

Taistelujoukkojen allokaatioiden kustannustehokkuuden arviointi Lanchesterin taistelumallissa (valmiin työn esittely)

Lasse Östring

23.01.2012

Ohjaaja: *DI Jussi Kangaspunta*

Valvoja: *Prof. Ahti Salo*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Sisältö

Ç Taustaa

ñ Lanchesterin taistelumalli

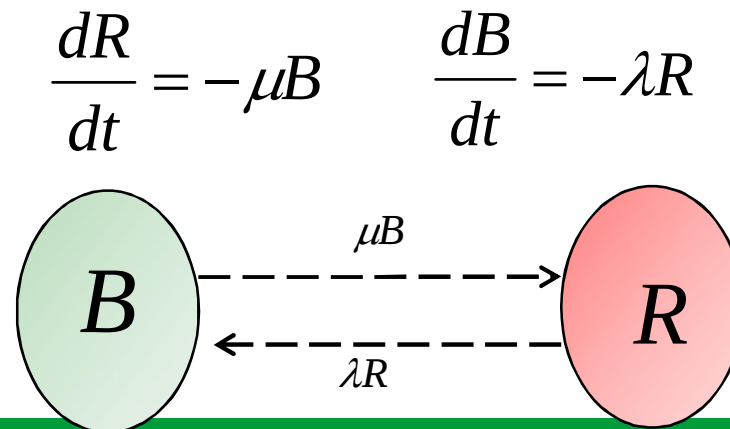
Ç Optimointiongelma

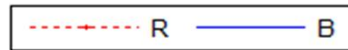
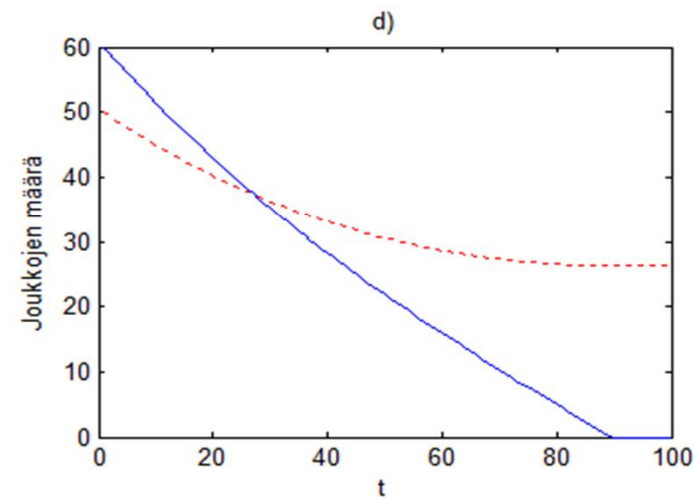
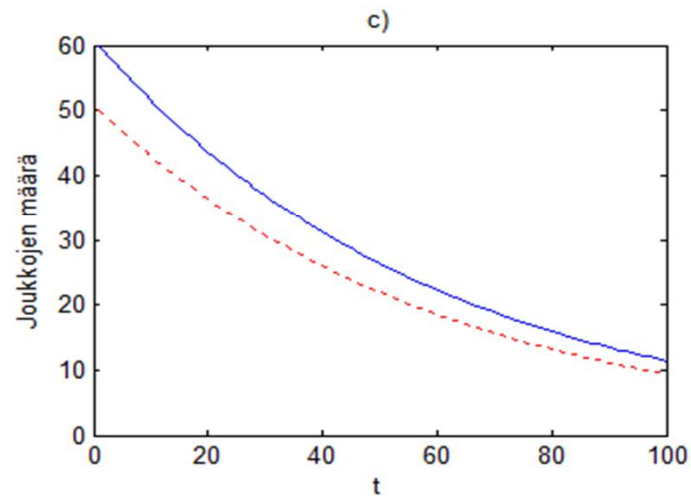
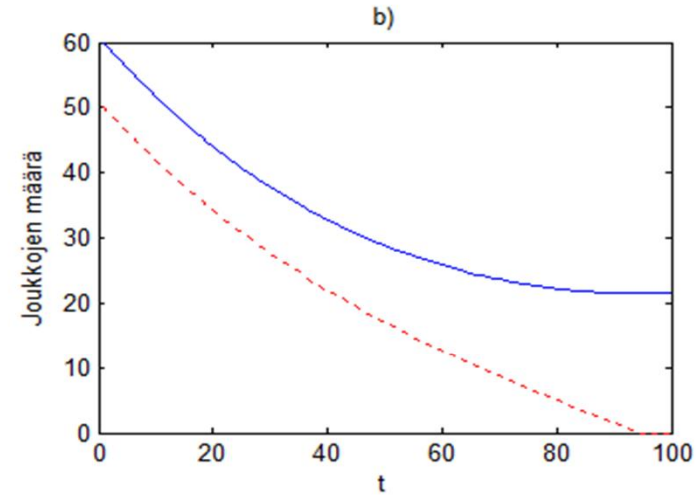
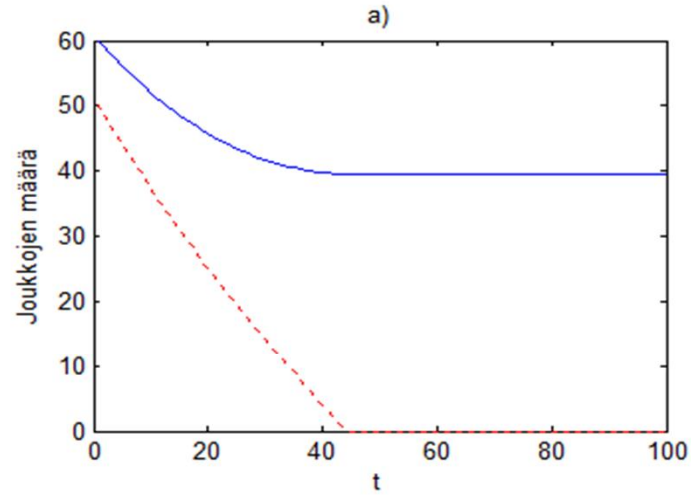
Ç Havainnollistava esimerkki

