden paremmuusjärjestystä. Ajatellaan esimerkiksi tilannetta, missä $F$ on $G$:n alapuolella pientä väliä lukuunottamatta. Tällöin FSD-ehto on rikkoutunut, mutta useimmat päätöksentekijät valitsisivat todennäköisesti edelleen mieluummin $F$:n. Tällöin voidaan ottaa avuksi melkein stokastinen dominanssi (ASD = Almost Stochastic Dominance), jolla saadaan selville kuinka lähellä FSD-ehdon päteminen on.

Olkoon $S$ kaikkien kaikkien mahdollisten simuloinnin realisaatioiden $x$ väli. Melkein stokastinen dominanssi tarkoittaa, että $F(x) \leq G(x)$ pätee melkein kaikkialla, paitsi suhteellisen pienellä välillä jossa dominanssiehto rikkoutuu. Merkitään väliä, jossa FSD-ehto rikkoutuu $S_1$:llä:

$$S_1(F, G) = \{x : G(x) < F(x)\}. \tag{14}$$

Määritellään $\epsilon_1$:llä FSD-ehdon rikkoneen pinta-alan ja kertymäfunktioiden välisen kokonaispinta-alan välistä suhdetta:

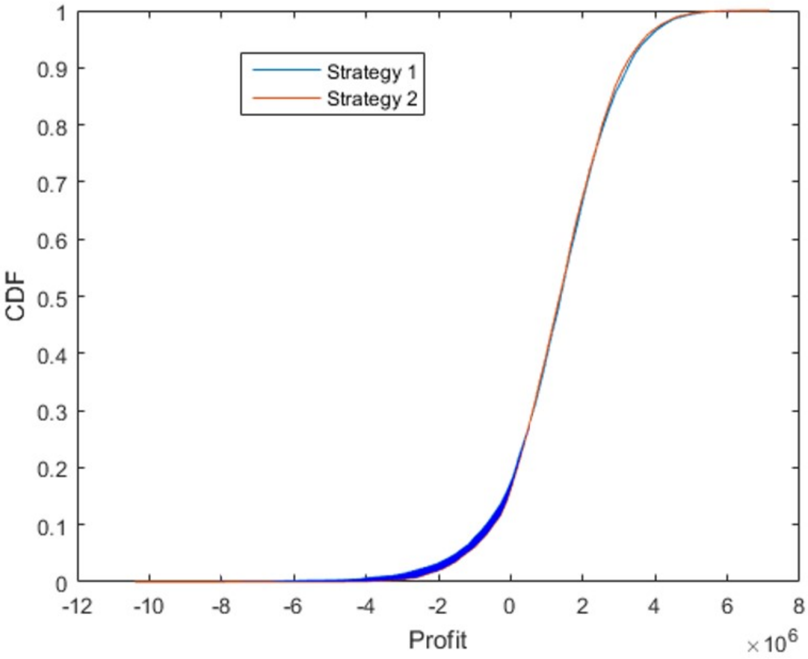
$$\epsilon_1 \equiv \frac{\int_{S_1} (F(x) - G(x))}{\int_S |F(x) - G(x)|}. \tag{15}$$

Jotta saamme vastaavan määritelmän diskreetille tapaukselle, merkitään kahden eri strategian simuloinnin ulostulot järjestyksessä $x^{F_1} \leq x^{F_2} \leq \cdots \leq x^{F_n}$ ja $x^{G_1} \leq x^{G_2} \leq \cdots \leq x^{G_n}$, jolloin

$$\epsilon_1 = \frac{\sum_{i:x^{F_i} > x^{G_i}} (x^{F_i} - x^{G_i})}{\sum_{i=1}^{n} |x^{F_i} - x^{G_i}|}. \tag{16}$$

Jos $\epsilon_1 < 0.5$, niin voidaan sanoa että $F$ "$\epsilon_1$-melkein FSD-dominoi" $G$:tä. Mitä pienempi $\epsilon_1$, sitä vahvempi dominanssi. Mikäli $\epsilon_1 = 0$, FSD-ehto ei rikkoudu ollenkaan. Tämä ei kuitenkaan implikoi suoraan, että $F$ FSD-dominoi $G$:tä, sillä se ei ota huomioon vaatimusta aidosta erisuurudesta vähintään yhdessä pisteessä. Sallittu FSD-ehdon rikkoutumisen suuruus riippuu tietenkin päätöksentekijästä, mutta on huomionarvoista, että mikäli $\epsilon_1$ on lähellä puolikasta, on FSD-ehdon rikkonut pinta-ala $\approx$ puolet kokonaispinta-alasta, jolloin ei välttämättä voida varsinaisesti sanoa toisen strategian olevan parempi kuin toinen. ASD:n ja tunnuslukujen/momenttien yhteydestä katso Guo, Wong ja Zhu (2013).

Kuvassa 4 on esimerkinomaisesti empiiriset kertymäfunktiot kahden eri strategian simuloiduista arvoista yhtiön voitolle. Tarkastellaan melkein stokastista dominanssia sinisen (kohdassa $Profit = -2$ ylempi käyrä) kertymäfunktion kannalta, jolloin FSD-ehdon rikkova pinta-ala (jossa sininen käyrä on oranssin käyrän yläpuolella) on väritetty sinisellä. Epsilonin arvoksi saadaan $\epsilon_1 = 0.679$, mikä tarkoittaa että sininen kertymäfunktio **ei** dominoi oranssia ASD-mielessä, vaan pikemminkin oranssi ASD-dominoi sinistä arvolla $1 - 0.679 = 0.321$. Esimerkin tilanne on kuitenkin juuri sellainen, että ei välttämättä pystytä kovin järkevästi valitsemaan näiden kahden strategian väliltä.




Kuva 4: Käyrien väliin jäänyt tummennettu alue kuvastaa FSD-ehdon rikkonutta pinta-alaa strategian 1 (ylempi käyrä kohdassa $Profit = -2$) kannalta

Melkein stokastinen dominanssi antaa kuitenkin käyttökelpoisen jatkeen ensimmäisen asteen stokastiselle dominanssille sellaisiin tilanteisiin, jossa $F$ dominoi $G$:tä melkein kaikkialla. Keskitymme tässä työssä vain ensimmäisen asteen melkein stokastiseen dominanssiin, eli tarkempi englanninkielinen vaste on Almost First Degree Stochastic Dominance (AFSD). Tässä työssä kuitenkin viittaukset molempiin lyhenteisiin ASD ja AFSD tarkoittavat samaa, eli ensimmäisen asteen melkein stokastista dominanssia. Korkeampien asteiden melkein stokastista dominanssia käsitellään muun muassa artikkeleissa M. Levy (2012) sekä Tzeng, Huang ja Shih (2013).

Toistaiseksi olemme tutkineet stokastista dominanssia vain yhden muuttujan suhteen. Tehokkaita strategioita tunnistettaessa on kuitenkin otettava huomioon enemmän kuin yksi taseen erä, jolloin tulee tarkastella dominanssiehtoja erikseen eri taseen erille, tai käytettävä moniulotteista stokastista dominanssia, jota käsitellään seuraavassa alaluvussa.

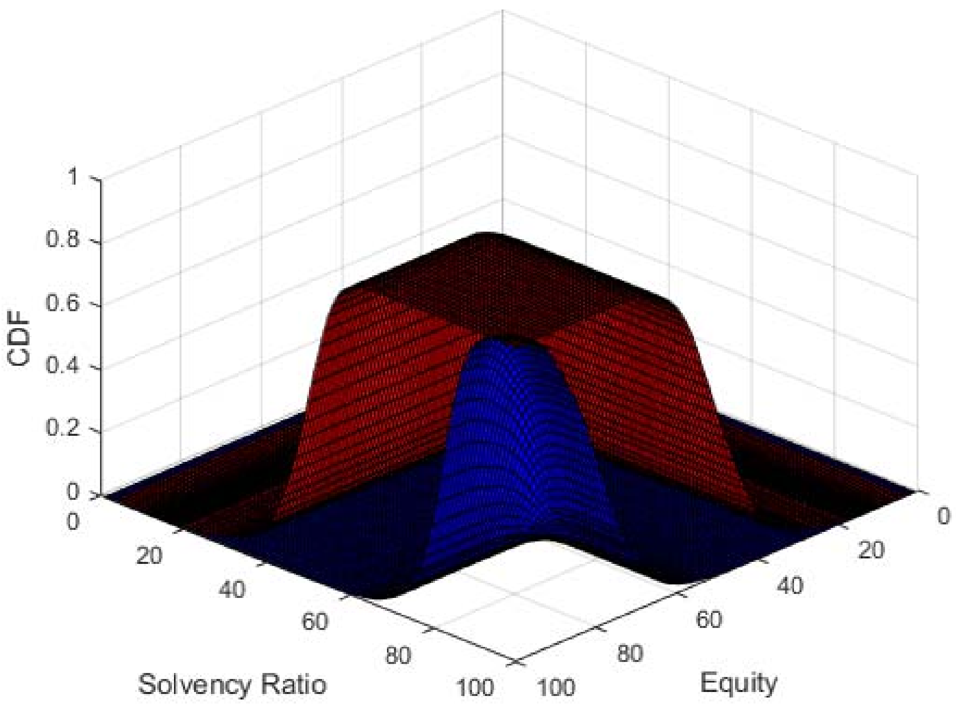
### 2.4.4 Moniulotteinen stokastinen dominanssi

Seuraavaksi yleistämme stokastisen dominanssin käsitteen moniulotteisiin tapauksiin. Alaluvun teoria pohjautuu pääosin lähteisiin Yalonetzky (2011) ja Crawford (2005). Vaikka yhden muuttujan tapauksessa toisen (tai jopa kolmannen) asteen dominanssi voi olla relevanttia, keskitymme jälleen vain ensimmäiseen asteen dominanssiin, sillä korkeammat asteet ovat monessa dimensiossa vaikeammin tulkittavissa.

