

Gaussiset prosessit derivaattahavainnoilla regressio-ongelmassa (aihe-esittely)

Tuomas Nikoskinen

Ohjaaja: TkT Aki Vehtari
Valvoja: Prof. Harri Ehtamo

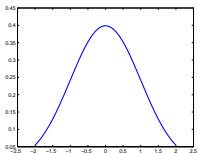
Kandidaattiseminaari 2010
13.9.2010

Esityksen rakenne

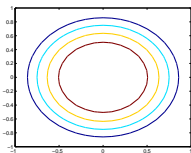
- ▶ **Tausta** – Gaussiset prosessit ja regressio-ongelma
- ▶ **Tavoitteet** – Derivaattahavaintojen huomiointi
- ▶ **Rajaukset** – Miten työ on rajattu
- ▶ **Aikataulu**

Taustaa: Mitä ovat gaussiset prosessit

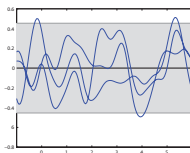
- ▶ *Gaussinen prosessi* (GP) on stokastinen prosessi, joka määrittää todennäköisyysjakauman yli funktioiden.
- ▶ Keskiarvo- ja kovarianssifunktio karakterisoivat gaussisen prosessin täysin.
- ▶ Äärellisellä määrällä satunnaismuuttujia kyseessä on moniulotteinen normaalijakauma GP:n keskiarvo- ja kovarianssifunktioilla.



(a) $\mathcal{N}(0, 1)$



(b) $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$



(c) $\mathcal{GP}(m(\mathbf{X}), k(\mathbf{X}))$

Taustaa: Regressio-ongelma & Bayesilainen näkökulma ratkaisuun

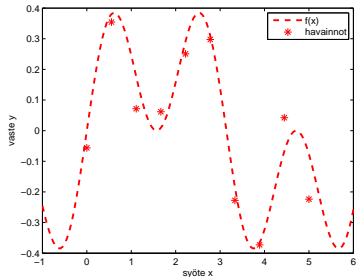
- ▶ Regressio-ongelma:

$$y(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}) + \epsilon,$$

- ▶ Bayesilaisittain:

$$p(\mathbf{f}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{f})p(\mathbf{f})}{p(\mathbf{y})},$$

- ▶ Todennäköisyysjakaumat $p(\mathbf{f})$ ja $p(\mathbf{f}|\mathbf{y})$ ovat jakaumia yli funktioiden



Taustaa: Regressio-ongelma & Bayesilainen näkökulma ratkaisuun

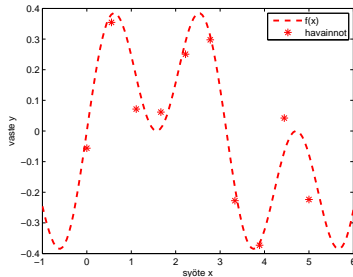
- ▶ Regressio-ongelma:

$$y(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}) + \epsilon,$$

- ▶ Bayesilaisittain:

$$p(\mathbf{f}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{f})p(\mathbf{f})}{p(\mathbf{y})},$$

- ▶ **uskottavuusfunktio** $p(\mathbf{y}|\mathbf{f})$ –
havaintojen todennäköisyys
annettuna malli



$$p(\mathbf{y} | \mathbf{f}) = \mathcal{N}(\mathbf{f}, \epsilon)$$

Taustaa: Regressio-ongelma & Bayesilainen näkökulma ratkaisuun

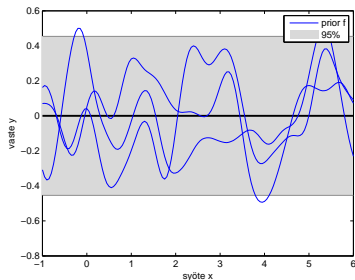
- ▶ Regressio-ongelma:

$$y(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}) + \epsilon,$$

- ▶ Bayesilaisittain:

$$p(\mathbf{f}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{f})p(\mathbf{f})}{p(\mathbf{y})},$$

- ▶ **priori** $p(\mathbf{f})$ – ennakkokäsitykset mallinnettavasta kuvauksesta \mathbf{f}



$$p(\mathbf{f}) = \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{K})$$

Taustaa: Regressio-ongelma & Bayesilainen näkökulma ratkaisuun

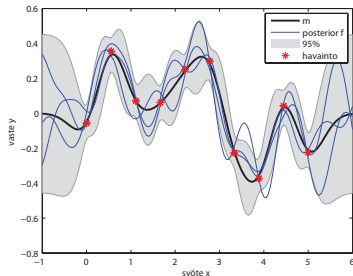
- ▶ Regressio-ongelma:

$$y(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}) + \epsilon,$$

- ▶ Bayesilaisittain:

$$p(\mathbf{f}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{f})p(\mathbf{f})}{p(\mathbf{y})},$$

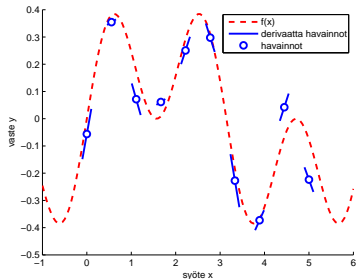
- ▶ **posteriori** $p(\mathbf{f}|\mathbf{y})$ – todennäköisyysjakauma kuvauksille \mathbf{f}



$$p(\mathbf{f} | \mathbf{y}) = \mathcal{N}(\mathbf{m}, \Sigma)$$

Tavoitteet

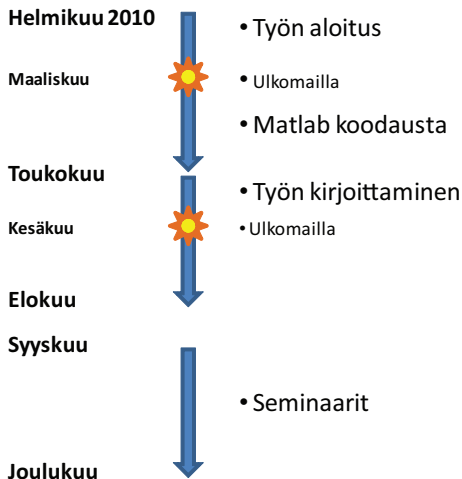
- ▶ **Derivaattahavaintojen huomioiminen**
- ▶ Tarkistaa teorian toimivuus
- ▶ Tutkia muutamassa koetapauksessa derivaattahavaintojen vaikutusta



Rajaukset

- ▶ Derivaattahavaintojen huomiointi esitetään
 - ▶ yhdelle kovarianssifunktiolle – neliölliselle eksponenttifunktiolle
 - ▶ gaussiselle havaintomallille – harva-approksimaatiot ym. variaatiot jätetään huomiotta

Aikataulu



Systemianalyysin

Laboratorio

Teknillinen korkeakoulu

Tuomas Nikoskinen
Kandidaattiseminaari 2010

Kiitos

Tämä työ on tehty Aalto-yliopiston Lääketieteellisen tekniikan ja laskennallisen tieteen laitoksen Laskennallisten kompleksisten systeemien tutkimuksen huippuyksikössä Bayes-tutkimusryhmässä.