Ç Loppupäätelmät

Lanchesterin taistelumalli

- Ç Ensimmäiset taistelua kuvaavat dynaamiset differentiaaliyhtälöt
- Ç Yhtälöillä kuvataan joukkojen kulumista taistelussa





Lanchesterin taistelumalli

- Ç Aikaisemmat tarkastelut keskittyneet optimaalisten t_0 strategioiden löytämiseen analyyttisin menetelmin yksinkertaistetuissa tilanteissa
- Ç Sovellettu myös erilaisten teollisten prosessien mallintamiseen
 - ñ Esim. markkinointiponnisteluja vaikutus markkinaosuuteen aggressiivisessa kilpailutilanteessa

Simuloitava taistelumalli

Ç Aselajikohtaiset, ei-homogeenisiä joukkoja kuvaavat yhtälöt

$$\frac{dR_{\alpha}}{dt} = -\sum_{i=1}^n \mu_i^{\alpha} b_i^{\alpha} B_i \quad \frac{dB_i}{dt} = -\sum_{\alpha=1}^m \lambda_{\alpha}^i r_{\alpha}^i R_{\alpha}$$

R_{α} : punaisten tyyppiä α olevien joukkojen lukumäärä

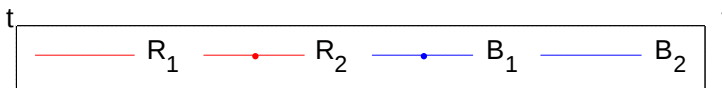
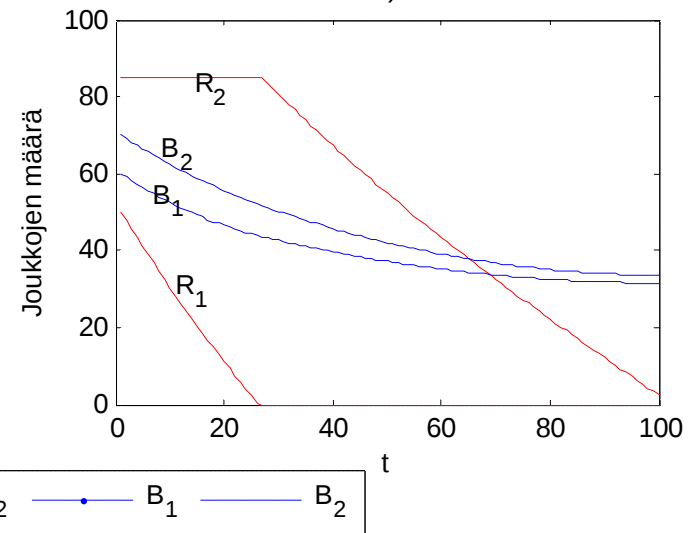
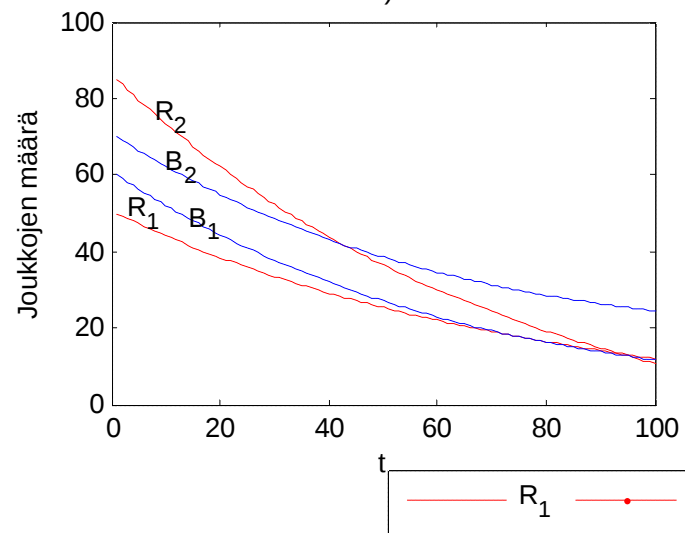
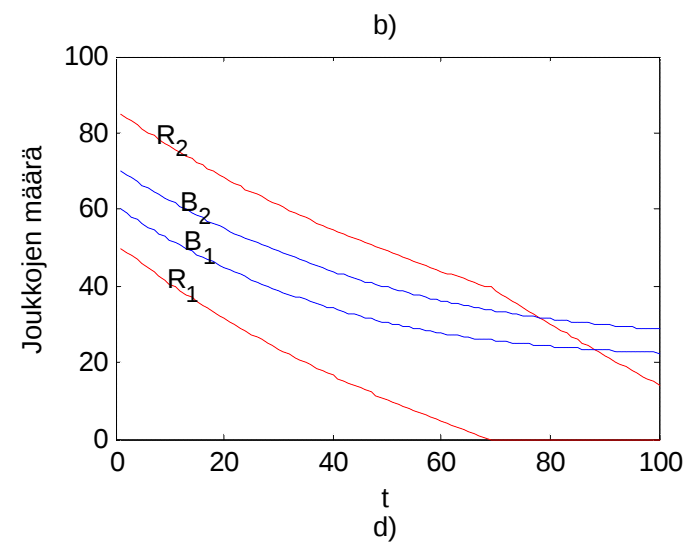
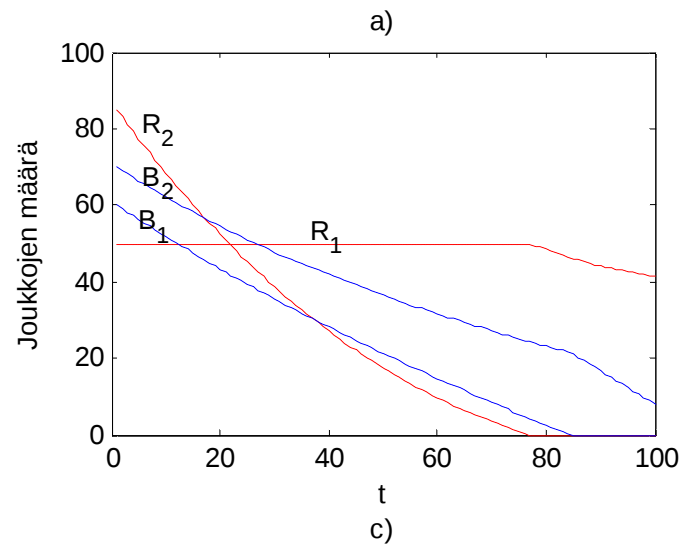
r_{α}^i : punaisten tyyppin i joukkojen tulivoiman teho sinisten joukkoja vastaan

