

Lineaaristen monitavoite- optimointitehtävien ratkaiseminen

Jerri Nummenpalo

11.06.2012

Ohjaaja: TkT Juuso Liesiö

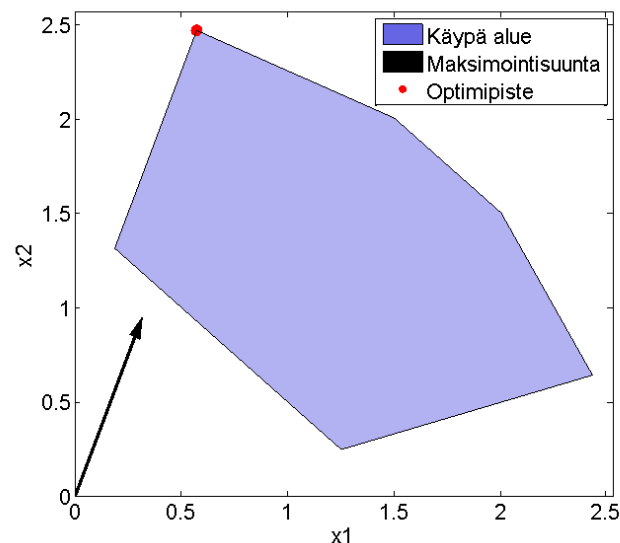
Valvoja: Prof. Ahti Salo

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Lineaarinen ohjelmointi (LP)

- Lähtökohtana on lineaarinen optimointitehtävä eli LP-tehtävä
- Saatavilla on monia tehokkaita ratkaisuohjelmistoja (esim. IBM CPLEX ja Lp-Solve)
- Ratkaisumenetelmiä Simplex ja sisäpistemenetelmät
- Lukuisia sovelluksia esim. verkkotehtävissä ja talouden alalla

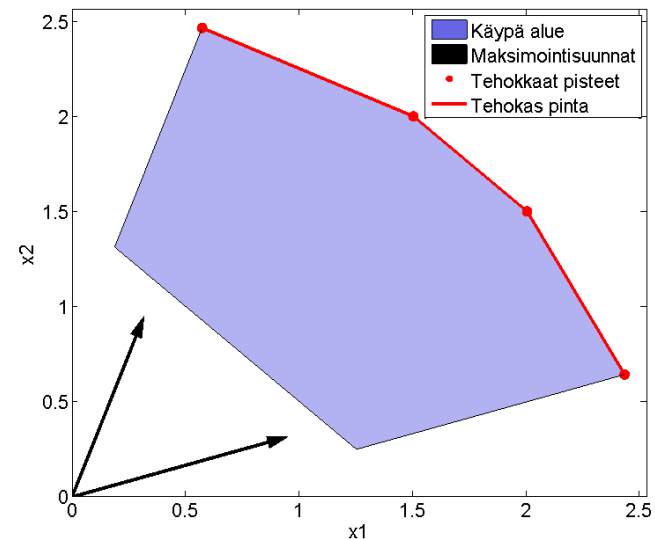
$$\begin{array}{ll} \max/\min & \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s. e.} & \mathbf{Ax} = \mathbf{b} \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{array}$$



Monitavoitteinen lineaarinen ohjelmointitehtävä (MOLP)

- Yleistys LP tehtävästä
- Optimipisteen sijaan tehokkaat pisteet ja tehokas pinta
- Kohdefunktioiden painotus tai ohjattu ratkaiseminen mahdollisia ratkaisumenetelmiä
- Yleistetty Simplex-algoritmi etsii kaikki tehokkaat pisteet
- Sovelluksia: tehokkuusanalyysi, kauppätieteet, hallinnointi, insinöörisovellukset

$$\begin{array}{ll} \max/\min & c_1^T x \\ & \vdots \\ \max/\min & c_n^T x \\ \text{s. e.} & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$



