Aalto-yliopisto
Perustieteiden
korkeakoulu

Stokastinen optimointimalli hankintatoimeen

Tuomo Paavilainen

10.4.2014

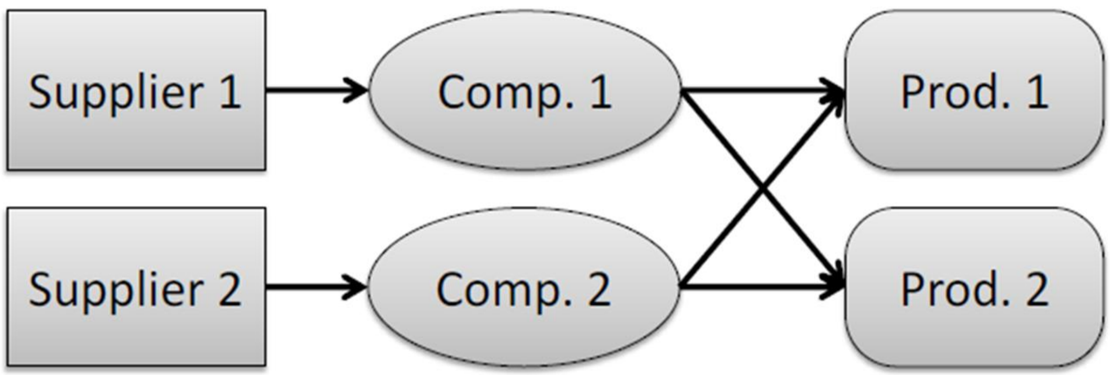
Ohjaaja: *Anssi Käki*

Valvoja: *Ahti Salo*

Systeemianalyysin laboratorio

Työn tavoitteet

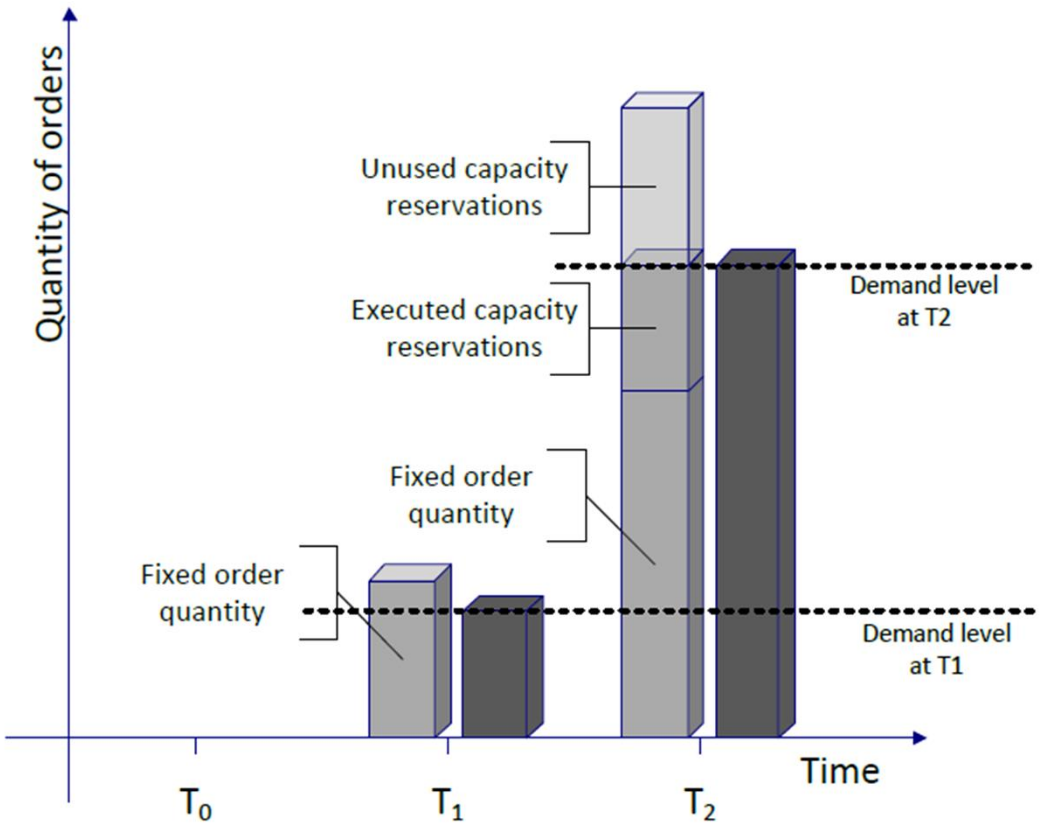
- Esitellään stokastinen optimointimalli hankintakustannuksien minimoimiseksi.
  - Kysyntä ja komponenttien saatavuus stokastisia muuttujia.
  - Komponenttien saatavuuden välillä riippuvuuksia.
- Tavoitteena rakentaa soveltuva riskimitta.