λ_{α}^i : punaisten taisteluallokaatio sinisten joukkoja vastaan ($\lambda_{\alpha}^i \geq 0$)

B_i : sinisten tyyppiä i olevien joukkojen lukumäärä

b_i^{α} : sinisten tyyppin i joukkojen tulivoiman teho punaisten joukkoja vastaan

μ_i^{α} : sinisten taisteluallokaatio punaisten joukkoja vastaan ($\mu_i^{\alpha} \geq 0$)



Optimointiongelma

- Ç Aselajiportfolio sisältää informaation käytettävistä aselajijoukoista, niiden lukumäärästä ja tulivoiman allokaatiosta

$$X_k(x, \mu) = (x_1, \dots, x_N) \begin{bmatrix} \mu_1^1 & \dots & \mu_1^N \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_M^1 & \dots & \mu_M^N \end{bmatrix}$$

- Ç Portfolioon liitetään myös allokaatiosta riippuvat käyttökustannukset

$$c = \begin{bmatrix} c_1^1 & \dots & c_1^N \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_M^1 & \dots & c_M^N \end{bmatrix}$$

- Ç Aselajin taistelun aikana syntyneet kustannukset

$$C_i(X(x, \mu)) = \sum_j c_i^j \left(\int_0^{t_f} x_i(t) \mu_i^j dt \right).$$

Optimointiongelma: Vaikuttavuus

Ç Määritellään vaikuttavuus omien joukkojen kykyinä tuhota vihollisen joukkoja sekä säilyä hengissä

ñ Vaikuttavuus vihollisen aselajiin i:

$$v_i(X(x, \mu)) = \frac{\Delta y_i}{y_{i0}} = \frac{y_i(t_2) - y_i(t_1)}{y_i(t_1)}.$$

ñ Oman aselajijoukon kyky säilyä hengissä:

$$v_{S_i}(X(x, \mu)) = 1 - v_i(Y(y, \lambda)) = 1 - \frac{\Delta x_i}{x_{i0}} = \frac{x_{t_2}}{x_{t_1}}.$$

Ç Kokonaisvaikuttavuuden additiivinen malli

$$V(X(x, \mu)) = \sum_i w_i v_i(X(x, \mu))$$

Kustannustehokkuus

Ç Aselajiportfolio on kustannustehokas, jos ei ole olemassa käyvää portfolioa s.e i ja ii pätevät

- i. $V(X(x, \mu)^*) \leq V(X(x, \mu))$ ja $C(X(x, \mu)^*) \geq C(X(x, \mu))$
- ii. $V(X(x, \mu)^*) < V(X(x, \mu))$ tai $C(X(x, \mu)^*) > C(X(x, \mu))$

Ç Kustannustehokkaat aselajiportfoliot voidaan löytää optimointiongelman

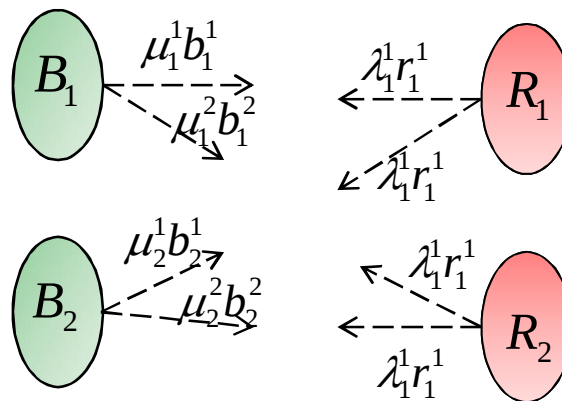
$$\max_{X, \mu} \{V(X, \mu), -C(X, \mu)\}$$