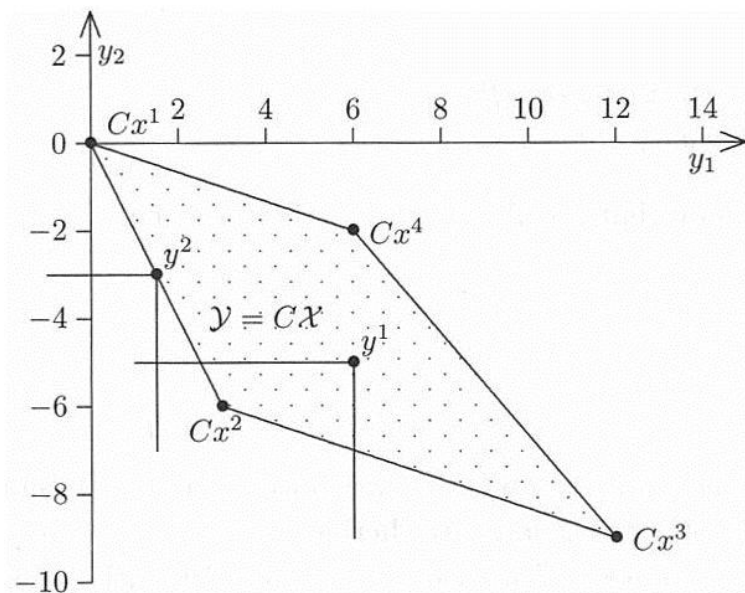
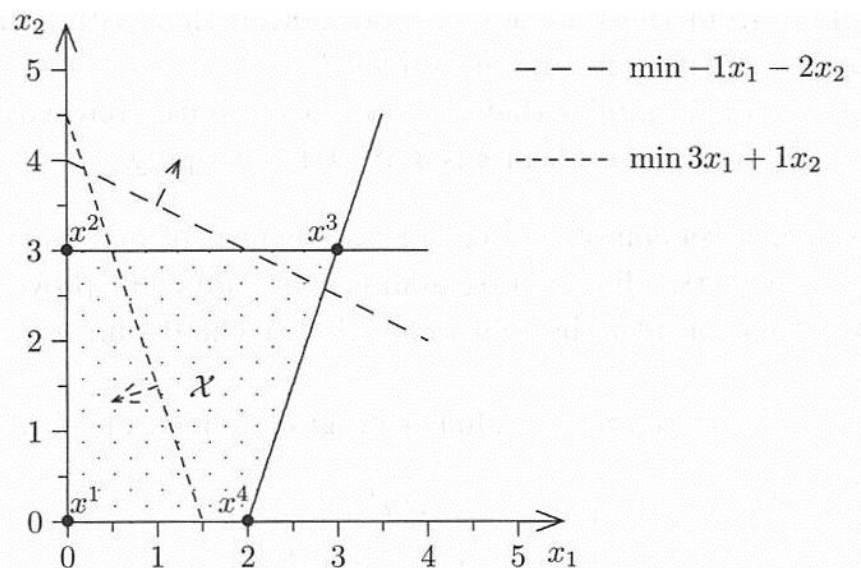
Käsitteiden määritelmiä

- Kohdefunktiot voi yhdistää matriisiksi C , jonka rivit ovat kohdefunktioita
- Rajoitushtojen $Ax = b$, $x \geq 0$ rajaamaa aluetta P sanotaan käyväksi alueeksi *päätösavaruudessa*
- *Tavoiteavaruuden* käypä alue on $T = \{Cx : x \in P\}$
- Rajoitusehdot toteuttavaa pistettä x' sanotaan tehokkaaksi, jos ei ole olemassa käypää pistettä x siten, että $Cx \leq Cx'$
- Tehokasta pistettä vastaavaa tavoiteavaruuden pistettä $y' = Cx'$ sanotaan ei-dominoiduksi

Esimerkki monitavoitteisesta lineaarisesta tehtävästä

$$\begin{array}{llll}
 \min & 3x_1 & + & x_2 & = & y_1 \\
 \min & -x_1 & - & 2x_2 & = & y_2 \\
 \text{s. e.} & & & x_2 & \leq & 3 \\
 & 3x_1 & - & x_2 & \leq & 6 \\
 & & & x_1, x_2 & \geq & 0
 \end{array}$$

