



Aalto-yliopisto
Perustieteiden
korkeakoulu

Optimization of Order Quantities in the Presence of Quantity Discounts (valmiin työn esittely)

Mikko Närhi

02.12.2021

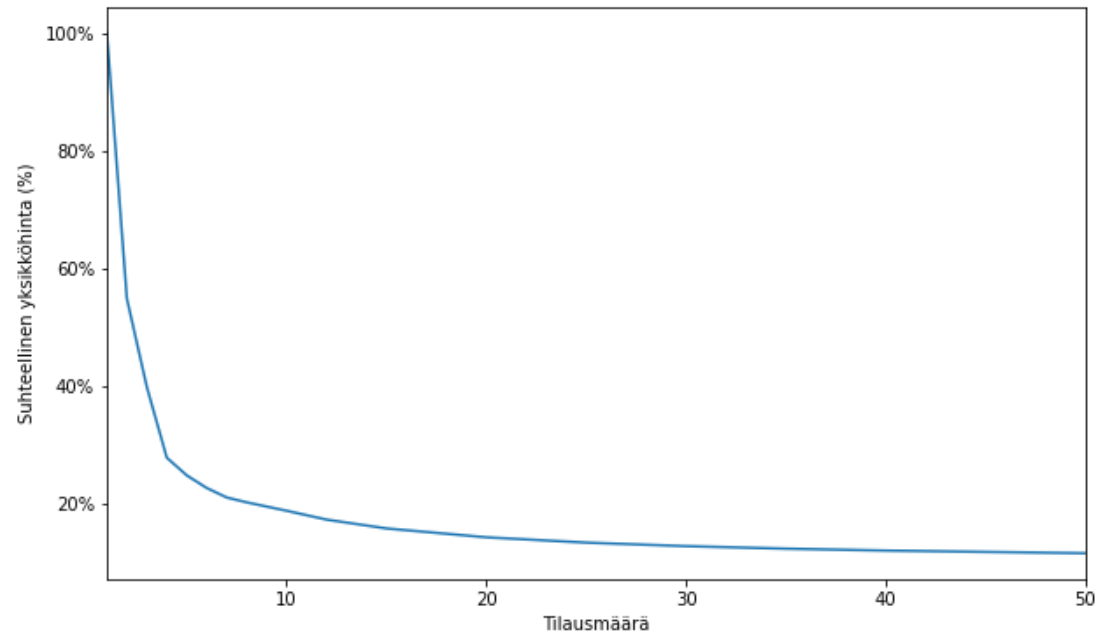
Ohjaaja: *Markku Verkama*

Valvoja: *Ahti Salo*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

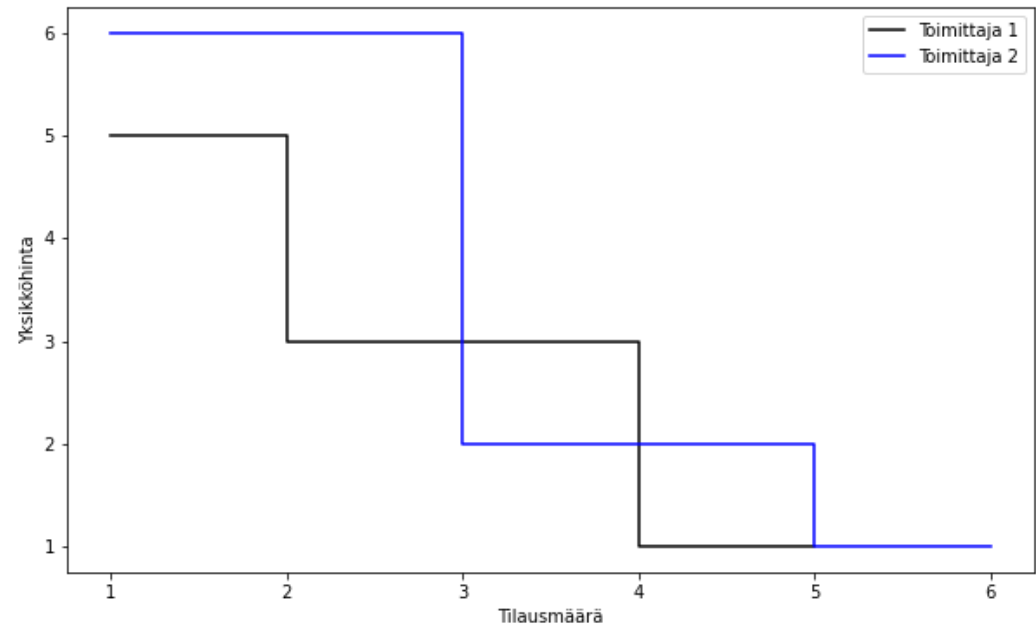
Tausta

- Nimikkeiden optimaalinen tilausmäärä minimoi kokonaiskustannukset
- Yrityksessä (Normet) tiluserien optimoinnin säästöpotentiaali on suuri, koska tapahtumia on paljon