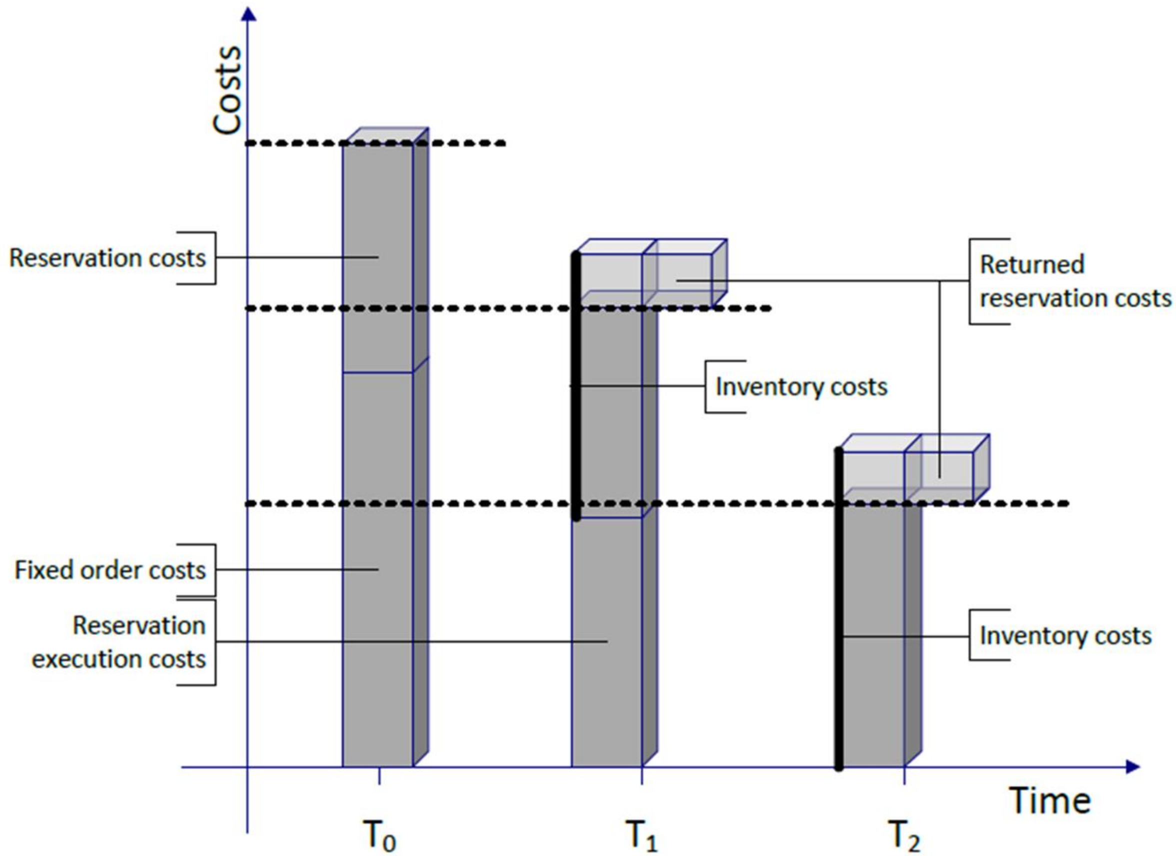
Päätöstilanne

- Yritys tekee hankintapäätöksiä tietämättä kysyntää.
- Komponenttien saatavuus on epävarma.
  - Mahdollisesti tilauksesta toimitetaan vain osa ï > stokastinen kerroin
- Yritys voi käyttää hankinnoissa:
  - Sitovia etukäteistilauksia,
  - Sopia kapasiteetin varauksesta.

