



Aalto-yliopisto
Perustieteiden
korkeakoulu

GARCH Models for Foreign Exchange Rates (valmiin työn esittely)

Janne Kunnas

12.03.2012

Ohjaaja & Valvoja: Ahti Salo

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Esityksen sisältö

- Tavoitteet
- GARCH ja EGARCH -prosessit
- Aineisto, USD/EUR -valuuttadata
- Parametrien estimointi
- Viitteet

Tavoitteet

- Tutustua GARCH-prosessiin ja sen laajeennuksiin
- Soveltaa valittua GARCH-prosessia valuuttadataan ja estimoida USD/EUR -volatiliteettia

GARCH

- Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
- GARCH-estimaatti on painotettu summa pitkän aikavälin varianssista, edellisen periodin varianssin ennusteesta ja nykyisen periodin informaatiosta

GARCH(p,q) prosessi

$$X_t = \sigma_t Z_t \quad , Z_t \sim N(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

$$\alpha_0 > 0$$

$$\alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p$$

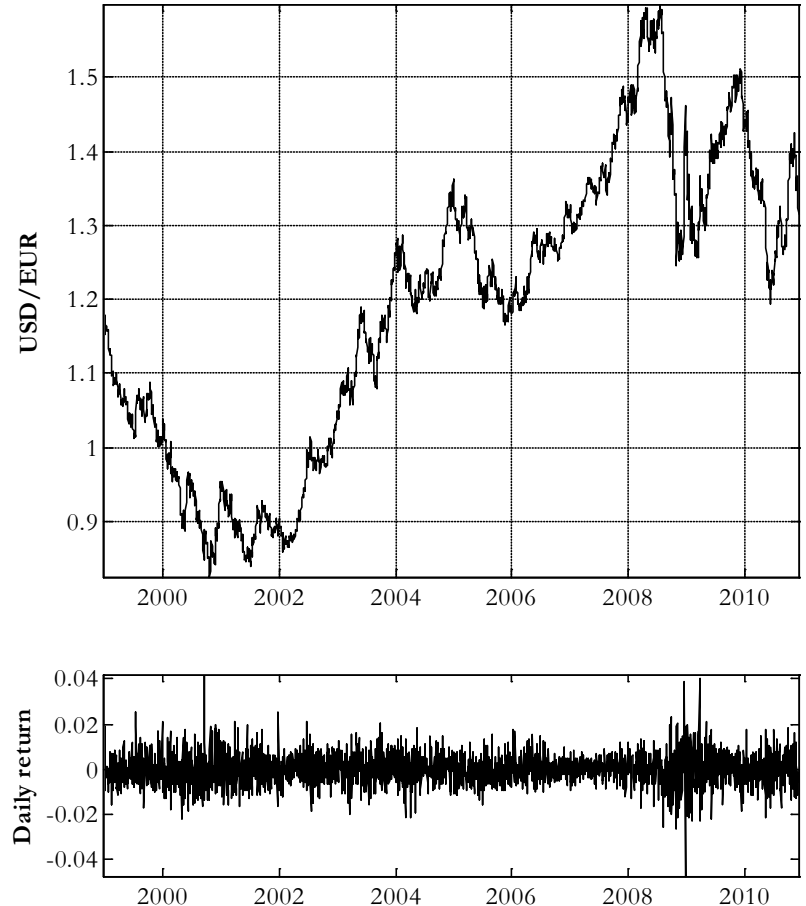
$$\beta_j \geq 0, j = 1, \dots, q$$

EGARCH

- Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity
- EGARCH-prosessin vipuvaikutus mahdollistaa epäsymmetrisen reagoinnin varianssin positiivisiin ja negatiivisiin muutoksiin
- Hyödyllinen ominaisuus kun estimoidaan varianssia finanssidatalle, koska negatiivisten uutisten on todettu kasvattavan enemmän varianssia kuin positiiviset uutiset

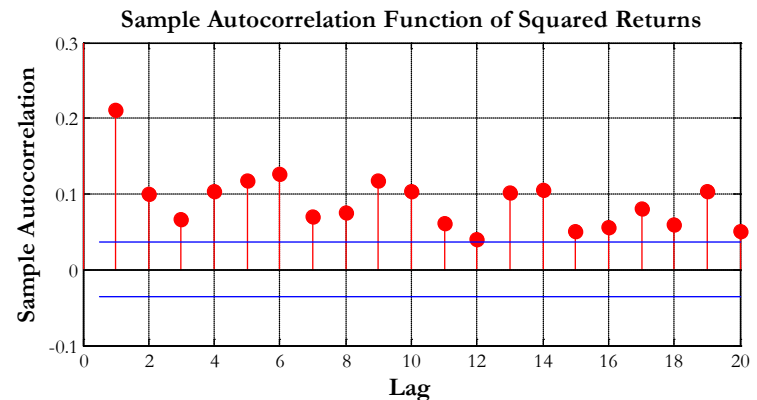
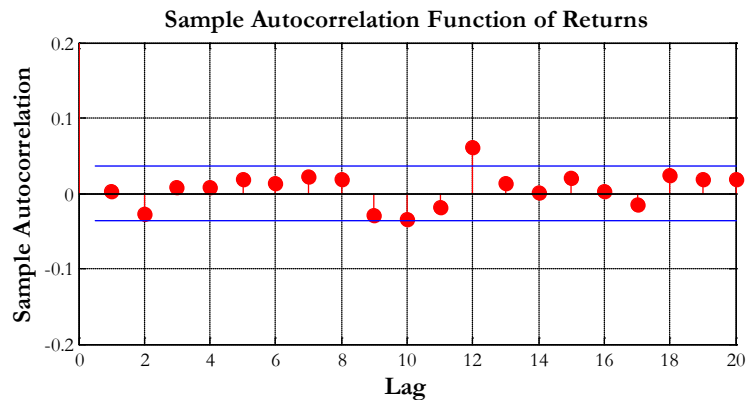
Aineisto

- USD/EUR
valuutakurssit
1.1.1999 - 29.11.2010
- Onko aikasarjan
varianssi ei vakio?