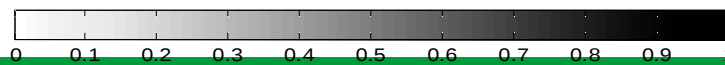
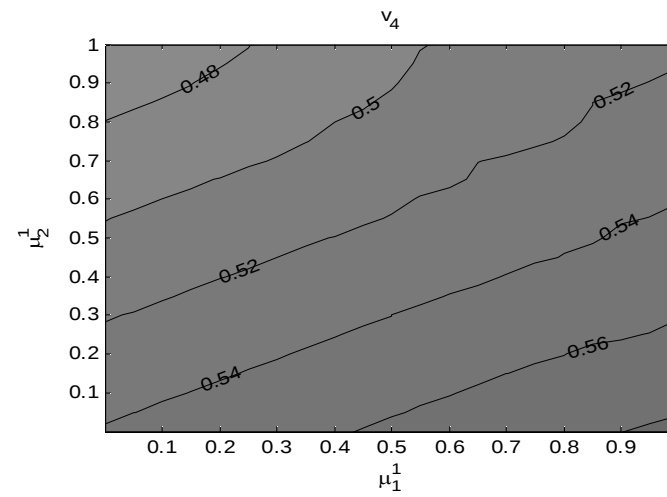
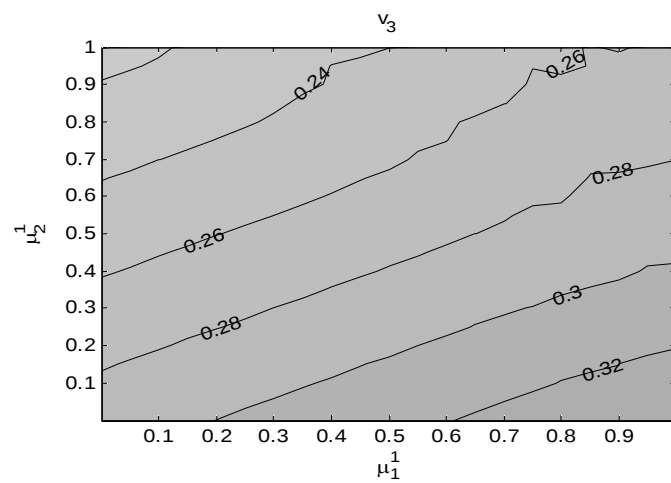
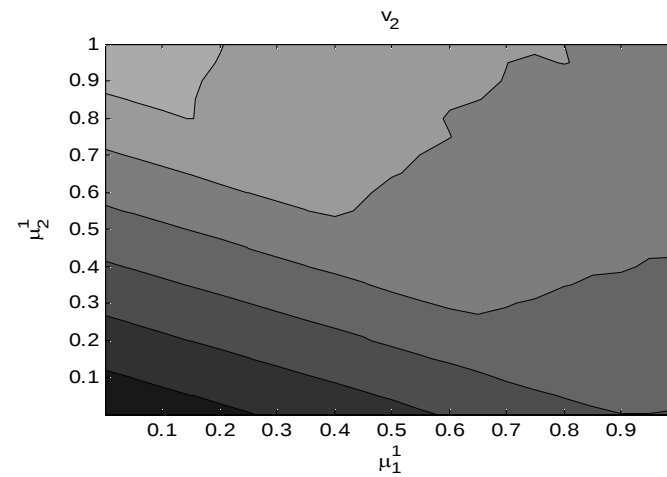
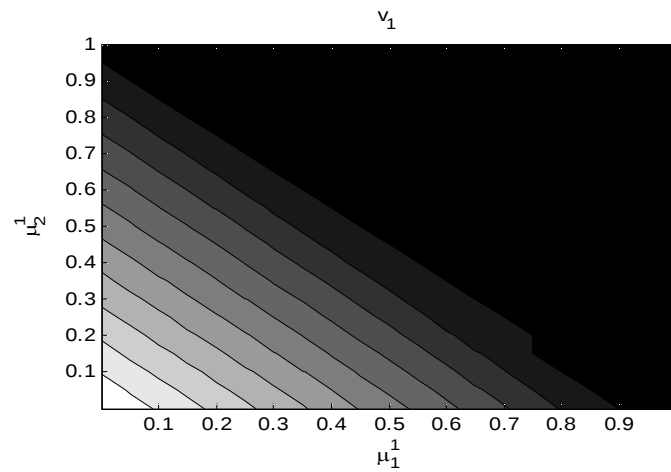
$$s. e X \in X_F$$