Ehdot moniulotteisessa stokastisessa dominanssissa (MSD = Multidimensional Stochastic Dominance) riippuvat päätöksentekijän moniulotteisesta hyötyfunktiosta $U(x_1, x_2, ..., x_n)$. Mikäli hyötyfunktiofunktion ristiderivaatat ovat nollia, eli $\frac{\partial^2 U}{x_i x_j} = 0 \ \forall i \neq j$, riittää tarkastella jokaisen marginaalijakauman FSD-ehtoa erikseen. Tämä pätee, jos hyötyfunktio on additiivinen $U(x_1, x_2, ..., x_n) = u_1(x_1) + u_2(x_2) + \cdots + u_n(x_n)$. (Scarsini 1988) Muussa tapauksessa muuttujien yhteisjakaumalla on merkitystä, jolloin tulee tarkastella moniulotteisen kertymäfunktion dominanssia. Yalonetzky (2011), Guo ja Wong (2016), sekä Denuit, Eeckhoudt, Tsetlin et al. (2013) käsittelevät aiheen teoriaa tarkemmin, mutta käytännössä MSD toimii samalla tavalla kuin yhden muuttujan tapauksessakin. Siinä missä yhden muuttujan $x$ FSD-ehto oli $F(x) \leq G(x) \ \forall x$, niin $n$:n muuttujan $x_1, x_2, ..., x_n$ tapauksessa $n$-ulotteiselle kertymäfunktiolle riittävä ehto on $F(x_1, x_2, ..., x_n) \leq G(x_1, x_2, ..., x_n) \ \forall x_1, x_2, ..., x_n$. Tällöin sama ehto pätee myös kaikille marginaalijakaumille $F(x_i)$, $F(x_i, x_j)$, $F(x_i, x_j, x_k)$ ja muuttujien yhdistelmille.

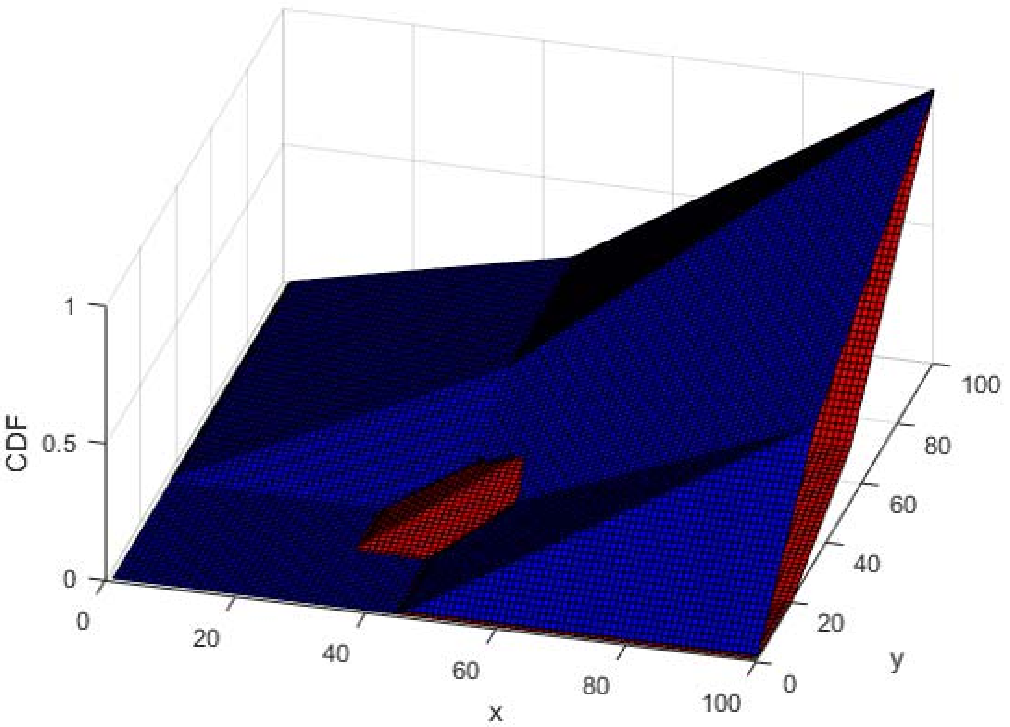
Kuvassa 5 on esimerkki kahden muuttujan ($X_1$ = vakavaraisuusaste ja $X_2$ = pääoma) tapauksesta. Nyt geometrinen tulkinta FSD-dominanssille on, että satunnaismuuttujien $X_1$ ja $X_2$ yhteisjakauman kertymäfunktion $F(x_1, x_2)$ pinnan tulee olla toisen pinnan $G(x_1, x_2)$ alla. Kuvassa 5 sininen pinta siis dominoi selvästi punaista pintaa. Korkeammissa dimensioissa geometrinen tulkinta on jo hyvin hankalaa.

Moniulotteisen stokastisen dominanssin avulla voimme vertailla suoraan strategioita, joihin on otettu mielivaltainen määrä muuttujia mukaan. Käytännössä tarkasteltavia muuttujia tulee olemaan 3-4. Melkein stokastista dominanssia moniulotteisessa tapauksessa emme löytäneet kirjallisuudesta oikeastaan lainkaan. Totesimme kuitenkin mallinrakennusvaiheessa, että ASD on suoraviivaisesti yleistettävissä myös useampaan dimensioon. Hyvin usein FSD-ehdon rikkoutuminen tapahtuu reunajakaumilla, eli samoin kuin yksiulotteisissa jakaumissa. Teoriassa on kuitenkin mahdollista, vaikkakin harvinaista, että reunajakaumilla FSD-ehto pätee, mutta jossain muualla muuttujien yhteisjakaumaa ei päde. Konstruoimme manuaalisesti tällaisen tilanteen




Kuva 5: FSD kahden muuttujan tapauksessa

kahdelle muuttujalle, joka on esitetty kuvassa 6.




Kuva 6: FSD-ehdon rikkoutuminen muuttujien yhteisjakauman keskellä

Kuvan 6 jakaumat eivät selvästikään ole kovin realistisen näköisiä, mutta siitä näemme tilanteen, jossa FSD-ehto punaisen jakauman kannalta rikkoutuu ainoastaan muuttujien yhteisjakaumien kertymäfunktioiden "keskellä"reunajakaumien sijaan. Yhdessä dimensiossa $\epsilon_1$ on pinta-alojen suhde, joten kahdessa dimensiossa se on vastaavasti tilavuuksien suhde. Kuvan 6 esimerkissä punainen jakauma dominoi sinistä arvolla $\epsilon_1 = 0.0105$.

Seuraavassa luvussa esitellään, millä tavoin hyödynnämme tässä luvussa esiteltyjä päätössääntöjä eri strategioista simuloitujen vakuutusyhtiön taseen erien jakaumien ja jakaumajoukkojen vertailuun.

# 3 Malli

## 3.1 Tutkimusongelman lähestyminen

Alkuperäistä tutkimusongelmaa lähestyttiin tutkimalla ensin kirjallisuudesta löytyvää materiaalia yksi- ja moniulotteisten jakaumien vertailuun. Moniulotteisten jakaumien vertailuun ei löytynyt kirjallisuudesta moniulotteista stokastista dominanssia lukuun ottamatta muita tutkimusongelmaan sopivia menetelmiä, jotka säilyttäisivät alkuperäisten jakaumien sisältämän informaation ja tekisivät mahdollisimman vähän oletuksia päätöksentekijästä.

Erityisesti moniulotteisesta stokastisesta dominanssista löytyvä kirjallisuus oli myös rajallista, minkä seurauksena esimerkiksi AFSD dominanssia sovellettiin tässä työssä myös moniulotteisille jakaumille, vaikka kirjallisuudesta tästä ei löytynyt esimerkkejä. AFSD:n soveltaminen koettiin tärkeäksi, sillä pelkkien FSD ja SSD dominanssien tarkasteleminen johti usein tilanteeseen, jossa mikään strategia ei ole dominoitu tai dominoiva. Hyötyfunktioiden tai niiden kertoimien määrittäminen koettiin epärealistiseksi ja liian paljon oletuksia tekeväksi menetelmäksi, ja niiden käyttöä pyrittiin välttämään työssä viimeiseen asti. Seuraavassa on esitelty hyvin vähän oletuksia tekevä visuaalinen strategioiden vertailumenetelmä yleisesssä tapauksessa, minkä jälkeen toimivuutta kokeillaan yksinkertaisten esimerkkistrategioiden avulla. Vertailun vuoksi tutkitaan myös hyötyfunktioiden käyttöä vastaavassa esimerkkitapauksessa tekemällä yksinkertaistavia oletuksia.

## 3.2 Excel-malli

Pelkkiä stokastisten dominanssien lukuja tarkastelemalla on hyvin haastavaa päätellä strategian hyvyyttä tai huonoutta. Eri strategioiden jakaumat ja jakaumakombinaatiot saattavat dominoivat toisiaan ristiin, jolloin kokonaiskuvasta on vaikea saada selkoa. Jakaumien kombinaatioilla tarkoitetaan kaikkia mahdollisia yksi- ja moniulotteisia jakaumia, jotka voidaan muodostaa yksiulotteisista jakaumista. Koska työssä pyritään pitämään kaikki mahdollinen informaatio mukana mahdollisimman pitkään, ei stokastisten dominanssien antamaa informaatiota haluta tiivistää tunnusluvuiksi. Ryhmämme päättikin lähestyä ongelmaa visualisoinnin kautta luomalla ns. strategiamatriisin, jossa kaikkien mahdollisten strategiaparien kaikki yksi- ja moniulotteiset dominanssit esitetään matriisin soluissa värikoodattuina. Tätä on havainnollistettu kuvassa 7.