Tilausten määrä

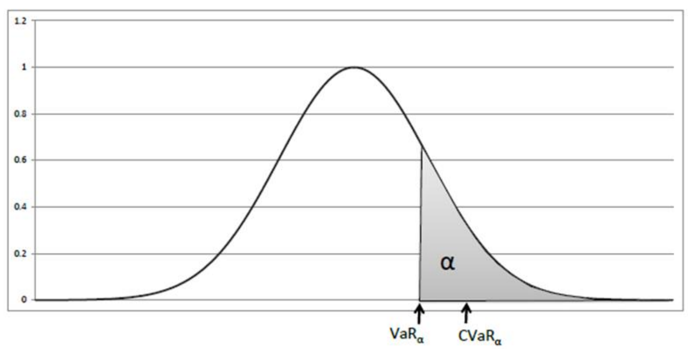


Kustannukset



Riskimitat

- Tähän malliin lisätty riskirajoite sekalukuoptimoinnille (Käki & Salo 2010).
- Vaihtoehtoisista riskimitoista tarkasteltiin: VaR, CVaR.
- Muita riskimittoja mm. keskihajonta, tappion todennäköisyys, é

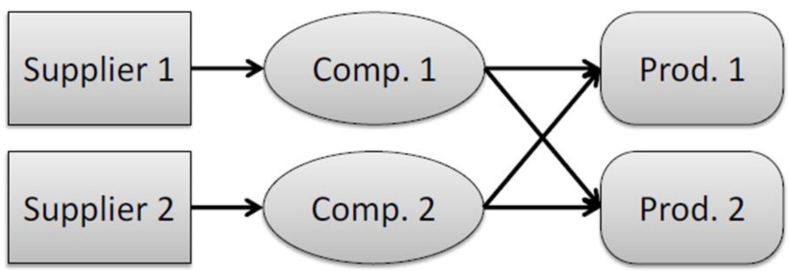


Riskirajoite malliin

- Lisättiin CVaR-rajoite, koska se on yleisesti käytössä ja helposti ymmärrettävä.
- Riskirajoite halutaan esittää lineaarisena rajoituksena.
- Tehdään joko tarkkana tai konservatiivisena opproksimaationa.
  - Jos approksimaatio pätee, pätee myös tarkka.

Mallin ratkaiseminen

- Toteutus OPL -ohjelmointikielellä ja ratkaistaan CPLEX-solverilla.
- Skenaariopuu:
  - 1. vaiheessa 10 skenaariota
  - 2. vaiheessa 100 skenaariota
- 2 toimittajaa, 2 komponettia, 2 tuotetta



Tulokset

Model without a risk constraint

Result	Value
Optimal costs	69,494
CVaR value	151,190
VaR value	105,790
Calculation time*	7.96 sec / 0.05 sec

Simplified Model with CVaR <= 140 000

Result	Value
Optimal costs	69,509
CVaR value	140,000
VaR value	109,020
Calculation time	4 094 sec

Simplified Model with CVaR <= 125 000

Result	Value
Optimal costs	69,572
CVaR value	125,000
VaR value	105,180
Calculation time	2 923 sec

Johtopäätökset

Å Malli + yksinkertaistettu riskirajoite toimivat parhaiten, kun skenaarioita, tuotteita ja komponentteja on verraten vähän.

Å Tarkalla CVaR-rajoittuksella laskenta-aika kasvaa liian suureksi.

Å Tulosten valossa riskin rajaaminen on kohtuullisen edullista.

  ï Riskirajoitteesta aiheutuvien kustannusten tarkka määrittäminen edellyttäisi enemmän ajoja erilaisilla skenaariopuilla ja rajoitteilla.