Auto- ja osittaisautokorrelaatiofunktiot

- Selvitetään onko data autokorreloitunutta
 - Tuotot eivät ole autokorreloituneita
 - Tuottojen neliöt selvästi autokorreloituneita
 - On syytä tarkistaa datan stationaarisuus



Englen ARCH-testi

- Testataan onko aikasarjan varianssi vakio
- Nollahypoteesi on, että aikasarjan varianssi on vakio
- Vaihtoehtoinen hypoteesi on, että aikasarja on ehdollisesti heteroskedastinen

Table 3: Engle's ARCH test results for daily returns of USD/EUR exchange rates.

Lags	H ₀	p-Value	Statistic	Critical Value
10	1	0.00	232.4917	18.3070
15	1	0.00	252.8194	24.9958
20	1	0.00	266.9501	31.4104

Parametrien estimointi

- Prosessin parametreja ei voida laskea analyttisesti regressiomallista

$$\varepsilon_t = y_t - x_t' b,$$

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2),$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-1}^2$$

Parametrien estimointi

- Käytetään suurimman uskottavuuden menetelmää maksimoimalla logaritmista uskottavuusfunktiota

$$L_t = \sum_{t=1}^T \left[-\frac{1}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log(\sigma_t^2) - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_t^2}{\sigma_t^2} \right].$$

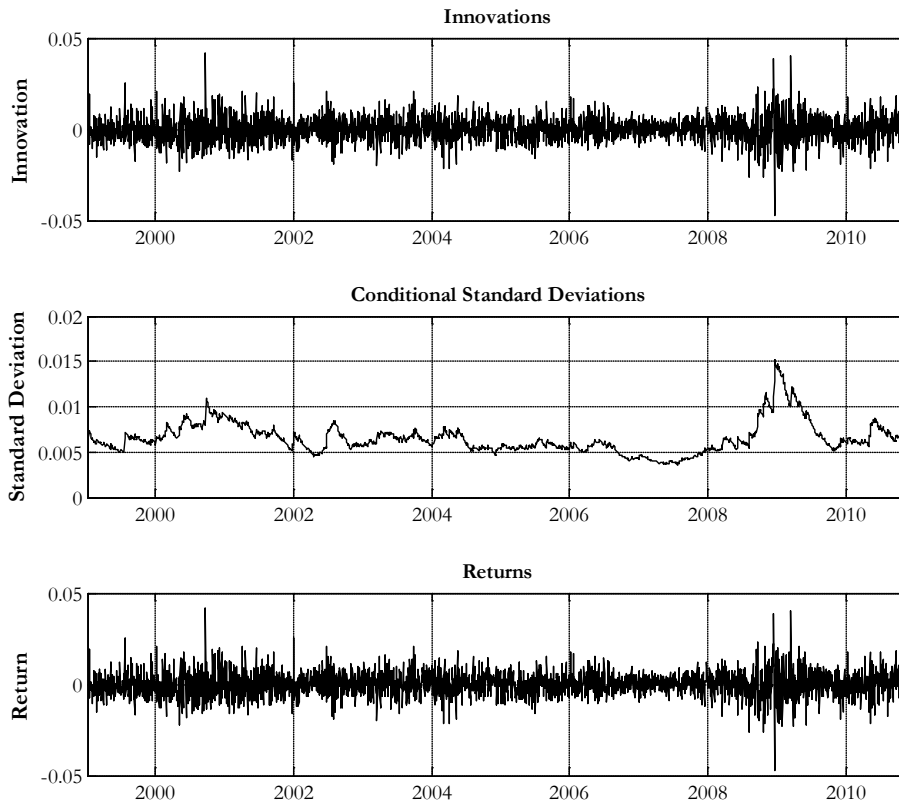
Estimoidut parametrit

- Estimoidut parametrit GARCH(1,1) prosessille

$$\sigma_t^2 = 2.00 * 10^{-7} + 0.031879 * X_t^2 + 0.96396 \sigma_{t-1}^2$$

Parameter	Value	Standard Error	T Statistic
K	2,00E-07	7,34E-08	2,7240
GARCH(1)	0,96396	0,0047467	203,0785
ARCH(1)	0,031879	0,0041538	7,6747

Innovaatiot



Pohdinnat

- GARCH-prosessi soveltuu hyvin käytetylle USD/EUR –valuuttadataalle
- Englen ARCH testin mukaan estimoidun GARCH-prosessin residuaalit ovat korreloimattomia
- Standardoidut GARCH(1,1) residuaalit ovat kuitenkin leptokurtisia, on syytä epäillä etteivät USD/EUR –datan tuotot ole normaalisti jakautuneita

Viitteet

- Bollerslev T. 1986. Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, pp. 307-327
- Box G.E.P G.M Jenkins G.C. Reinsel1 1994. Time series analysis: Forecasting and control, third edition, *Prentice Hall*
- Engle, R. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation *Econometrica*. Vol. 96, 1988, pp. 893–920