| | | Strategia 1 | | | Strategie 2 | | | Strategia 3 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Strategia 1 | | EV | VaR_5 | cVaR_5 | FSD | AFSD | SSD | FSD | AFSD | SSD |
| | J1 | -74360 | -2E+06 | -2E+06 | 0,5 | 0,5313 | 1 | 0,5 | 0,5237 | 1 |
| | J2 | 365868 | -1E+06 | -2E+06 | 0,5 | | 0,5 | 0,5 | | 0,5 |
| | J3 | 2,5877 | 2,2941 | 2,1328 | 0,5 | 0,9854 | 0,5 | 0,5 | 0,9883 | 0,5 |
| | J4 | 9E+06 | 7E+06 | 7E+06 | 0,5 | 0,5313 | 1 | 0,5 | 0,5237 | 1 |
| | J1 & J2 | | | | 0,5 | 0,9021 | | 0,5 | 0,8653 | |
| | J1& J3 | | | | 0,5 | 0,7705 | | 0,5 | 0,8426 | |
| | J1& J4 | | | | 0,5 | 0,9597 | | 0,5 | 0,9701 | |
| | J2 & J3 | | | | 0,5 | 0,7014 | | 0,5 | 0,6928 | |
| | J2 & J4 | | | | 0,5 | 0,9021 | | 0,5 | 0,8653 | |
| | J3 & J4 | | | | 0,5 | 0,7705 | | 0,5 | 0,8426 | |
| | J1& J2 & J3 | | | | 0,5 | 0,9406 | | 0,5 | 0,947 | |
| | J1& J2 & J4 | | | | 0,5 | 0,8593 | | 0,5 | 0,8957 | |
| | J2 & J3 & J4 | | | | 0,5 | 0,9088 | | 0,5 | 0,8786 | |
| | J1& J3 & J4 | | | | 0,5 | 0,9406 | | 0,5 | 0,947 | |
| | J1& J2 & J3 & J4 | | | | 0,5 | 0,9483 | | 0,5 | 0,9542 | |
| Strategia 2 | | FSD | AFSD | SSD | EV | VaR_5 | cVaR_5 | FSD | AFSD | SSD |
| | J1 | 0,5 | 0,4687 | 0 | -75390 | -1E+06 | -2E+06 | 0,5 | 0,8299 | 1 |
| | J2 | 0,5 | | 0,5 | 365868 | -1E+06 | -2E+06 | 0,5 | | 0,5 |
| | J3 | 0,5 | 0,0146 | 0,5 | 2,6022 | 2,3016 | 2,1546 | 0,5 | 0,8834 | 0,5 |
| | J4 | 0,5 | 0,4687 | 0 | 9E+06 | 8E+06 | 7E+06 | 0,5 | 0,8299 | 1 |
| | J1 & J2 | 0,5 | 0,0979 | | | | | 0,5 | 0,866 | |
| | J1& J3 | 0,5 | 0,2295 | | | | | 0,5 | 0,9692 | |
| | J1& J4 | 0,5 | 0,0403 | | | | | 0,5 | 0,8433 | |
| | J2 & J3 | 0,5 | 0,2986 | | | | | 0,5 | 0,8988 | |
| | J2 & J4 | 0,5 | 0,0979 | | | | | 0,5 | 0,866 | |
| | J3 & J4 | 0,5 | 0,2295 | | | | | 0,5 | 0,9692 | |
| | J1& J2 & J3 | 0,5 | 0,0594 | | | | | 0,5 | 0,9364 | |
| | J1& J2 & J4 | 0,5 | 0,1407 | | | | | 0,5 | 0,9751 | |
| | J2 & J3 & J4 | 0,5 | 0,0912 | | | | | 0,5 | 0,858 | |
| | J1& J3 & J4 | 0,5 | 0,0594 | | | | | 0,5 | 0,9364 | |
| | J1& J2 & J3 & J | 0,5 | 0,0517 | | | | | 0,5 | 0,9274 | |
| Strategia 3 | | FSD | AFSD | SSD | FSD | AFSD | SSD | EV | VaR_5 | cVaR_5 |
| | J1 | 0,5 | 0,4763 | 0 | 0,5 | 0,1701 | 0 | -72465 | -1E+06 | -2E+06 |
| | J2 | 0,5 | | 0,5 | 0,5 | | 0,5 | 365868 | -1E+06 | -2E+06 |
| | J3 | 0,5 | 0,0117 | 0,5 | 0,5 | 0,1166 | 0,5 | 2,6075 | 2,2923 | 2,1681 |
| | J4 | 0,5 | 0,4763 | 0 | 0,5 | 0,1701 | 0 | 9E+06 | 8E+06 | 7E+06 |
| | J1 & J2 | 0,5 | 0,1347 | | 0,5 | 0,134 | | | | |
| | J1& J3 | 0,5 | 0,1574 | | 0,5 | 0,0308 | | | | |
| | J1& J4 | 0,5 | 0,0299 | | 0,5 | 0,1567 | | | | |
| | J2 & J3 | 0,5 | 0,3072 | | 0,5 | 0,1012 | | | | |
| | J2 & J4 | 0,5 | 0,1347 | | 0,5 | 0,134 | | | | |
| | J3 & J4 | 0,5 | 0,1574 | | 0,5 | 0,0308 | | | | |
| | J1& J2 & J3 | 0,5 | 0,053 | | 0,5 | 0,0636 | | | | |
| | J1& J2 & J4 | 0,5 | 0,1043 | | 0,5 | 0,0249 | | | | |
| | J2 & J3 & J4 | 0,5 | 0,1214 | | 0,5 | 0,142 | | | | |
| | J1& J3 & J4 | 0,5 | 0,053 | | 0,5 | 0,0636 | | | | |
| | J1& J2 & J3 & J | 0,5 | 0,0458 | | 0,5 | 0,0726 | | | | |

Kuva 7: Stokastisen dominanssin visualisointi strategiamatriisilla.

Strategiamatriisissa kaikki tarkasteltavat strategiat, eli tavat vaikuttaa tarkasteltaviin jakaumiin, on esitetty sekä matriisin riveissä että sarakkeissa. Kukin strategiamatriisin solu on ns. alimatriisi, jossa rivit muodostuvat kaikista mahdollisista jakaumien kombinaatioista, ja sarakkeet muodostuvat diagonaalilla jakaumien tunnusluvuista, ja muualla kuin diagonaalilla dominansseista FSD, AFSD ja SSD. SSD:lle moniulotteista dominanssia ei lasketa, minkä vuoksi ne näkyvät alimatriisissa tyhjinä soluina.

Koska matriisin diagonaalilla on kukin strategia itseään vasten, diagonaalilla ei ole järkevää esittää dominansseja. Diagonaalilla esitetäänkin kunkin strategian yksiulotteisten jakaumien perustunnuslukuja, kuten odotusarvo (EV, Expected Value), VaR 5% ja CVaR 5%. Diagonaalilla käytetään liikennevalo–värikoodausta, missä väri kertoo, kuinka hyvä kyseinen arvo on suhteessa muihin strategioihin. Vihreä väri merkitsee sitä, että kyseisen tunnusluvun arvo on paras mahdollinen verrattuna kaikkien muiden strategioiden vastaavaan arvoon, ja punainen väri puolestaan merkitsee sitä, että kyseinen tunnusluku on kaikkein huonoin verrattuna muiden strategioiden vastaavaan arvoon.

Strategiamatriisin diagonaalia lukuun ottamatta solut eli alimatriisit ovat muotoa ”Rivin $i$ strategia dominoi sarakkeen $j$ strategiaa alimatriisin rivin $k$ jakauman ja sarakkeen $l$ dominanssin mukaisesti". Arvot on valittu siten, että ne ovat yhtenevät AFSD:n esittämän arvon kanssa eli arvo 0.5 merkitsee, että dominanssia ei ole. Vastaavasti arvo 0 merkitsee, että rivi dominoi saraketta, ja arvo 1 merkitsee, että rivi on dominoitu. Esimerkiksi kuvan 7 rivin $i = 3$ Strategia 3 dominoi sarakkeen $j = 1$ Strategiaa 1 alimatriisin rivin $k = 1$ J1-jakauman ja sarakkeen $l = 3$ SSD-dominanssin mukaisesti arvolla 0. Vastaavasti moniulotteisen jakauman "J1 & J2"kohdalla esimerkiksi FSD dominanssia ei ole, sillä arvo on 0.5 ($i = 2$, $j = 1$, $k = 5$, $l = 1$). Kukin dominanssin arvo esitetään värikoodattuna siten, että vihreä merkitsee rivin strategian dominoivan sarakkeen strategiaa, ja punainen merkitsee rivin olevan dominoitu sarakkeen strategialle. Tyhjässä alimatriisin solussa on tapahtunut nollalla jakaminen, eikä sitä huomioida tarkasteluissa.

Strategiamatriisi toteutetaan laskemalla ensin MATLAB-ohjelmistolla kunkin strategian yksiulotteisten jakaumien tunnusluvut sekä stokastiset dominanssit kaikille mahdolliselle strategia- ja jakaumakombinaatioille, ja tämän jälkeen tulostamalla nämä luvut Microsoft Exceliin matriisimuotoon. Lopuksi värikoodit asetetaan Excelin soluihin. Lopputuloksena on matriisi, josta värikoodien ansiosta saa yleiskuvan strategian dominansseista.

## 3.3 Esimerkki

Tässä kappaleessa tutkitaan esimerkinomaisesti visuaalisaation toimivuutta yksinkertaisilla strategiavaihtoehdoilla. Strategiavaihtoehdot on rajattu koskemaan strategiakomponentteja, joita simulaatiotyökalulla voidaan muuttaa helposti. Tarkasteltavia strategioita on yhteensä yhdeksän, ja ne saadaan kahta eri strategiakomponenttia muuttamalla: suojausaste ja sijoitusinstrumentin myynti/osto. Suojausasteella tarkoitetaan tässä prosenttiosuutta, jolla vakuutusyhtiö voi suojata mahdolliset tappiot, jotka aiheutuvat muista yhtiön omistamista sijoitusinstrumenteista. Suojausaste voi vaihdella välillä $[0, 1]$, missä arvo 0 tarkoittaa, että suojausta ei ole lainkaan, ja arvo 1 puolestaan täyttä suojausta. Sijoitusinstrumentin myynnillä tai ostolla tarkoitetaan sijoitusinstrumentin ostoa rahasummalla väliltä $[-40000, 40000]$. Negatiivinen luku tarkoittaa sijoitusinstrumentin myyntiä ja positiivinen luku ostoa.

Esimerkissä käytetyt yhdeksän strategiavaihtoehtoa on esitetty alla.