Tausta

- Hintaportaat tarkoittavat alennuksia, joita ostaja voi hyödyntää tilaamalla suurempia määriä nimikkeitä
- Esimerkki siitä, miltä saman nimikkeen hintaportaat voivat näyttää kahdelta eri toimittajalta tilattuina



Lähdedata

- Lähdedata sisälsi seuraavat tiedot jokaiselle relevantille nimikkeelle:
 - Jokaisen hintaportaan alku- ja loppupiste
 - Vuotuinen tarve
 - Paino
 - Historiallinen ostodata
- Näistä kolme ensimmäistä liittyivät optimaalisen tilausmäärän laskemiseen
- Viimeinen liittyi matemaattisen mallin tulosten arviointiin

Optimoitava kohdefunktio

- Kohdefunktio:

$$\min(x_j, n_j, p_j) = c_o n_j + p_j D_j + \frac{r}{2} p_j x_j + s V_j x_j c_h$$

- c_o : yhden tilauksen tilauskustannukset
- D_j : vuosittainen tarve nimikkeelle j
- r : pääomakustannusten korkokanta
- s : varaston varmuuskerroin
- V_j : nimikkeen j tilavuus
- c_h : vuotuinen varastointikustannus yhdelle m^3
- n_j : tilausten lukumäärä nimikkeelle j
- p_j : tuotteen hinta nimikkeelle j

Optimointimalli

$$\min_{x_j, n_j, p_j} c_o n_j + p_j D_j + \frac{r}{2} p_j x_j + s V_j x_j c_h \quad (4)$$

$$\text{subject to } x_j = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K x_{ijk} \quad (5)$$

$$p_j = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K p_{ijk} y_{ijk} \quad (6)$$

$$n_j = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K f_{ijk} \quad (7)$$

$$x_{ijk} - l_{ijk} y_{ijk} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, I, k = 1, 2, \dots, K \quad (8)$$

$$x_{ijk} - u_{ijk} y_{ijk} \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, I, k = 1, 2, \dots, K \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K y_{ijk} \leq 1 \quad (10)$$

$$f_{ijk} = a_{ijk} x_{ijk} + b_{ijk} y_{ijk}, \quad i = 1, 2, \dots, I, k = 1, 2, \dots, K \quad (11)$$

$$\lim_{l_{(i+1)jk} \rightarrow u_{ijk}} f_{l_{(i+1)jk}jk} = f_{u_{ijk}jk}, \quad i = 1, 2, \dots, I, k = 1, 2, \dots, K \quad (12)$$

$$x_j, p_j, x_{ijk}, n_j, f_{ijk} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, I, k = 1, 2, \dots, K \quad (13)$$