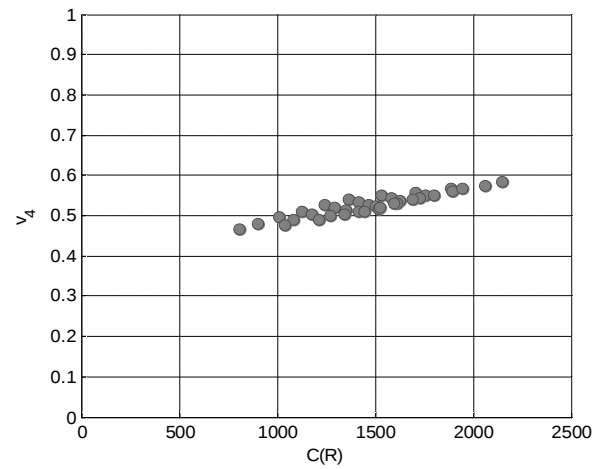
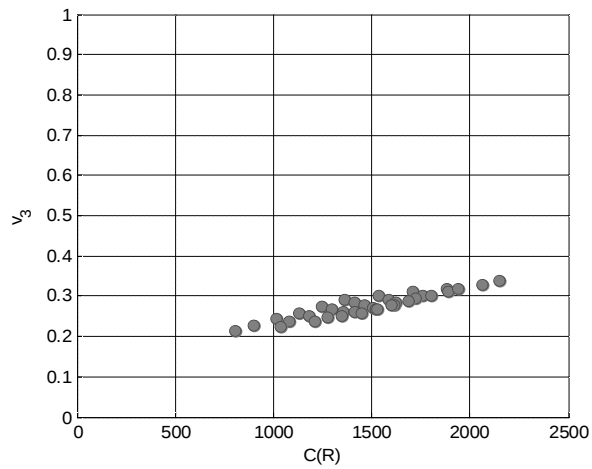
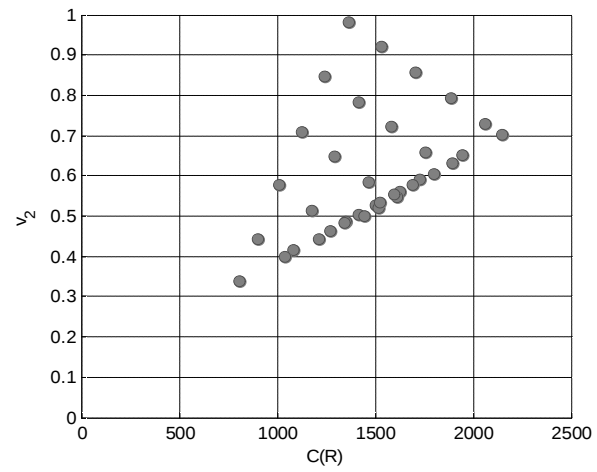
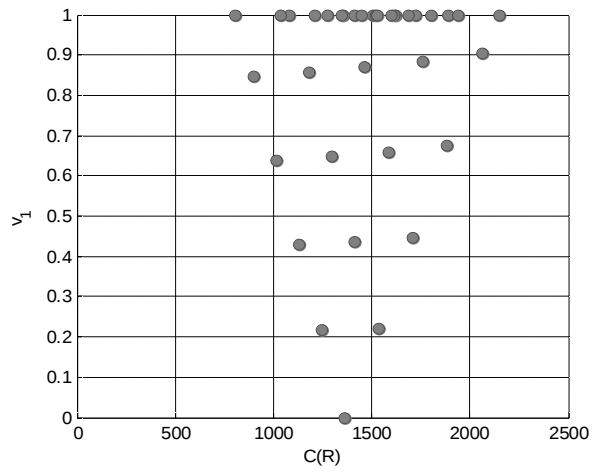
pareto-optimaalisina pisteinä

