



Aalto-yliopisto
Perustieteiden
korkeakoulu

Vangin dilemma häiriöisessä ympäristössä Markov-prosessina (valmiin työn esittely)

Lasse Lindqvist

21.01.2013

Ohjaaja: *Kimmo Berg*

Valvoja: *Harri Ehtamo*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Vangin dilemma -peli

| Pelaaja 1/Pelaaja 2 | Yhteistyö | Pettäminen |
|---------------------|-----------|------------|
| Yhteistyö | 3, 3 | 0, 5 |
| Pettäminen | 5, 0 | 1, 1 |

Yleinen vangin dilemma

| Pelaaja 1/Pelaaja 2 | C | D |
|---------------------|------|------|
| C | R, R | S, T |
| D | T, S | P, P |

$T > R > P > S$

Toistettu peli

- Erilaisia strategioita:
- Petä koko ajan
- Tee yhteistyötä koko ajan
- Tee yhteistyötä vain jos vastapelaaja teki aiemmin
- Jatkuva pettäminen on on evolutiivisesti stabiili strategia.
- Sitä ei voi siis voittaa, jos joku pelaa sitä alun perin.

Häiriöinen tapaus

- Kuten edellä: valitaan C tai D
- Pelaaja saavuttaa pistemäärän tämän perusteella, mutta lisäksi mukana on normaalijakautunut virhetermi
- Esimerkiksi:
 - Pelaaja 1: C
 - Pelaaja 2: C
- Normaalisti saisivat 3 ja 3 pistettä, mutta lisäksi tulee virhetermi.
- Virhetermit esim. +1,2 ja -0,3.
- Pelaajat havaitsevat vain pistemäärät 4,2 ja 2,7.

Oma tutkimuskohde

- Populaatiossa p määrä strategiaa A ja $1-p$ määrä strategiaa B.
- Tavoite-strategia: Pelaa vaihtoehtoa C vain jos edellisessä kierroksella havaittiin ennalta valittua rajaa k suurempi pistemäärä.
- Esim: Havaittiin edellisellä pistemäärä $3,2$ ja raja oli $2,0$ → Pelataan C:tä.
- Voiko tällainen strategia pärjätä jatkuvasti pettävälle strategialle, ja millä populaatio-osuudella p .

Markov-prosessi

- Tavoitestrategia vastaan toinen tavoitestrategia
- Prosessi koostuu tiloista T, R, P ja S.
- Tilansiirtotodennäköisyydet voidaan laskea kun tunnetaan virhetermin varianssi, arvot T, R, P ja S sekä tavoitteen rajat k_1 ja k_2 molemmille.
- Halutaan laskea, kuinka suurella todennäköisyydellä ollaan eri tiloissa äärettömän ajan kuluttua. Lasketaan siis tilansiirtomatriisin raja-arvo eli tässä tapauksessa stationaarinen jakauma.
- Saadaan helposti selville todennäköisyydet ja siten keskimääräinen pistemäärä toista strategiaa vastaan
- Pettävä strategia on tavoitestrategia, jonka tavoiteraja on äärettömän korkea.

Strategian menestys

–Pistemäärä = $T \cdot P(T) + R \cdot P(R) + P \cdot P(S) + S \cdot P(S)$

–Strategia voittaa toisen, jos se saa enemmän pisteitä.

–Kuvataan vaihtelevalla häiriön varianssilla ja tavoiterajalla, miten tavoitestrategia menestyy pettävää strategiaa vastaan kun

