



Aalto-yliopisto
Perustieteiden
korkeakoulu

Optimization techniques for the moment-constrained entropy minimization problem on the sphere (Aihe-esittely)

Aleksi Porokka

16.06.2014

Ohjaaja: *Dr. Graham Alldredge*

Valvoja: *Prof. Harri Ehtamo*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Tausta

- Yksinkertaistettu lineaarinen kineettinen yhtälö muotoa

$$\partial_t F + \mathbf{\Omega} \cdot \nabla_x = \frac{\sigma}{4\pi} \langle F \rangle - \sigma F$$

- Otetaan edellisestä yhtälöstä momentit \mathbf{m} :n suhteen

$$\int_{\mathbb{S}^2} \mathbf{m} (\partial_t F + \mathbf{\Omega} \cdot \nabla_x) d\mathbf{\Omega} = \int_{\mathbb{S}^2} \mathbf{m} \left(\frac{\sigma}{4\pi} \langle F \rangle - \sigma F \right) d\mathbf{\Omega}$$

- Edellinen yhtälö on sama kuin

$$\partial_t \mathbf{u} + \nabla_x \cdot \langle \mathbf{m} \mathbf{\Omega} F \rangle = \sigma Q \mathbf{u}$$

$$\text{kun } \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \langle \mathbf{m} F \rangle$$

Tausta

- Koska emme tiedä F :ää, joudumme approksimoimaan sen, että saamme laskettua termin $\langle \mathbf{m}\Omega F \rangle$
- Approksimaatio valitaan siten, että se on ratkaisu konvekseen optimointitehtävään

$$\text{minimize } \langle \eta(g) \rangle$$
$$g \in L_+^1(d\Omega)$$

$$\text{subject to } \langle \mathbf{m}g \rangle = \mathbf{u}.$$

- Valitaan Maxwell-Boltzmann entropia ja ratkaistaan duaali

$$\text{minimize } f(\alpha) = \langle \exp(\alpha^T \mathbf{m}) \rangle - \alpha^T \mathbf{u}.$$
$$\alpha \in \mathbb{R}^{N+1}$$

Tavoitteet

- Tarkoitus vertailla Newtonin menetelmää ja Adaptive Cubic Overestimation (ACO) algoritmia duaalin ratkaisemisessa
- Algoritmien väliset nopeuserot
- Toimiiko ACO paremmin kuin Newton vaikeita tehtäviä ratkaistaessa

Rajaukset

- Tutkitaan vain edellä mainittuja algoritmeja
- Ratkaistaan tehtäviä vain malleille, joissa käytetään ensimmäisen ja toisen asteen momentteja

Työkalut

- Ohjelmoidaan Matlabiin tarvittavat algoritmit ja visualisoidaan tietyt tulokset myös sillä
- Olemassa olevaa C-koodia käytetään hyväksi ohjelmoitaessa

Tietolähteet

- Momenttimenetelmien teoriaa artikkeleista
- ACO:on tutustuminen:

Cartis, Coralia and Gould, Nicholas I. M. and Toint, Philippe L. (2007) **Adaptive cubic overestimation methods for unconstrained optimization**. Technical Report.

Aikataulu

- Työ aloitettu 02/2014
- Työn päätulokset valmiina 05/2014
- Aiheen esittely 06/2014
- Työn viimeistely 06/2014
- Valmiin työn esittely 08/2014