Havainnollistava esimerkki

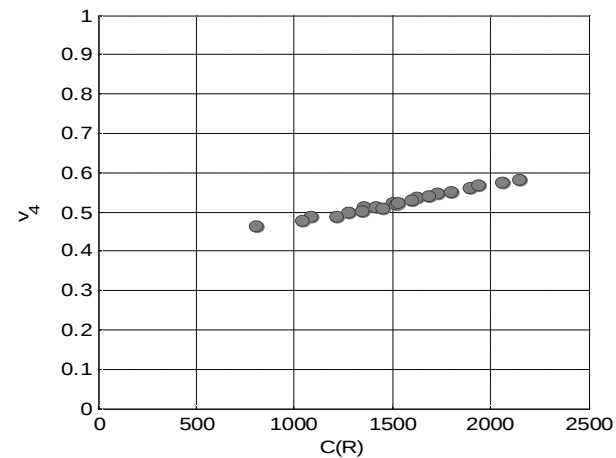
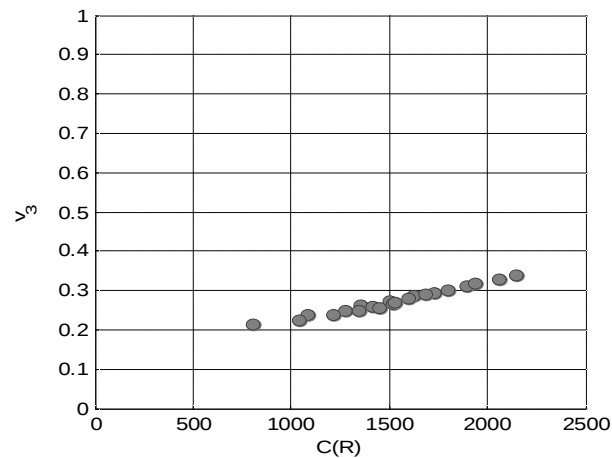
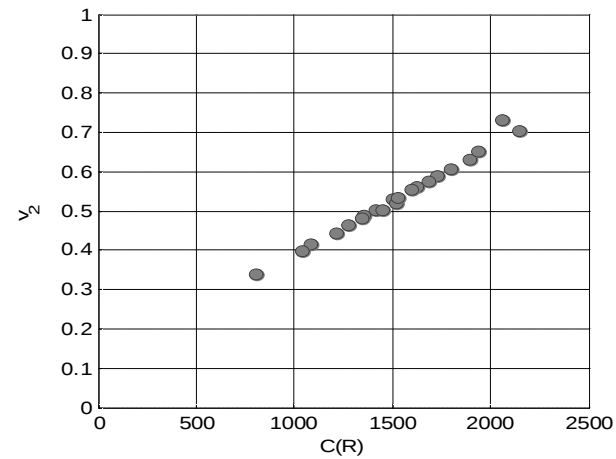
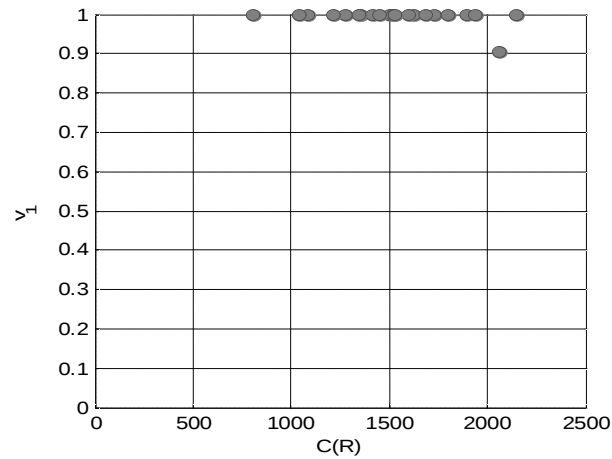
- Ç Lanchesterin (2, 2)-taistelumalli, jossa vastustaja ampuu satunnaisesti tähdättyä tulta
- Ç Oletetaan, että murtumispiste saavutetaan 50 aikayksikön jälkeen, jolloin taistelu lopetetaan







Ç Kaikki aselajiportfoliot



Ç Kustannustehokkaat aselajiportfoliot, kun päätöksentkijällä ei preferenssiä kriteerien suhteen ($w_i = 0,25 \ \forall i$)

Loppupäätelmät

- Ç Esimerkkitilanteessa omia tappiota minimoivat strategiat vastaavat aikaisemmin kirjallisuudessa esitettyjä päätelmiä (MacKay 2009)
 - ñ Erot kuitenkin hyvin pieniä johtuen tilanteen asettelusta
 - ñ Vertailu aikaisempaan Lanchesterin taistelumallitutkimukseen hankalaa, koska haettu vain voittavia strategioita

Kysymyksiä?