1. **0EQHedge-40000eqtrade**: 0% suojausaste, 40000 rahayksikön arvoisen sijoitusinstrumentin myynti
2. **50EQHedge-40000eqtrade**: 50% suojausaste, 40000 rahayksikön arvoisen sijoitusinstrumentin myynti
3. **100EQHedge-40000eqtrade**: 100% suojausaste, 40000 rahayksikön arvoisen sijoitusinstrumentin myynti
4. **0EQHedge40000eqtrade**: 0% suojausaste, 40000 rahayksikön arvoisen sijoitusinstrumentin osto
5. **50EQHedge40000eqtrade**: 50% suojausaste, 40000 rahayksikön arvoisen sijoitusinstrumentin osto
6. **100EQHedge40000eqtrade**: 100% suojausaste, 40000 rahayksikön arvoisen sijoitusinstrumentin osto
7. **0EQHedge0eqtrade**: ei suojausta, eikä myydä tai osteta sijoitusinstrumenttejä
8. **50EQHedge0eqtrade**: 50% suojausaste, eikä myydä tai osteta sijoitusinstrumenttejä
9. **100EQHedge0eqtrade**: 100% suojausaste, eikä myydä tai osteta sijoitusinstrumenttejä

Tarkasteltavassa esimerkissä tutkitaan taseen simuloinnin tuloksena kullekin strategialle saatuja jakaumia SR, Profit, NAV ja Equity ajanhetkellä $t = 2$ vuotta eli kahden vuoden päässä nykytilasta. Esimerkissä ainut päätöksentekijästä tehtävä oletus on se, että päätöksentekijän oletetaan haluavan maksimoida kaikkia edellä mainittuja jakaumia, eli "enemmän on parempi" –oletus pätee. Jotta strategiat ovat vertailukelpoisia, simulaatio ajetaan kaikille strategioille samalla siemenluvulla. Strategioiden jakaumien histogrammit ja kumulatiiviset jakaumat on esitetty liitteessä B.

Huomionarvoista on, että Excel-mallia ei voida validoida aiemmin hyviksi tai huonoiksi todettuja strategioita vasten, sillä hyviä ja huonoja strategioita ei ole määritelty. Esimerkin tarkoitus on kartoittaa visuaalisaation hyötyjä, ja tarkastella pystyykö sen avulla löytää parasta mahdollista strategiaa tai sulkea pois osan strategiavaihtoehdoista. Jos rivillä on paljon vihreää, voidaanko todeta strategian olevan yleisesti hyvä tai parempi kuin muut? Toisaalta, jos rivillä on paljon punaista, voidaanko strategia sulkea pois vaihtoehdoista?

Vertailun vuoksi strategioita tutkitaan myös tilanteessa, jossa tehdään yksinkertaistavia oletuksia. Strategioiden vertailusta tehdään Excel-mallia vastaava tapaustutkimus käyttäen hyötyfunktiota strategioiden järjestämiseen. Pyrkimyksenä on kokeilla saadaanko Excel-mallin antamien tuloksien kanssa yhdenmukaisia tuloksia.

Ensinnäkin vakuutusyhtiön johdon oletetaan olevan riskiä karttava ja heidän hyötyfunktionsa oletetaan olevan kaikille yksittäisille jakaumille negatiivinen eksponenttifunktio kaavan (10) mukaan parametrilla $a = 1$.

Toiseksi oletetaan, että moniulotteisessa tapauksessa hyötyfunktio on additiivinen, toisin sanoen hyöty voidaan laskea summana neljän jakauman negatiivisista eksponenttifunktioista. Tässä vaiheessa moniulotteisen jakauman tutkiminen pelkistyy reunajakaumien tutkimiseen.

Kolmanneksi odotettu hyöty lasketaan summana käyttäen painotuksia yksittäisten jakaumien odotetuille hyödyille. Painot ovat seuraavat: SR $=$ 0,05 , Profit $=$ 0,5 , NAV $=$ 0,25 ja Equity $=$ 0,2. Suurimmalla painolla on voiton tuottaminen. Vakavaraisuusaste (SR) jätetään pienimmälle painolle, koska sen absoluuttisella arvolla ei sinällään ole kovin suurta merkitystä, kunhan se pysyy tarpeeksi korkealla. Tämän huomioimiseen palataan myöhemmin.

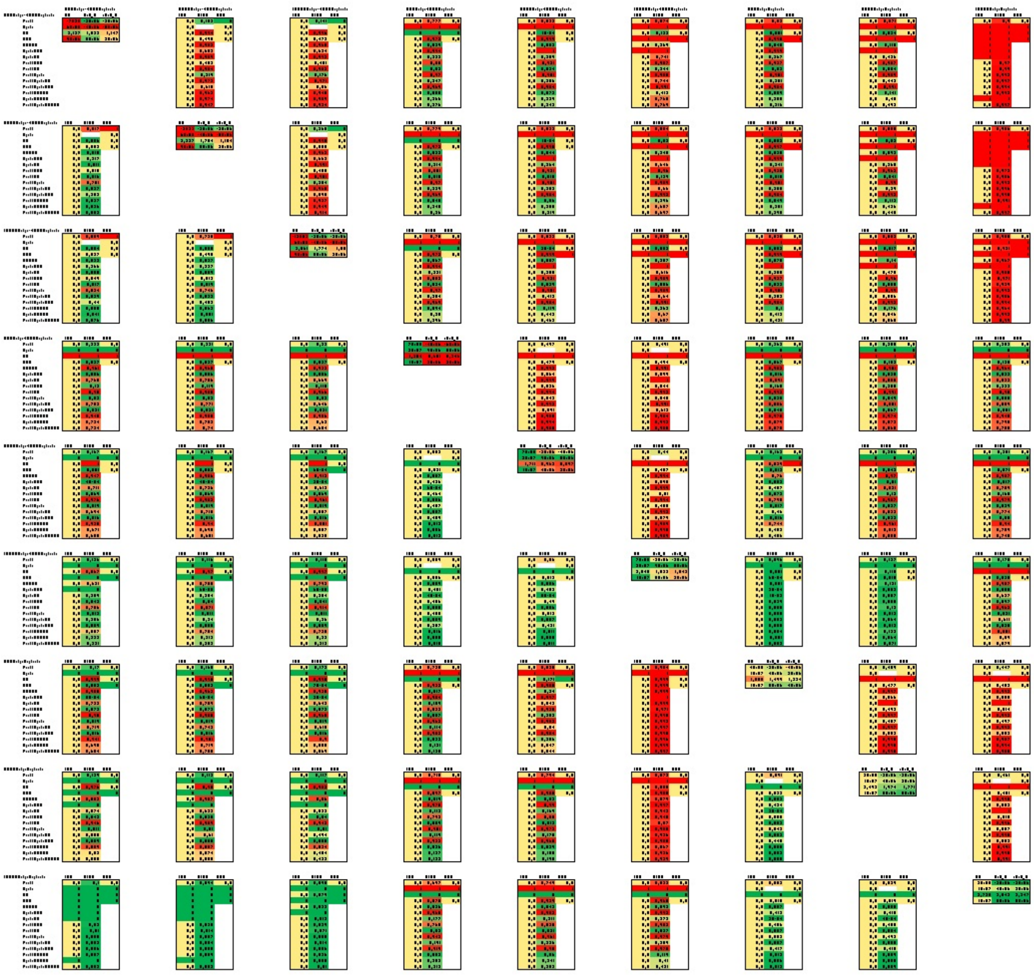
Jotta ensimmäinen oletus on järkevä, skaalataan kaikki jakaumien arvot ensin välille $[0, 1]$. Skaalaus tehdään etsimällä globaalit maksimit ja minimit kullekin jakaumalle kaikkien ajanhetkien ja strategioiden yli. Tässä toki menetetään informaatio eri attribuuttien suurudesta, mutta toisaalta hyötyfunktioiden käytön tavoitteena on järjestää strategiat paremmuusjärjestykseen. Painoista tehdyn kolmannen oletuksen järkevöittämiseksi skaalataan saadut hyödyt myös välille $[0, 1]$.

Lisäksi hyötyfunktioiden kautta lähestymisessä otetaan huomioon myös aikadimensio. Vakavaraisuusaste on parametri, jonka tulee pysyä tietyn rajan yläpuolella. Tämä huomioidaan jaottelemalla strategiat kelpoihin ja epäkelpoihin Conditional Value at Risk -ehdolla. Jos millä tahansa ajanhetkellä strategian $CVaR_5(SR) \leq 1$ , on strategia epäkelpo ja sen odotettu hyöty asetetaan nollaksi. Tämä on yksinkertainen tapa huomioida aikadimensio. Ajatuksena taustalla on, että sillä ei ole mitään väliä kuinka hyvin pärjätään aikavälin lopussa, jos vakuutusyhtiön toiminta on häiriintynyt aikavälillä.

Simulaatiot ajetaan samoilla parametriväleillä kuin Excel-mallinkin tapauksessa, mutta ajoissa käytetään huomattavasti tiheämpää pisteistöä. Tuloksena saadaan kuvaaja, jossa akseleina ovat strategiaparametrit, eli suojausaste ja instrumenttien ostomäärä. Additiivinen odotettu hyöty kullakin parametrikombinaatiolla on esitetty kuvaajassa väriskaalalla. Tällaisesta kuvaajasta voidaan tulkita eri strategioiden keskinäinen järjestys ja eri komponenttien vaikutusten suuruus.