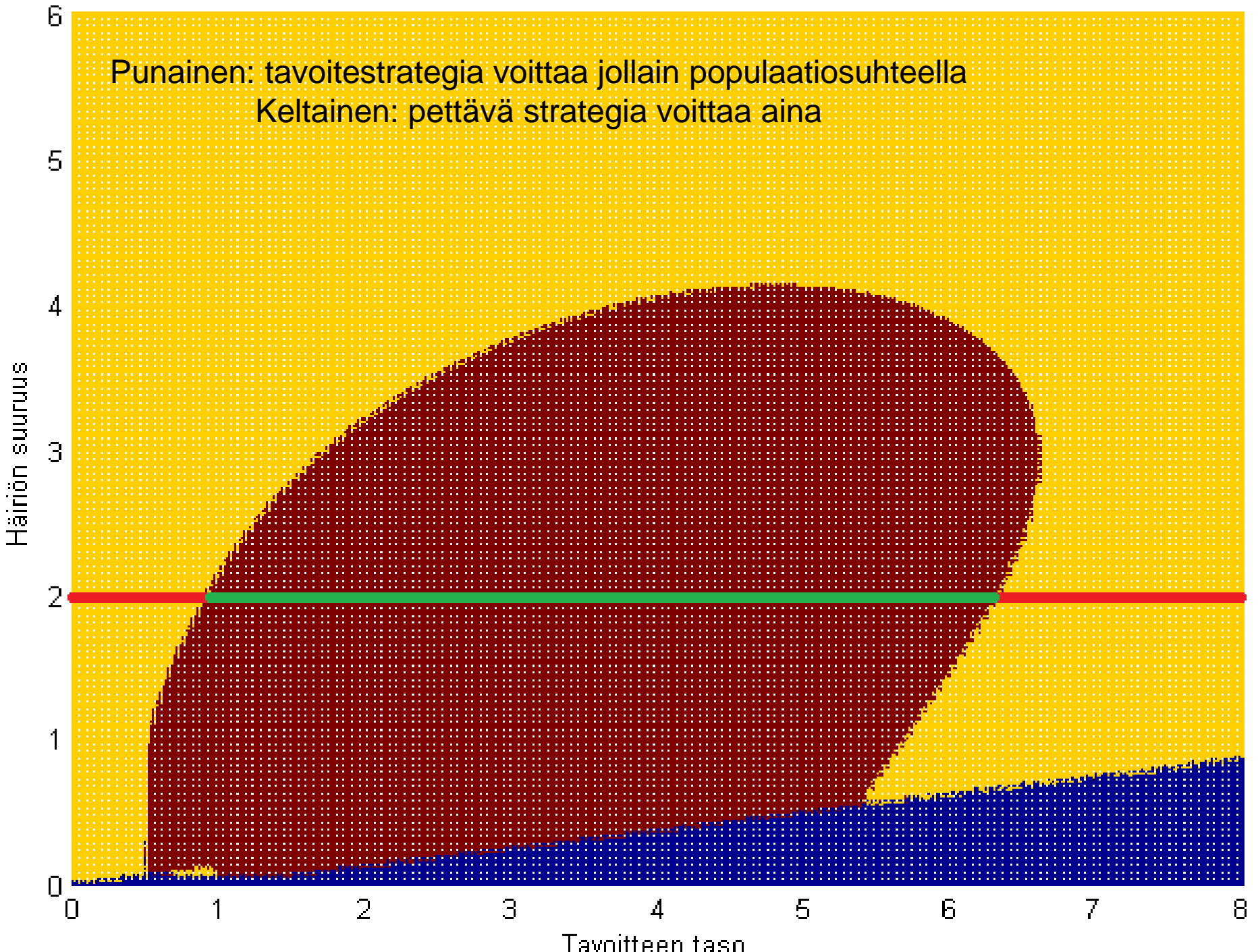
– $T=5$

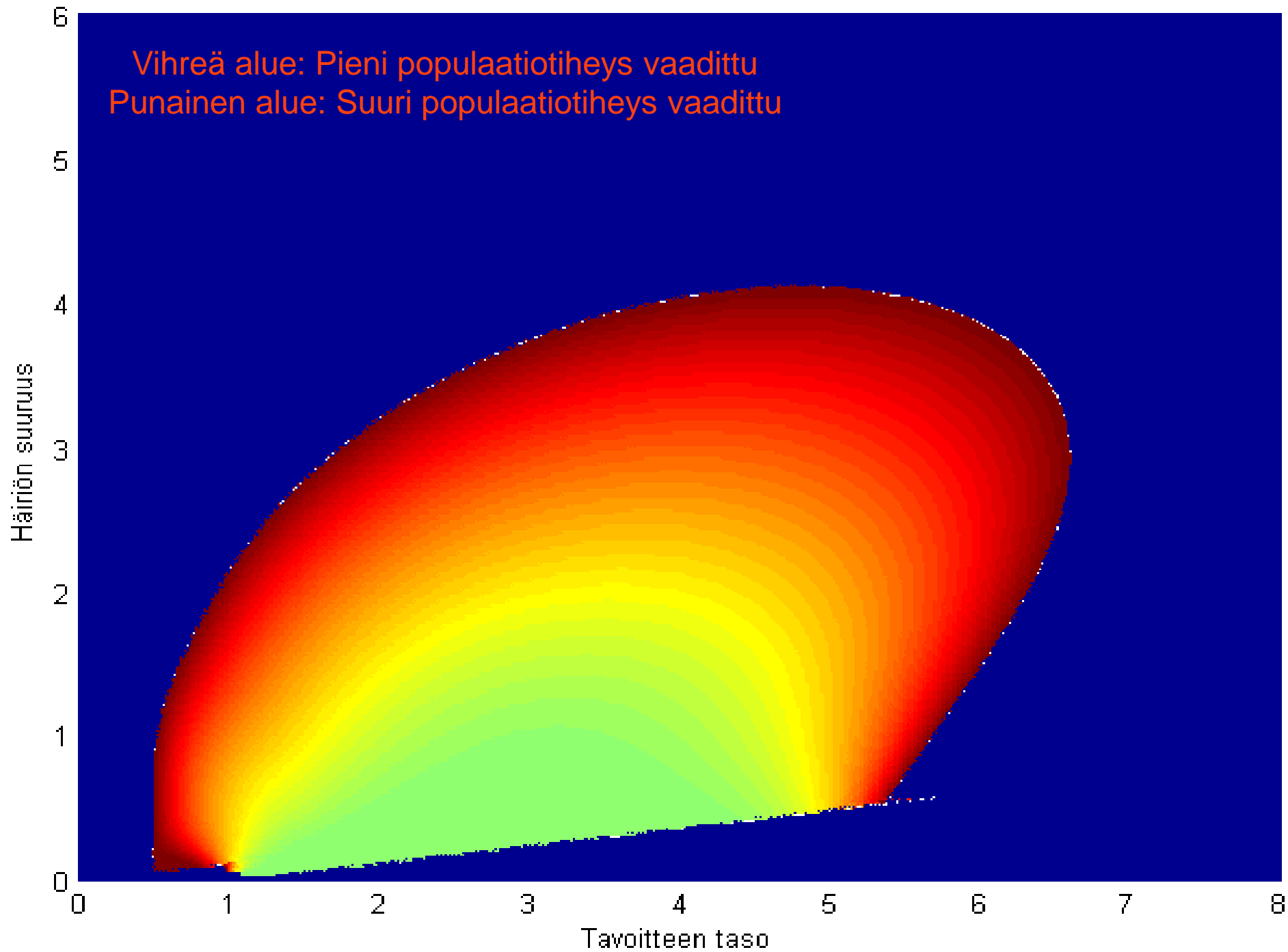
– $R=3$

– $P=1$

– $S=0$

Punainen: tavoitestrategia voittaa jollain populaatiosuhteella
Keltainen: pettävä strategia voittaa aina