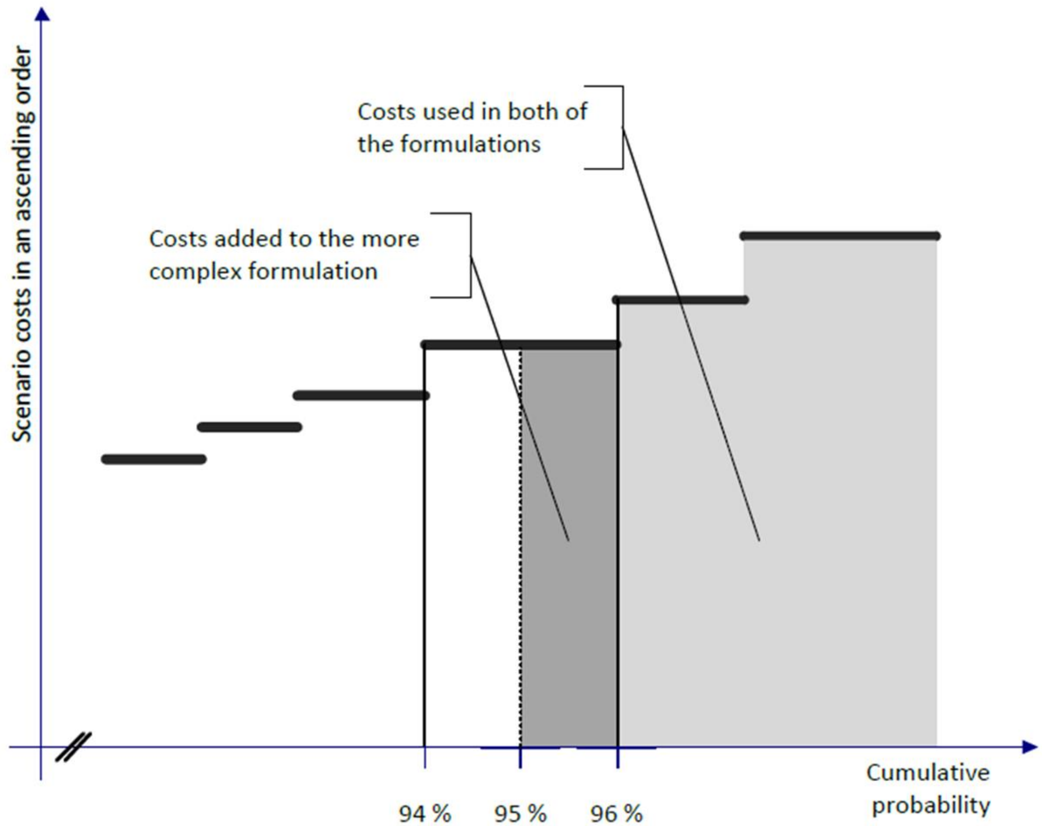
Kiitos

- Liitteet:
  - Mallin formulointi
  - Skenaarioiden kustannukset eri CVaR-formulaatioilla
  - Riskimitan implementointi malliin

Mallin formulointi

$$
\begin{aligned}
\min_{r,q,e} \quad & \{\Phi^0 + \Phi^1 + \Phi^2\} \\
\text{s.t.} \quad \Phi^0 &= \sum_{s\in S}(k_s^r r_s^0 + \sum_{t=1}^{2}\sum_{c\in C} k_{c,s}^o q_{c,s}^{0,t}) \\
\Phi^1 &= \sum_{n\in N_1} p_n[-\sum_{s\in S}(1-\lambda_{s,n}^1)k_s^r r_s^0 + \\
& \sum_{c\in C}(k_c^h I_{c,n}^1 -)\sum_{s\in S}\sum_{c\in C}(k_{c,s}^e e_{c,s,n})] \\
\Phi^2 &= \sum_{n\in N_2} p_n[\sum_{c\in C}(I_{c,n}^{2+}k_c^h + I_{c,n}^{2-} - \sum_{s\in S}(1-\lambda_{s,n})k_{c,s}^e e_{c,s,n_p})] \\
\sum_{c\in C} e_{c,s,n} &\leq \lambda_{s,n} r_s^{0,2}, \forall s \in S, n \in N_1 \\
I_{c,n}^1 &= \sum_{s\in S} q_{c,s}^{0,1} - D_{c,n}, \forall c \in C, n \in N_1 \\
I_{c,n}^2 &= I_{c,n_p}^1 + \sum_{s\in S} q_{c,s}^{0,2} + (1-\lambda_{s,n})e_{j,s,n_p} - D_{c,n}, \\
& \forall c \in C, n \in N_2 \\
I_{c,n}^1 &= I_{c,n}^{1+} + I_{c,n}^{1-} \\
I_{c,n}^2 &= I_{c,n}^{2+} + I_{c,n}^{2-} \\
& \forall x \exists r, q, e
\end{aligned}
$$

Skenaarioiden kustannukset eri CVaR-formulaatioilla



Mallin riskimitat

- Riskimittojen käyttö on helpointa, jos rajoitteen ovat lineaarisia.
  - CPLEX ratkaisee lineaarisia optimointitehtäviä.
  - Laskenta-aika kohtuullinen lineaarisilla optimointitehtävillä.
  - Päätösmuuttujien tulotermit eivät käytettävissä, paitsi jos terminä on binäärimuuttuja.

$$\delta_n^- k_n^\sigma \leq k_\alpha^\sigma \forall n$$

$$k_n^\sigma - (1 - \delta_n^-) M$$