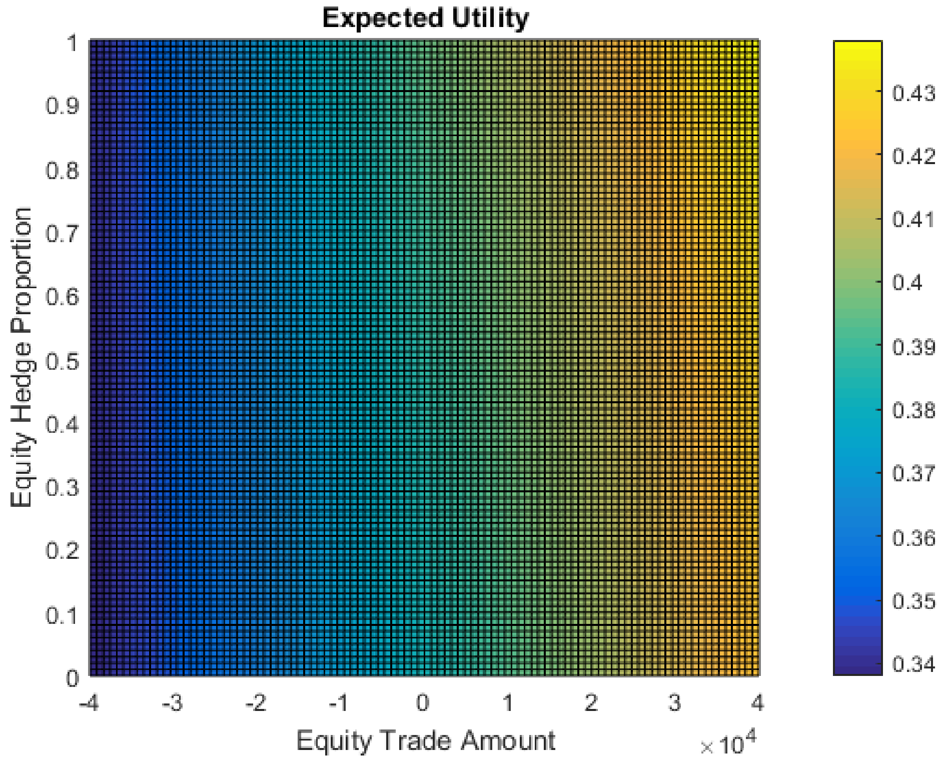
# 4 Tulokset

Kuvassa 8 on esitetty esimerkin strategioiden simuloinnin tuloksena saatu strategiamatriisi. Jakaumakombinaatiot ja sarakkeiden selitykset ovat alimatriiseissa samat kuin kuvassa 7. Kuvassa rivit ja sarakkeet ovat samassa järjestyksessä kuin ne aiemmin on esitetty kappaleessa 3.3. Kuvasta nähdään, että eniten vihreää on riveillä 6 ja 9, ja eniten punaista on vastaavasti riveillä 1, 2 ja 3. Yksiulotteisten jakaumien tunnusluvut ovat värikoodien perusteella parhaimmat diagonaaliakselin riveillä 6, 8 ja 9. Värikoodien perusteella parhaimpien eli muita dominoivien strategioiden voisi todeta olevan rivin 6 eli strategian 100EQHedge40000eqtrade tai rivin 9 eli strategian 100EQ-Hedge0eqtrade. Värikoodien perusteella huonoimpien eli eniten dominoitujen strategioiden voisi todeta olevan rivit 1, 2 ja 3 eli niitä vastaavat strategiat 0EQHedge-40000eqtrade, 50EQHedge-40000eqtrade ja 100EQHedge-40000eqtrade.



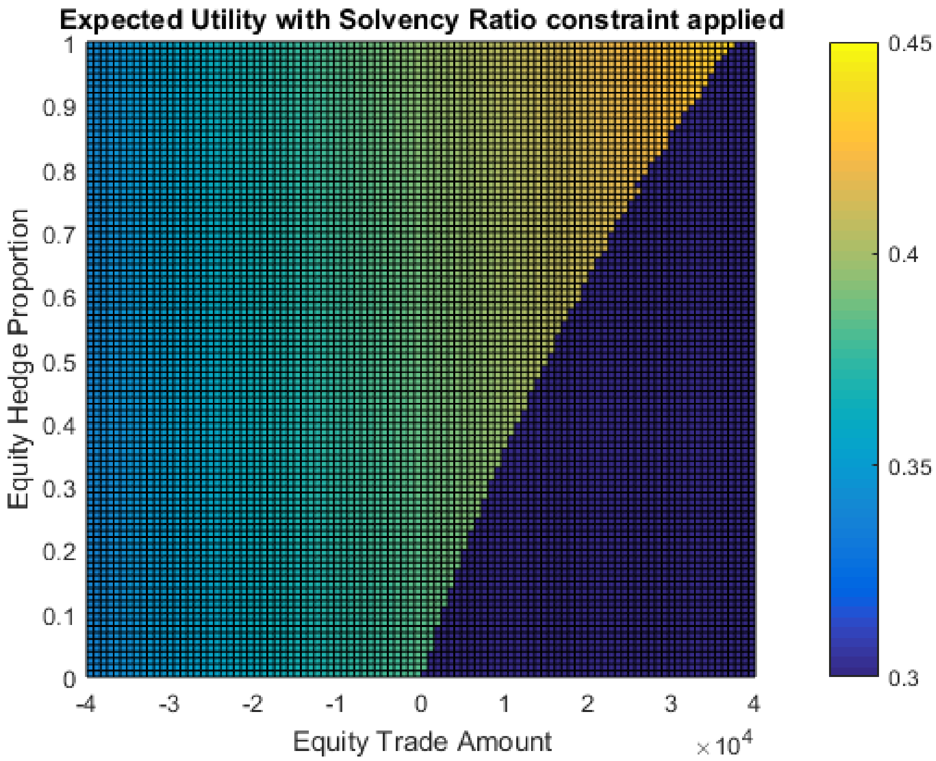
Kuva 8: Strategiamatriisi kaikille yhdeksälle strategialle ajanhetkellä $t = 2$ vuotta.

Kuvassa 9 on esitettynä odotettu hyöty eri strategioille laskettuna 100x100 suojausasteen ja instrumenttien oston arvokombinaatioilla. Kuvasta huomataan, että sinisellä merkitty alhainen odotettu hyöty keskittyy kuvan vasempaan reunaan, jossa sijoitusinstrumenttien osto on negatiivinen eli riskisiä osakesijoituksia myydään pois. Vastaavasti korkeammat keltaisella merkityt arvot painottuvat oikeaan reunaan, jossa riskisiä sijoitusinstrumentteja ostetaan lisää. Näyttäisi myös hieman siltä, että oikeassa ylänurkassa on kaikkein keltaisinta aluetta, eli odotetun hyödyn kannalta parhaassa strategiassa suojattaisiin täysin ja ostettaisiin eniten lisää sijoitusinstrumentteja. Odotetun hyödyn maksimi $EU = 0,4380$ löytyykin oikeasta ylänurkasta ja strategian nimi on 100EQHedge40000eqtrade.




Kuva 9: Odotettu hyöty esitettynä väriskaalalla eri strategioille, joilla strategiaparametreina suojausaste ja instrumenttien osto.

Kuvassa 10 on esitettynä vastaava odotetun hyödyn laskenta kuin edellisessä kuvassa 9, mutta vakavaraisuusasteen $CVaR_5$-arvolle on asetettu rajaksi 1 kaikkien ajanhetkien yli. Tämä karsii osan strategioista epäkelvoiksi, jotka näkyvät tummansinisellä kuvaajan oikeassa alanurkassa. Huomataan, että matalan suojausasteen sekä riskisten sijoitusinstrumenttien ostoja sisältävät strategiat eivät täytä vakavaraisuuden ehtoa. Käypien strategioiden joukossa järjestys ei muutu. Odotetun hyödyn kannalta paras strategia on nyt kuitenkin oikean ylänurkan 100EQHedge37600eqtrade, jolla odotettu hyöty on $EU = 0,4356$. Tämä on hieman pienempi, kuin rajoittamattomassa tapauksessa.




Kuva 10: Odotettu hyöty esitettynä väriskaalalla eri strategioille, joilla strategiaparametreina suojausaste ja instrumenttien osto. $CVaR_5$-ehdon vakavaraisuusasteelle rikkovat epäkelvot strategiat ovat tummansinisellä alueella.

# 5 Yhteenveto

Työn päätavoitteena oli löytää menetelmiä simuloitujen vakuutusyhtiön taseen erien jakaumien ja jakaumajoukkojen vertailuun. Stokastinen dominanssi eri muodoissaan osoittautui tätä tarkoitusta varten soveltuvimmaksi menetelmäksi tiettyjen tunnuslukurajoitusten ohella. Tämän pohjalta teimme Matlab-pohjaisen työkalun, jolla voi saada yleiskuvan hyvistä ja huonoista strategioista värikoodatun Excelin avulla. Lisäksi vertailimme strategioita laskemalla odotusarvoisia hyötyjä, mikä vaati useiden lisäoletusten tekemisen.

Moniulotteisten jakaumien tutkiminen on päätöksentekijän kannalta olennaista, mutta osoittautui hieman haasteellisemmaksi kuin yksiulotteisten jakaumien vertailu, sillä se vaatii enemmän oletuksia päätöksentekijän hyötyfunktiosta. Jos moniulotteinen hyötyfunktio voidaan olettaa additiiviseksi muuttujien suhteen, ei ole edes hyödyllistä tutkia moniulotteisia jakaumia, koska tällöin riittää tutkia ainoastaan reunajakaumien stokastisia dominansseja. Mikäli hyötyfunktiossa sen sijaan on ristitermejä muuttujien suhteen, tulee muuttujien yhteisjakauma ottaa huomioon stokastista dominanssia käytettäessä. Tällöin tarvitaan kuitenkin oletuksia ristitermien derivaattojen merkeistä, mikä hankaloittaa moniulotteisten jakaumien vertailua entisestään.

Excel-mallin värikoodien perusteella kaksi parasta strategiaa olivat 100EQHedge40000eqtrade ja 100EQHedge0eqtrade, mikä viittaisi siihen, että hyvällä strategialla suojausasteen tulisi olla 100%.Vertailuesimerkin hyötyfunktioiden avulla saadun kuvan 9 pinnan perusteella korkeampi suojausaste tuottaa kuitenkin vain hieman suuremman odotusarvoisen hyödyn. Sijoitusinstrumenttien osto/myynti sen sijaan vaikuttaa vertailuesimerkin perusteella huomattavasti enemmän odotusarvoiseen hyötyyn. Tosin tämä saattaa johtua esimerkiksi siitä, että muille kuin SR:lle annettiin yhteensä suuret 95%:n painot. Painojen vuoksi sijoitusinstrumentteja ostettaessa Profit, SR ja NAV muuttuvat ostojen mukaisesti, mikä puolestaan vaikuttaa odotusarvoiseen hyötyyn. Kuvasta 10 nähdään, että SR:n huomiotta jättäminen aiheuttaisi Excel-mallissa todellisuudessa strategian hylkäämisen, sillä Excel-mallin mukaan SR ei alita lukua 1 toisena vuonna, kun se todellisuudessa alittuu jollakin ajanhetkellä ennen toista vuotta. Excel-malli antaa sellaisenaan yleiskuvan strategioiden hyvyydestä, mutta SR:n alittuminen tulisi huomioida esimerkiksi merkitsemällä epäkelvot strategiat omalla värikoodillaan.