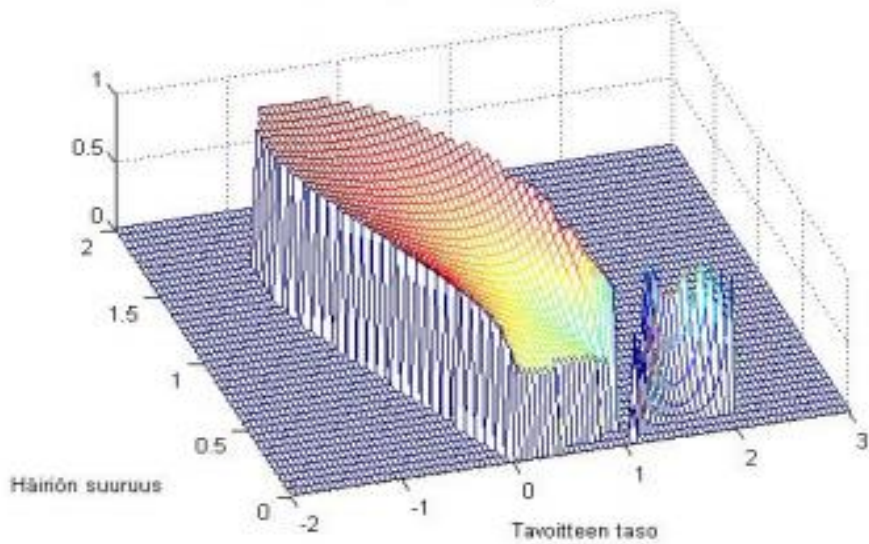




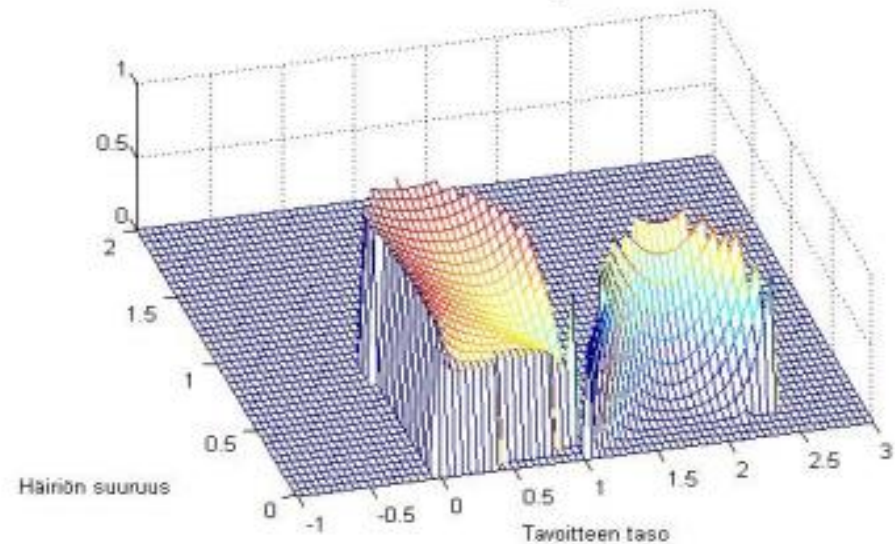
Parametrien vaikutus

- Parametrien valitseminen on mielivaltaista, jos ei ole kyseessä reaalimaailman sovellus.
- Tutkitaan miten tilanne muuttuu parametrien mukana (T, R, P ja S)
- Voidaan asettaa nollapiste valitsemalla $S=0$.
- Voidaan asettaa skaalaus valitsemalla $P=1$.
- Tutkittavaksi jää riippuvuus T:stä ja R:stä.

