

Fundamental Theorems of Asset (FTAP I, II) Pricing in Discrete Time (aihe-esittely)

Panu Salonen

20.5.2025

Ohjaaja: *Jonas Tölle*

Valvoja: *Jonas Tölle*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Rahoitusteoreettinen tausta työnaiheelle

- Yleisesti rahoitusteorialla on pyrkimys hinnoitella erilaisia omaisuuseriä, keskiössä erityisesti optioiden hinnoittelu.
- Optiot ovat johdannaissopimuksia, jotka antavat ennalta määrättynä ajankohtana haltijalleen oikeuden, mutta ei velvollisuutta, toteuttaa option määrittelemä transaktio.
- Ideaalitilanteessa kaikkien omaisuuserien hinnoittelu markkinoilla olisi yksiselitteistä, mutta epävarmuuksien huomioiminen hinnoittelussa on haastavaa varsinkin jatkuvassa ajassa.

Rahoitusteoreettinen tausta työnaiheelle

- Diskreettiaikaiset mallit toimivat perustana matemaattisesti vaikeammille jatkuvan ajan markkikuvauksille.
- Markkinamallien järkevyyden perusehtona pidetään arbitraasivapaan hinnoittelun periaatteen toteutumista.
- Nämä markkinoita kuvaavat mallit eivät salli markkinatoimijan tehdä voittoa markkinoilla nollaa suuremmalla todennäköisyydellä ilman alkupääomaa tai tappion mahdollisuutta.
- FTAP:t yhdistävät diskreeteille markkinamalleille arbitraasivapauden ja ekvivalentin martingaalimitan, EMM, olemassaolon (I) sekä markkinan täydellisyyden ja EMM ainutkertaisuuden (II).

Tavoitteet

- Työn tavoitteena on määritellä matemaattista notaatiota hyödyntäen teoreemien kannalta keskeisiä käsitteitä kuten: itserahoittava portfolio, arbitraasi, EMM/riskineutraalimitta ja markkinoiden täydellisyys.
- Esitellä FTAP:t kehitetyn matemaattisen formulaation valossa ja selittää teoreemien merkitystä optioiden riskineutraalissa hinnoittelussa diskreettiaikaisissa malleissa.
- Esittää molemmille teoreemille ainakin pääpiirteiset todistukset.
- Laatia mahdollinen esimerkki riskineutraalista hinnoittelusta esimerkiksi binomimallilla.

Rajaukset

- Työ on lähinnä kirjallisuuskatsaus ei-jatkuvien hinnoittelumallien matemaattiseen formulointiin. Jatkuvan ajan hinnoittelua ei käsitellä.
- Pitäydytään tarkastelussa täydellisten markkinoiden oletuksissa ja epätäydelliset markkinat vain esitellään.
- Mahdolliset laskennalliset esimerkit käsittelevät vain yksinkertaisia eurooppalaisia optioita.

Menetelmät

- Kirjallisuuskatsaus olemassa olevaan teoriaan ja sen omaksuminen
- Sopivan matemaattisen formulaation luominen todennäköisyysteorian (todennäköisyysavaruus, filtraatio, ehdolliset odotusarvot) ja martingaaliteorian perusteiden (martingaali, riskineutraali mitta) osalta.
- Teoreettinen analyysi lauseita esittämällä ja niiden seurauksia tutkimalla sekä todistusten läpikäynnillä.

Tietolähteet

- Pääasiallinen lähde: Pascucci, A. (2011). PDE and Martingale Methods in Option Pricing. Springer Science & Business Media.
Muita lähteitä:
- Pliska, S.R. (1997). Introduction to mathematical finance: discrete time models. Malden, Mass.: Blackwell.
- Roman, S. (2004). Introduction to the mathematics of finance : from risk management to options pricing. New York: Springer.

Aikataulu

- 4/2025 Ohjaajan ehdottomaan kirjallisuuteen tutustumisen aloittaminen
- 5/2025 Aiheen tarkentaminen ja aihe-esittely
- 5/2025 Kirjallisuuskatsausmainen kirjoittaminen
- 6/2025 Kandityön mahdollinen valmistuminen
- 6-9/2025 Työ valmis viimeistään ja esittäminen