Työhön sisältyi useita rajoituksia. Jotta jakaumia voitiin vertailla edes jollain tasolla, jouduttiin minimioletuksena päätöksentekijästä tekemään “enemmän on parempi” -oletus. Strategia-avaruus rajattiin cFrame työkalun mukaisesti koskemaan vain niitä parametreja, jonka muuttamisen simulaatio-ohjelmisto mahdollisti - suojausastetta ja sijoitusinstrumenttien ostoa. Näiden komponenttien muutoksella ei saada toisistaan perustavanlaatuisesti eroavia strategioita aikaan, mutta silti simulaation tuloksena saatiin toisistaan eroavia lopputulemia. Strategiakomponenttien määrän lisäys olisi mahdollistanut mielenkiintoisempien ja toisistaan eroavien lopputulemien vertailun.

Työn kannalta olisi ollut myös mielenkiintoista tutkia, miten johto voi reagoida eri tilanteisiin kesken simulaation, mutta se ei ollut tämän kurssin puitteissa mahdollista. Excel-mallissa aikadimensiota ei otettu huomioon. Simulaation tuloksesta tutkittiin vain viimeistä vuotta, eikä mallissa huomioitu esimerkiksi SR:n tippumista alle yhden aikavälillä. Aikadimensio otettiin kuitenkin huomioon odotusarvoiseen hyötyyn perustuvassa mallissa, jossa strategioiden kelpoisuus SR:n suhteen tutkittiin kaikkien ajanhetkien yli ja epäkelpojen strategioiden ymmärrettiin tuottavan nollahyödyn. Aikadimension huomioiminen muulla tapaa olisi kasvattanut tehtävän vaativuutta. Vastaavia ehtoja olisi kuitenkin mahdollista ottaa mukaan useampia.

Vertailun vuoksi olisi mielenkiintoista tutkia myös vaihtoehtoisia tapoja stokastisten dominanssien esittämiseen. Stokastisia dominansseja on mahdollista esittää myös esimerkiksi graafimuodossa, jos vertailtavia strategioita ja jakaumia on riittävän vähän. Tällöin eri strategiat esitetään solmuina ja stokastiset dominanssit solmujen välisillä kaarilla. Kaarien paksuus voisi kertoa esimerkiksi dominanssin AFSD-vahvuudesta. Excel-mallin strategiamatriisi kuitenkin mahdollistaa myös suuren stokastisten dominanssien määrän esittämisen.

Yksittäisen strategian simulointi vei aikaa joitakin sekunteja käytössä olleella cFrame-mallilla. Laajemman ja realistisemman tapauksen simulointi vienee huomattavasti enemmän aikaa, jolloin strategioiden vertailu jouhevasti saattaa käydä liian raskaaksi. Toki tällöin voidaan simuloida vain muutamia strategioita läpi ja vertailla näitä keskenään.

Tulevaisuuden tutkimusta ajatellen ModelIT voisi esimerkiksi kokeilla Excel-mallia johonkin oikeaan asiakastapaukseen ja katsoa, saadaanko sillä järkeviä tuloksia päätöksenteon tuen kannalta, ja onko siitä ylipäätänsä hyötyä päätöksenteon tukena. Strategioiden kannalta uusia parametreja ja niihin lisättyä dynamiikkaa olisi mielenkiintoista tutkia. Tässä dynamiikalla tarkoitetaan parametrien optimointia kesken simulaation, esimerkiksi sellaisten tilanteiden kannalta, että mitä vakuutusyhtiön johto tekee jos näyttää siltä että vakavaraisuusaste on tippumassa vaarallisen alhaiselle tasolle?

# Viitteet


Abbas, A. E. ja Z. Sun (2015). ”Multiattribute Utility Functions Satisfying Mutual Preferential Independence”. *Operations Research* 62 (2), 378–393.

Crawford, I. (2005). *A Nonparametric Test of Stochastic Dominance in Multivariate distributions*. School of Economics Discussion Papers 1205. School of Economics, University of Surrey.

Denuit, M., L. Eeckhoudt ja B. Rey (2010). ”Some Consequences of Correlation Aversion In Decision Science”. *Annals of Operations Research* 176 (1), 259–269.

Denuit, M., L. Eeckhoudt, I. Tsetlin ja R. Winkler (2013). ”Multivariate Concave and Convex Stochastic Dominance”. Teoksessa: *Risk Measures and Attitudes*. Toim. F. Biagini, A. Richter ja H. Schlesinger. Springer-Verlag, London, 11–32.

Doff, R. (2008). ”A Critical Analysis of the Solvency II Proposals”. *The Geneva Papers* 33 (2), 193–206.

Guo, X. ja W-K. Wong (2016). *Multivariate Stochastic Dominance for Risk Averters and Risk Seekers*. MPRA Paper 70637. University Library of Munich, Germany.

Guo, X., W-K. Wong ja L. Zhu (2013). *Almost Stochastic Dominance and Moments*. MPRA Paper 49274. University Library of Munich, Germany.

Ingersoll, J. E. Jr. (1987). *Theory of Financial Decision Making*. Rowman & Littlefield, Savage, Maryland.

Keeney, R. ja H. Raiffa (1977). *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. Wiley, New York, NY.

Levy, H. (2006). *Stochastic Dominance, Investment Decision Making under Uncertainty*. 2nd. Springer, New York, NY.

Levy, M. (2012). ”Almost Stochastic Dominance and Efficient Investment Sets”. *American Journal of Operations Research* 2 (3), 313–321.

Louden, J.D. ja H.E. Miettinen (2003). ”A Multivariate Method for Comparing N-dimensional Distributions”. Teoksessa: *Proceedings of the Conference on Statistical Problems in Particle Physics, Astrophysics and Cosmology, PHYSTAT*, 207–210.

Rosenbaum, P.R (2005). ”An Exact Distribution-free Test Comparing Two Multivariate Distributions Based On Adjacency”. *Journal of the Royal Statistic Society* 67 (4), 515–530.

Salminen, T. (2016). *Identification of Efficient Strategies*. Operaatiotutkimuksen projektityöseminaari, työn esittelykalvot, ModelIT.

Sarykalin, S., G. Serraino ja S. Uryasev (2008). ”Value-at-Risk vs. Conditional Value-at-Risk in Risk Management and Optimization”. Teoksessa:

*Tutorials in Operations Research: State-of-the-Art Decision-Making Tools in the Information-Intensive Age*. Toim. Z Chen, S Raghavan, P Grey ja H.J Greenberg. INFORMS, Online, 270–294.

Scarsini, M. (1988). "Multivariate stochastic Dominance with Fixed Dependence Structure". *Operations Research Letters* 7 (5), 237–240.

Tzeng, L. Y., R. J. Huang ja P. Shih (2013). "Revisiting Almost Second-Degree Stochastic Dominance". *Management Science* 59 (5), 1250–1254.

Weglarz, D. (2015). *What You Need to Know About Solvency II and Reinsurance*. [Online; 2.5.2016]. URL: `http://www.genre.com/knowledge/blog/what-you-need-to-know-about-solvency-ii-and-reinsurance-en.html`.

Yalonetzky, G. (2011). *Brief Introduction to Multidimensional Stochastic Dominance*. [Online; 4.5.2016]. URL: `http://www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/1.-OPHI-HDCA-SS11-Multidimensional-Stochastic-Dominance-GY.pdf`.

# A Itsearviointi

Kaiken kaikkiaan ryhmämme selviytyi projektityöstä aikataulussaan, ja lopputulos on alussa asetettujen tavoitteiden mukainen. Lopussa annettu lisäaika antoi mahdollisuuden keskittyä loppuraportin tekoon hieman suunniteltua pidemmän ajan. Alkuperäisenä tavoitteena oli löytää menetelmiä hyvien ja huonojen strategioiden vertailemiseen, ja projektisuunnitelman mukaisesti parhaimmillaan lopputuloksena syntyisi työkalu strategioiden vertailemiseen. Molemmat näistä toteutui, ja ryhmämme loi MATLAB-pohjaisen työkalun, jonka ulostulona saatavan Excelin tarkoituksena on auttaa päätöksentekijää strategioiden vertailussa värikoodien avulla. Tämän lisäksi toteutimme hyötyfunktioiden avulla vertailevan esimerkin, jossa tehtiin toivottua enemmän oletuksia päätöksentekijästä.

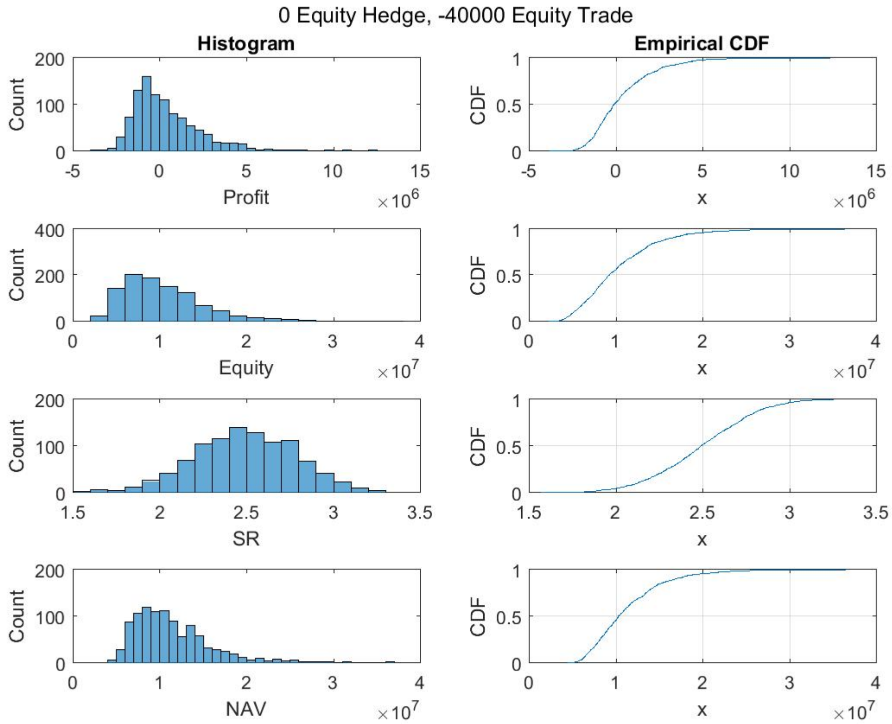
Ryhmämme jäsenet tapasivat keskenään säännöllisesti, jotta etenemisestä voitiin keskustella. Kommunikaation tärkeys huomattiin jo aikaisin projektin alussa, jolloin ryhmässämme huomattiin, että annettu tehtävä on haasteellinen, eikä siihen liittyvää kirjallisuutta ole suoraan olemassa. Alusta eteenpäin pääseminen vaati kaikilta työpanosta kirjallisuuskatsauksen suhteen. Vähäinen kirjallisuus toimi toki motivoivana tekijänä toimeksiannolle, mutta johti toisaalta siihen, että projektin alussa oli epäselvää, mihin ryhmämme oikeastaan tulisi fokusoitua – jakaumien vertailuun liittyvän kirjallisuuskatsauksen tekemiseen, parhaiden strategioiden / strategian komponenttien / mahdollisten päätössääntöjen löytämiseen vai päätöksentekoa tukevan MATLAB-työkalun tekemiseen löydetyillä vertailumenetelmillä. Lopputulemana ryhmämme teki osittain näitä kaikkia.