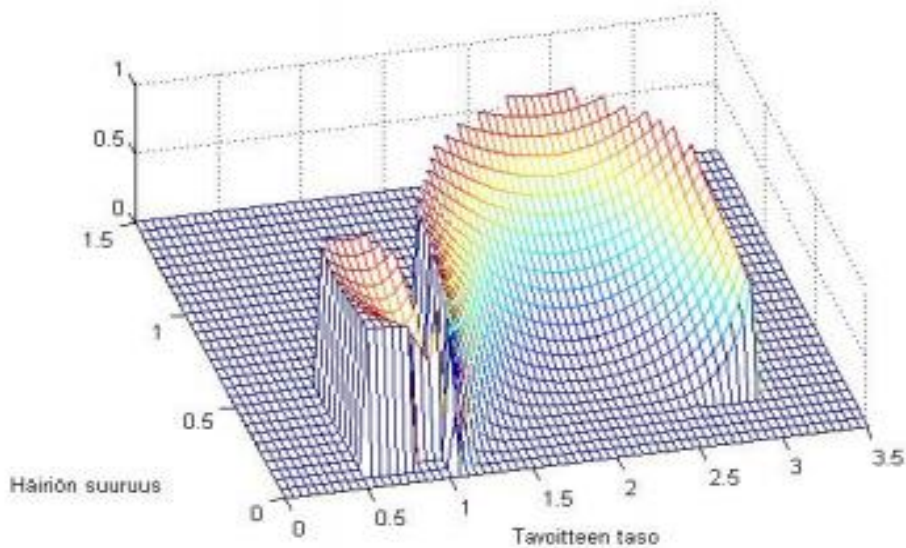
$T = 2,2$



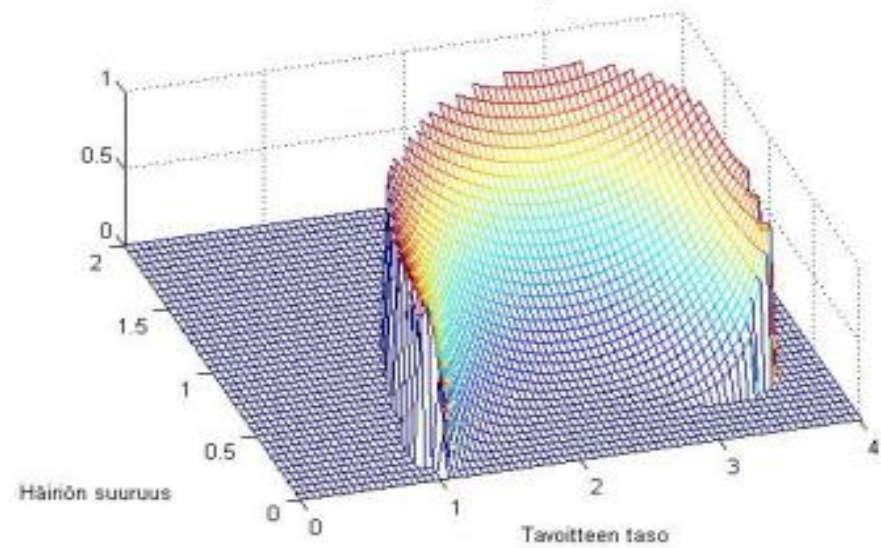
$T = 2,5$



$T = 3$



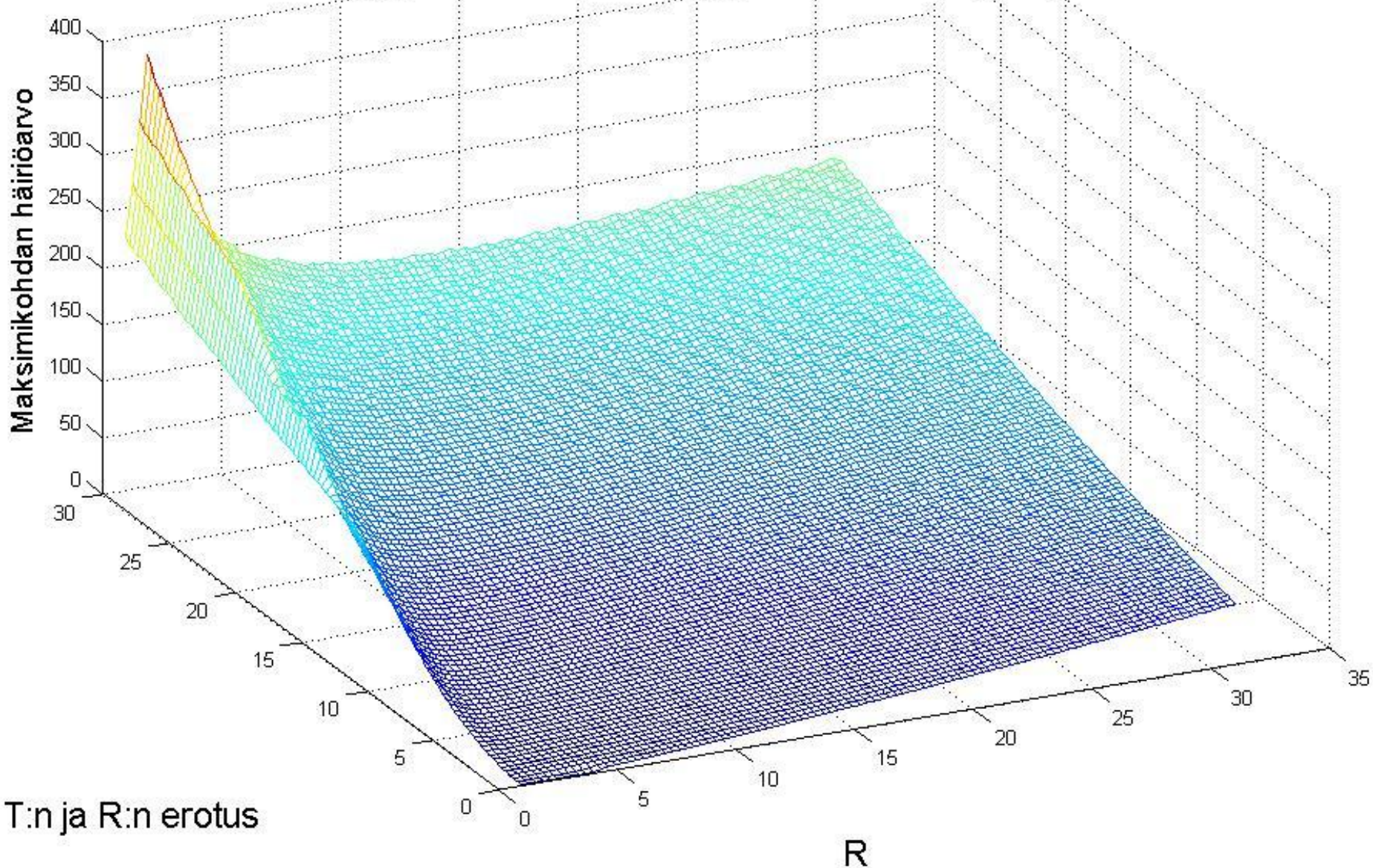
$T = 3,5$



Kuva 3: Käyvän alueen muoto eri T :n arvoilla, kun $R = 2$.

Käyvän alueen suurin häiriöarvo T:n ja R:n funktiona

–Miten suurilla häiriöillä tavoitestrategia voi päihittää vielä pettävän strategian?