Kuvat ja tehtävä:
M. Ehrgott, Multicriteria
Optimization, 2005



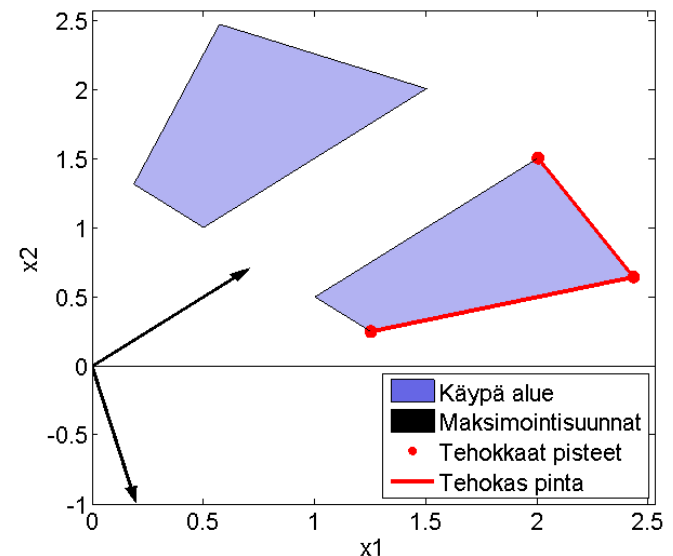
Monitavoitteisen lineaarisen ohjelmoinnin haasteita

- Tehokkaiden kulmapisteiden määrä on mahdollisesti eksponentiaalinen
- Kaupallisia ratkaisuohjelmistoja ei ole saatavilla
- Akateemiseen käyttöön on olemassa muutama vaikeasti saatavilla oleva valmis algoritmi
 - ADBASE, R. Steuer (koodattu 1973 Fortranilla)

Lineaarinen monitavoiteoptimointi binäärimuuttujilla (MOILP)

- Osa muuttujista on binäärisiä, osa jatkuvia
- Laskennallisesti tehtävä on hyvin työläs
- Ratkaiseminen onnistuu muokatulla Branch and bound – algoritmilla
- Käytännön sovellusmahdollisuudet ovat vielä laajemmat verrattuna MOLP-tehtäviin

$$\begin{array}{ll} \max/\min & c_1^T x \\ & \vdots \\ \max/\min & c_n^T x \\ \text{s. e.} & Ax = b \\ & x \geq 0 \\ & x_i \in \{0,1\} \quad i \in I \end{array}$$



Kandidaatintyön tavoitteet

- Ohjelmoida monitavoitesimplexinkin mukainen algoritmi, joka ratkaisee tehokkaat pisteet MOLP-tehtävässä
- Tutkia algoritmin suorituskykyä ja nopeutta
 - Vertailla tuloksia ADBASE:n kanssa
- Yleistää Algoritmi MOILP-tehtäviin
- Soveltaa algoritmia käytännön tehtäviin

Tietolähteet ja työkalut

- M. Ehrgott: Multicriteria Optimization (2005)
 - Monitavoitteisen Simplex-algoritmin kuvas
- Useita julkaisuja aiheeseen liittyen, tärkeimpinä:
 - J.P. Evans, R.E. Steuer, A revised simplex method for linear multiple objective programs, 1973
 - G. Mavrotas, D.Diakoulaki, Multi-criteria branch and bound: A vector maximization algorithm for Mixed 0-1 Multiple Objective Linear Programming, 2005
- Algoritmin koodauksessa työkaluna on Matlab
- Yksitavoitteisen LP-tehtävän ratkaisemiseen käytetään ilmaisen lähdekoodin Lp_Solve-ratkaisinta

Aikataulu

- 11.6. Aiheen esittely
- Algoritmin koodaus ja testaus
- Työn kirjoitus
- 6.8. Ensimmäinen versio kandidaatintyöstä valmis
- Valmiin työn esittely seuraavassa seminaarikokouksessa syyskuussa