Projekti eteni kokonaisuudessaan projektisuunnitelman mukaisesti, johtuen osittain laajasti määritellyistä tehtäväpaketeista toimintasuunnitelmassa. Projektin alussa laajasti määriteltyjen tehtävien pilkkominen pienempiin osakokonaisuuksiin oli haastavaa, sillä tehtäväpaketin sisällöt olivat vielä epämääräiset. Tämän vuoksi alussa ei ollut mahdollista jakaa tehtäviä sellaisiin osakokonaisuuksiin, joita ryhmän jäsenet olisivat voineet tehdä itsenäisesti. Projektin suunnan selkeytyessä tehtäviä voitiin kuitenkin jakaa myös jäsenten kesken.

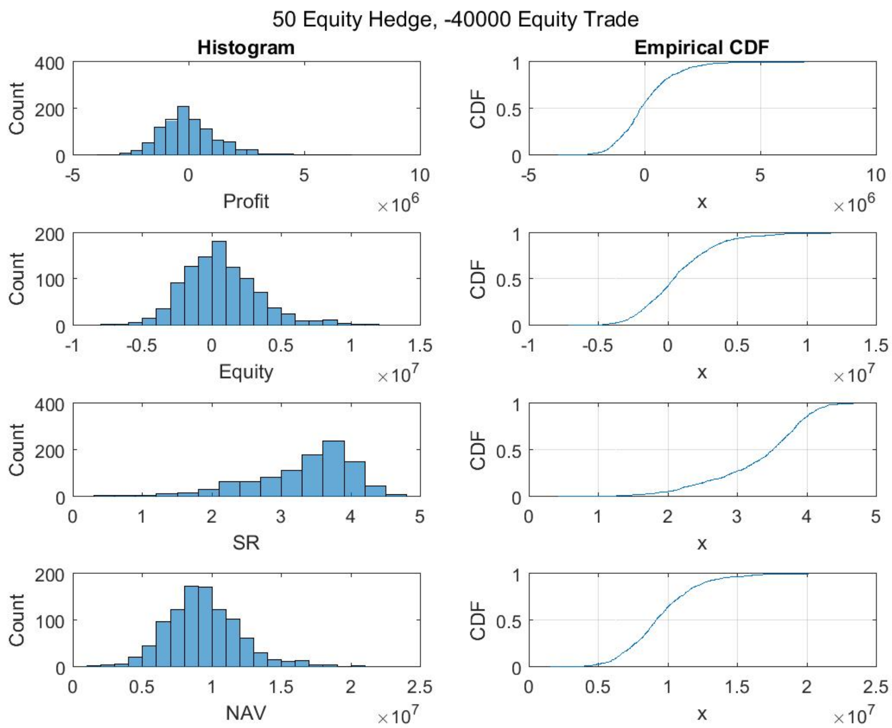
Kaikkia projektin riskejä ei oltu tunnistettu projektisuunnitelmassa. Erityisesti johdon strategioiden implementoiminen cFrame-työkaluun ei ollut niin yksinkertaista kuin ryhmässämme oletettiin. Tämän vuoksi johdon reagoimista eri tilanteisiin dynaamisesti kesken simulaation ei pystytty toteuttamaan. Strategiat olisi ollut hyvä määritellä aiemmin ja tarkemmin yhdessä toimeksiantajan edustajien kanssa, mikä olisi myös auttanut riskin tunnistamisessa jo aikaisemmin.

Lopuksi haluamme kiittää ModelIT:n edustajia mielenkiintoisesta ja haastavasta toimeksiannosta sekä saamastamme avusta. Toivon mukaan tämän projektin tuloksia voidaan hyödyntää simulaatiotyökalun lopputulosten tarkastelussa, ja lopulta myös asiakasyritysten tukena päätöksenteossa.

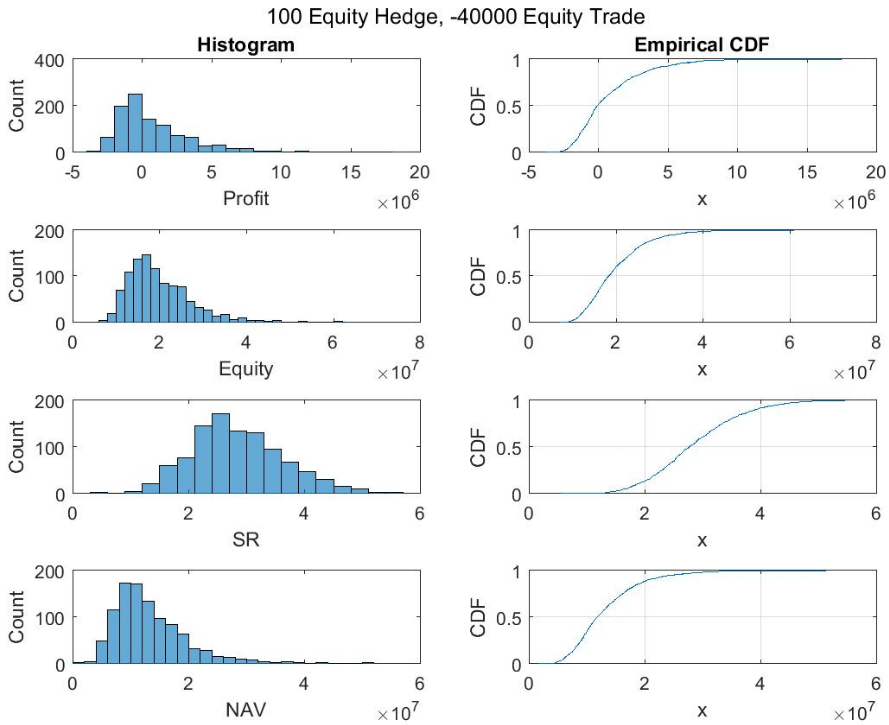
# B Jakaumien histogrammit ja kertymäfunktiot



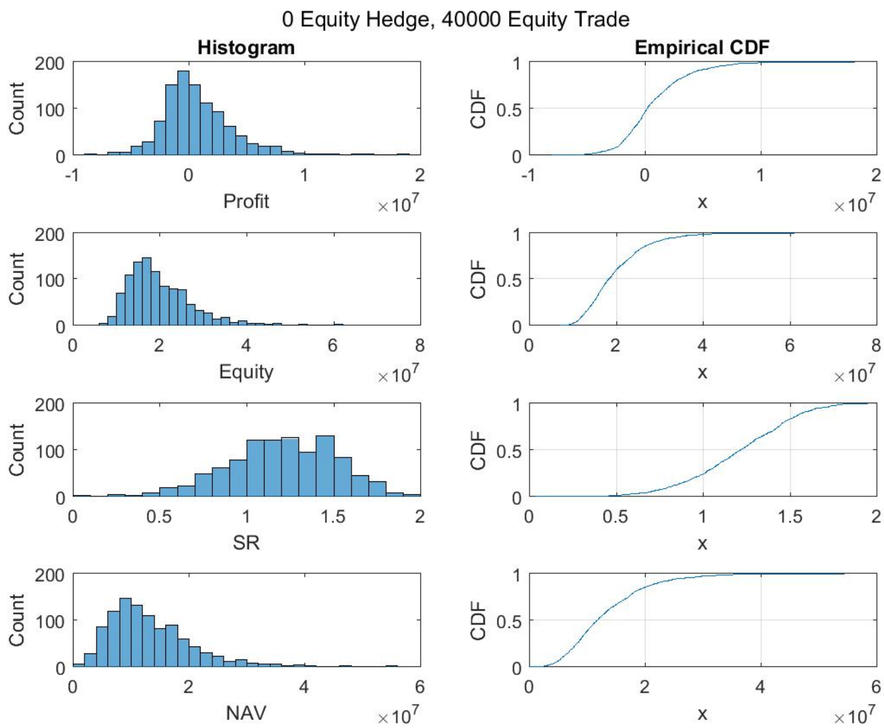

Kuva 11: Histogrammit ja kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat strategialle 0EQHedge-40000eqtrade