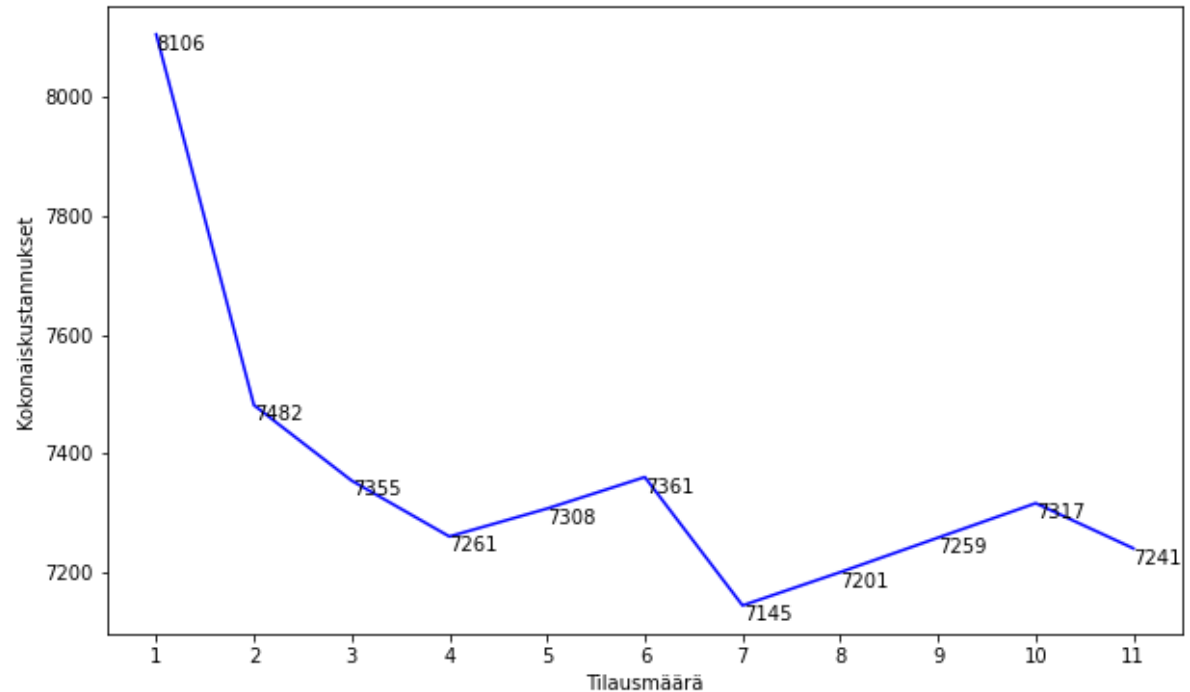
$$y_{ijk} \in 0, 1, \quad i = 1, 2, \dots, I, k = 1, 2, \dots, K. \quad (14)$$

Optimointimalli

- 4) Kohdefunktio
- 5) Määrittää lopullisen optimaalisen tilausmäärän
- 6) Määrittää optimaalista tilausmäärää vastaavan yksikköhinnan
- 7) Määrittää tilausten lukumäärän
- 8 ja 9) Määrittävät, että nimikkeellä on vain yksi optimaalinen tilausmäärä ja että se sijoittuu yhteen hintaporrasväliin
- 10) Varmistaa, että vain yksi hintaporrasväli voi poiketa nolasta
- 11) Valitsee oikean kohdan paloittain lineaarisesta funktiosta
- 12) Määrittää paloittain lineaarisen funktion jatkuvuusehdot
- 13) Estää päätösmuuttujien negatiiviset arvot
- 14) Määrittää binäärimuuttujan

Tulokset

- Optimaalinen nimikkeen tilausmäärä on seitsemän.
- Optimointimalli laskee kokonaiskustannukset jokaiselle tilausmäärälle ja valitsee niistä edullisimman.



Tulokset

- Taulukossa on listattuna testiesimerkin nimikkeiden tiedot
- Tietoja käytetään uusien sekä historiallisten kokonaiskustannusten erotuksen eli säästön laskemiseen

Nimikkeen numero	1	2	3	4	5
Vuotuinen tarve (D_j)	4	142	5	12	17
Yhden tilauksen tilauskustannukset (c_o)	50	50	50	50	50
Vuotuinen varastointikustannus m^3 (c_h)	4.6	4.6	4.6	4.6	4.6
Paino (w_j)	23.15	0.132	57.4	20.1	17.31
Hintaportaiden päätepisteet (l_{ijk}, u_{ijk})	0 - 1 2 - 3 4 -	0 - 9 10 - 49 50 -	0 - 1 2 - 3 4 -	0 - 1 2 - 3 4 -	0 - 1 2 - 5 6 -
Hintaportaiden hinnat (p_{ijk})	419.97 335.98 251.98	7.2 6.0 5.45	1 298.5 1 038.5 919.5	427.0 366.5 312.0	299.0 196.0 122.64

Tulokset

- Testiesimerkin tulokset. Neljälle viidestä nimikkeestä säästöprosentti on yli 20%
- Säästöt syntyvät suurempien tilausmäärien hyödyntämisestä

Nimikkeen numero	Optimoitu tilausmäärä	Referenssi tilausmäärä	Säästöprosentti
1	4	2	24.4 %
2	50	20	23.5 %
3	4	1	28.5 %
4	4	4	0 %
5	7	2	40.1 %
Keskimäärin			23.3 %