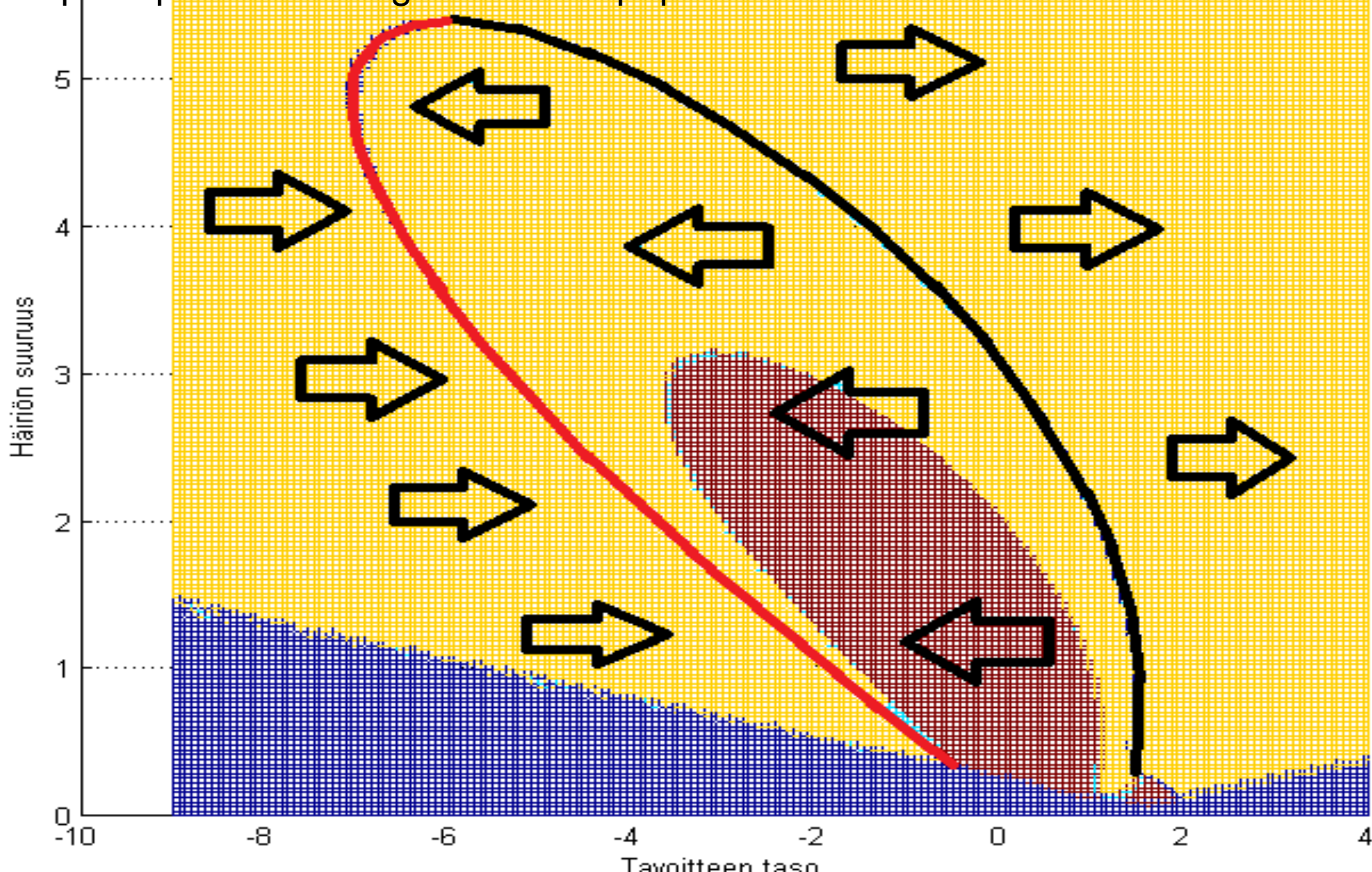


Evoluutio

- Tavoitestrategia voittaa pettävän strategian, mutta mitä sitten tapahtuu?
- Esim. tavoitestrategia rajalla 2,20 ja syntyy uusi strategia joka pelaa arvolla 2,21.
- Jos aina uusi mutantti voittaa edellisen tavoitteen raja kasvaa ja strategia muuttuukin pettäväksi strategiaksi.
- Toisaalta voi käydä niin, että kehitys pysähtyy johonkin arvoon. Mitä tapahtuu, jos tätä arvoa vastaan tulee pettävä strategia?

$$T = 3,5$$

– Tässä strategia ajautuu ulos punaiselta alueelta punaiselle viivalle ja lopulta pettävä strategia valloittaa populaation.