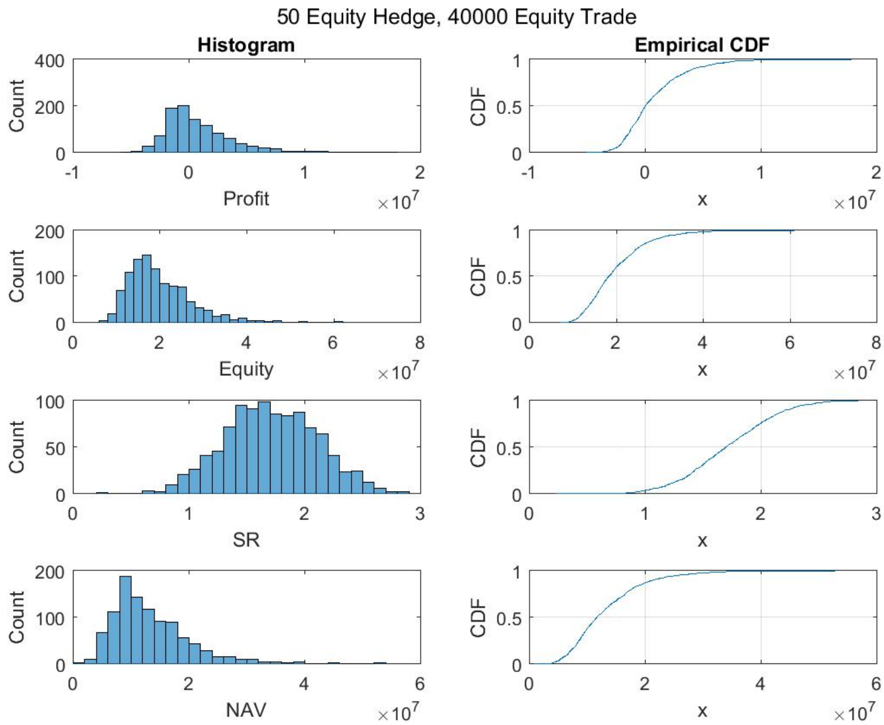

Kuva 12: Histogrammit ja kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat strategialle 50EQHedge-40000eqtrade



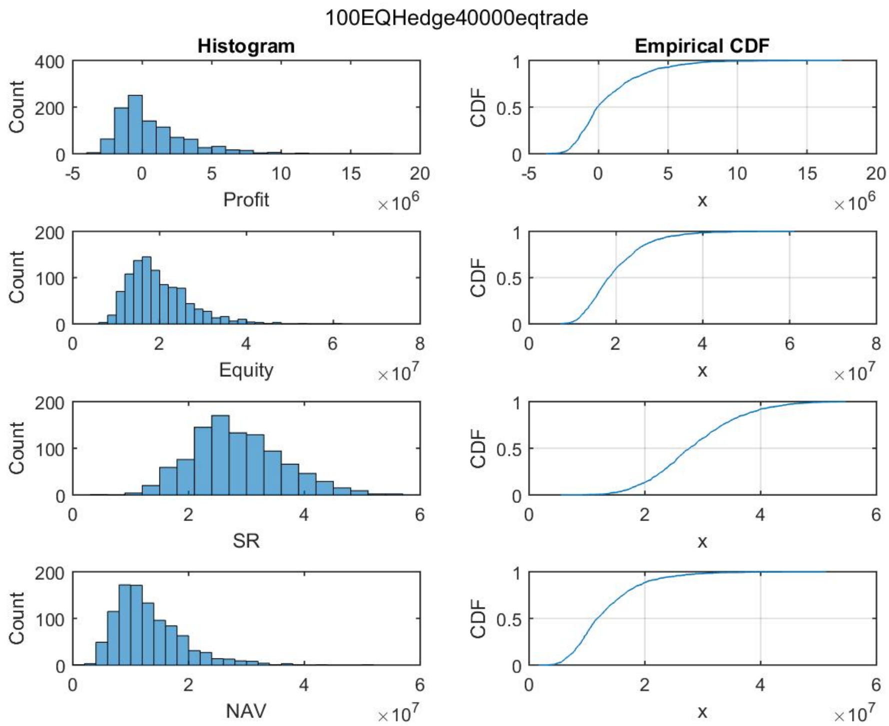

Kuva 13: Histogrammit ja kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat strategialle 100EQHedge40000eqtrade



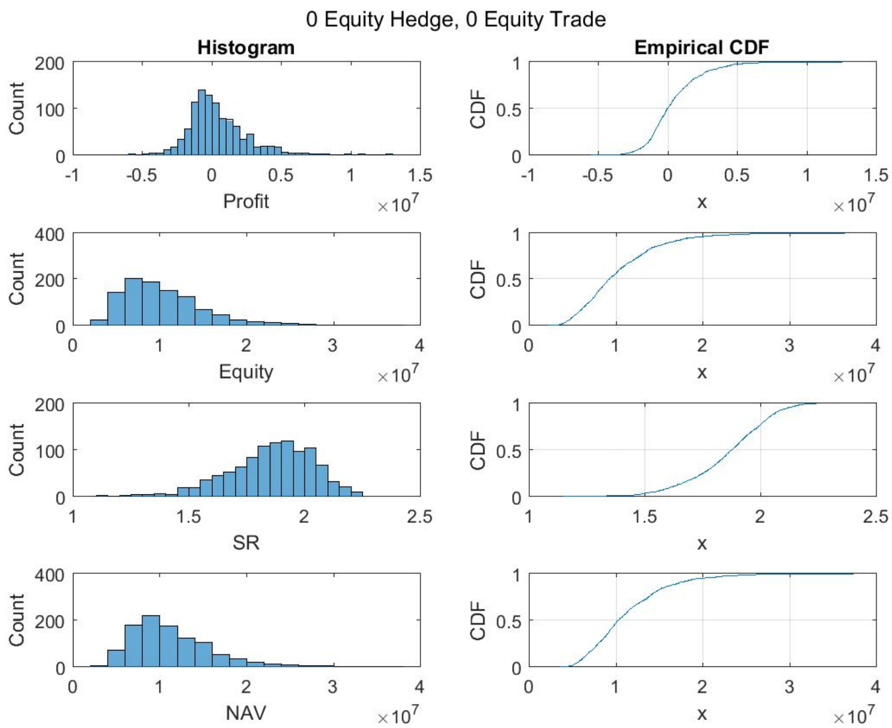

Kuva 14: Histogrammit ja kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat strategialle 0EQHedge40000eqtrade



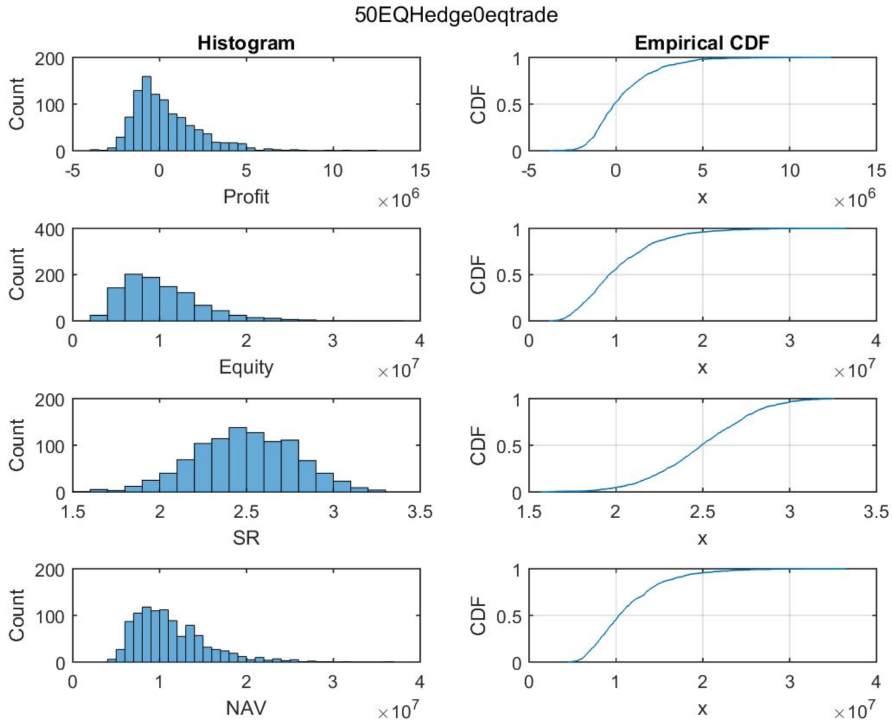

Kuva 15: Histogrammit ja kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat strategialle 50EQHedge40000eqtrade



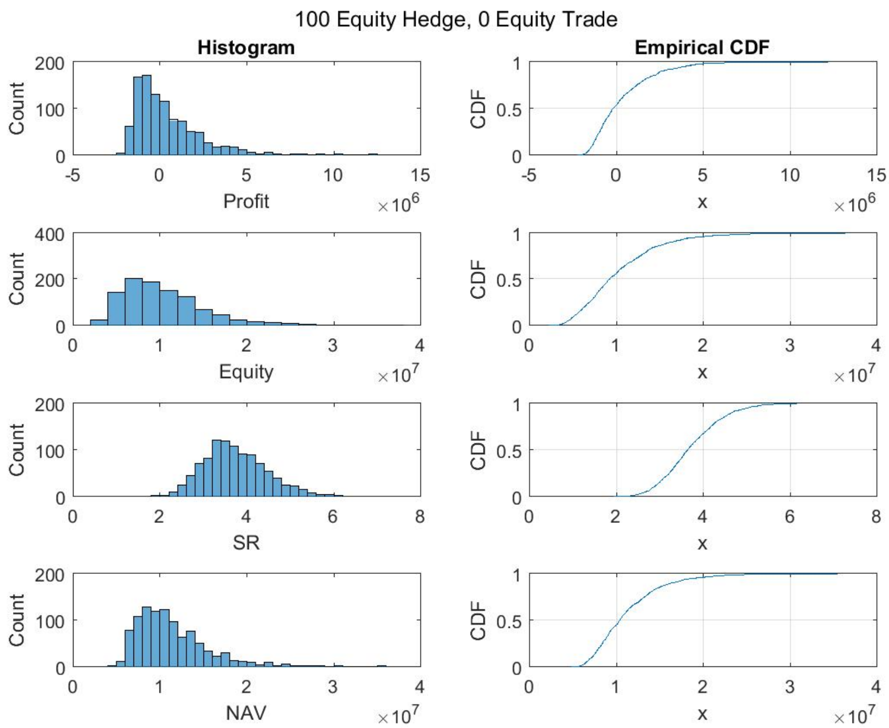

Kuva 16: Histogrammit ja kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat strategialle 100EQHedge40000eqtrade




Kuva 17: Histogrammit ja kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat strategialle 0EQHedge0eqtrade




Kuva 18: Histogrammit ja kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat strategialle 50EQHedge0eqtrade




Kuva 19: Histogrammit ja kumulatiiviset todennäköisyysjakaumat strategialle 100EQHedge0eqtrade