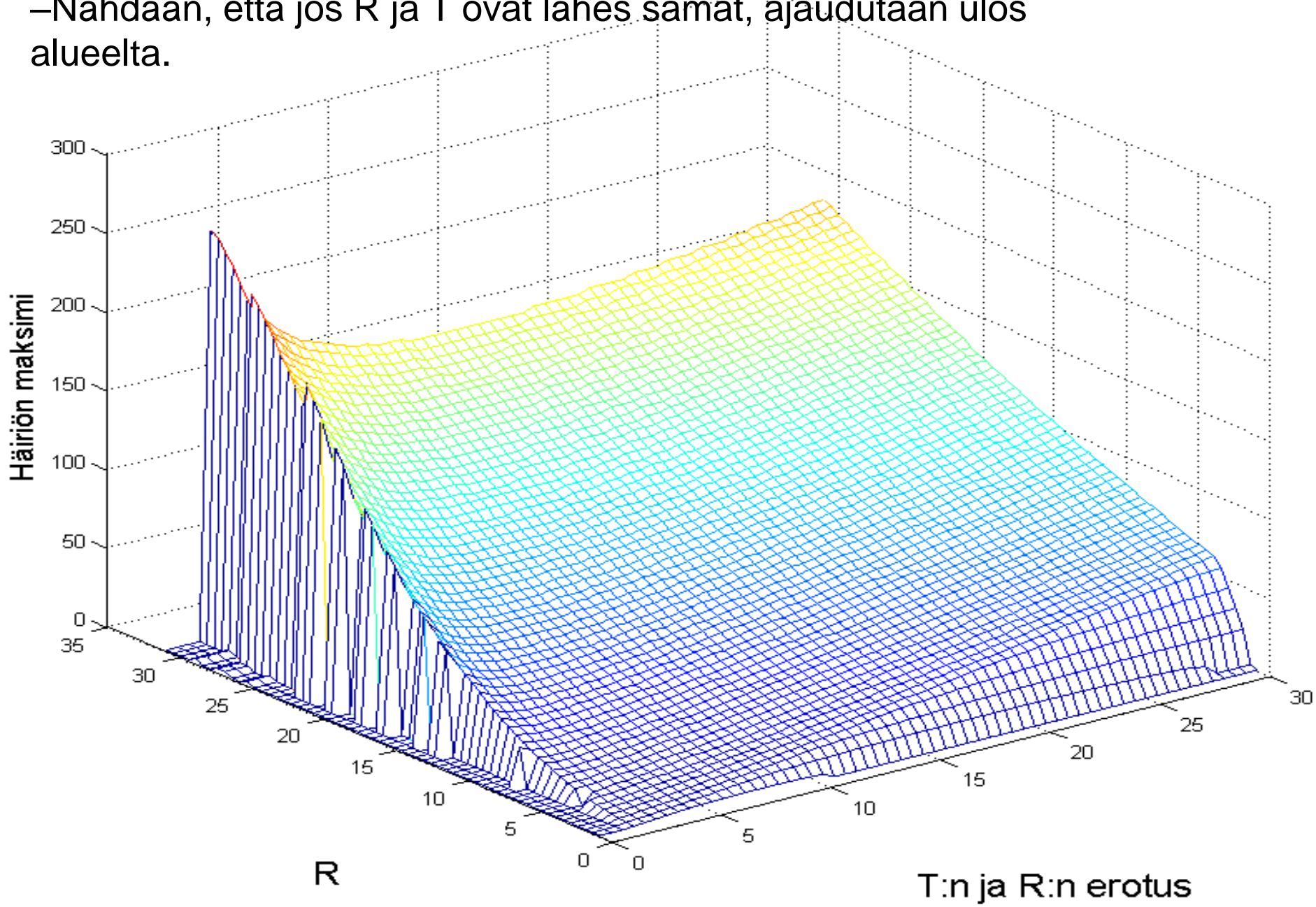


Evoluutio

- Yleensä onneksi parempi tilanne.
- Lähtökohtana alkutilanne, joka on pärjännyt pettäväälle strategialle.
- Tutkitaan, ajautuuko tavoitestrategia hyvän alueen sisäpuolelle vai ei.
- Kuinka suurilla häiriöillä ajaudutaan hyvälle alueelle?

Raja-alueen ulottumisen maksimikohta

–Nähdään, että jos R ja T ovat lähes samat, ajaudutaan ulos alueelta.



Mitä iloa tästä kaikesta on?

–Ei mitään?

–Strategia oli hyvin yksinkertainen.

–Ei tarvinnut edes tietoa omista valinnoistaan.

–Silti yhteistyön ylläpito usein mahdollista.

–Jatkotutkimuksena voisi olla esimerkiksi strategia, joka käyttää eri tavoiterajaa riippuen siitä, mitä itse on valinnut siirrokseen.