



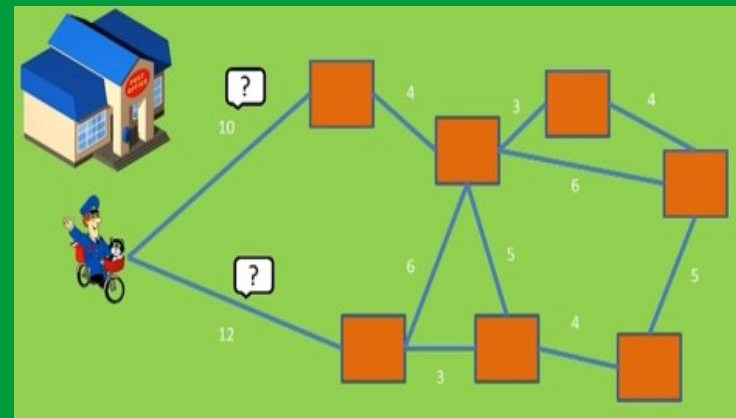
Aalto-yliopisto  
Perustieteiden  
korkeakoulu

# Kiinalaisen postimiehen ongelma

*Kimmo Kontio*

*1.12.2015*

*Ohjaaja/Valvoja: Harri Ehtamo*



[5]

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

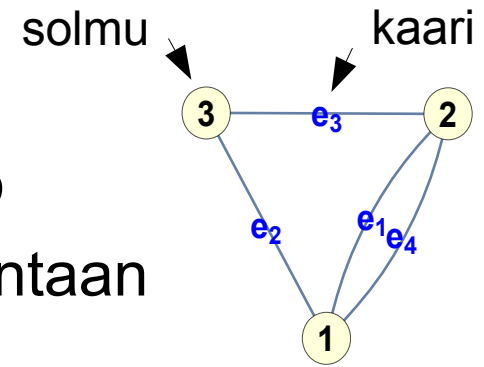
# Työn sisältö

Lyhyt yleiskatsaus kiinalaisen postimiehen ongelmaan

- Termejä
- Historia
- Algoritmien kantavat ideat
- Käytännön laskuesimerkki:  
Ylläksen latukartta
- Postimiehen ongelman muunnelmia
- Käytännön esimerkkejä

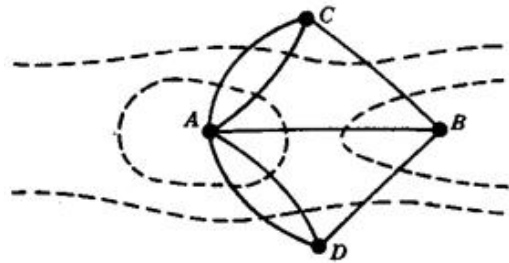
# Graafien termejä

- Kulku: solmujen ja kaarien jatkuva jono
- Reitti: kulku, kukin kaari esiintyy korkeintaan kerran
- Polku: reitti, kukin solmu esiintyy korkeintaan kerran
- Kierros: suljettu kulku
- Piiri: suljettu polku
- Yksinkertainen kierros: jokainen kaari enintään kerran
- Eulerin kierros: jokainen kaari täsmälleen kerran
- Kiinalaisen postimiehen kierros: jokainen kaari vähintään kerran



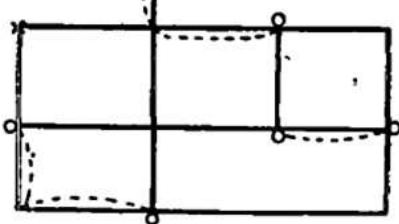
# Kiinalaisen postimiehen ongelman historia

- Euler 1736



[6]

- Kwan 1960  
Optimointitehtävä

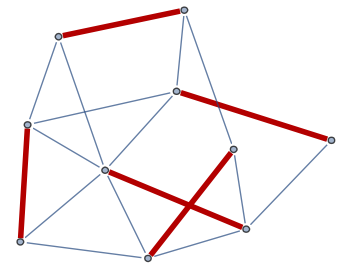


[4]

图 4

- Hierholzer 1871  
Todistus: Graafissa on Eulerin kierros, joss jokainen solmu on parillinen.

- Edmonds 1965  
Ongelman  
redusointi  
Graafien  
sovitukseen

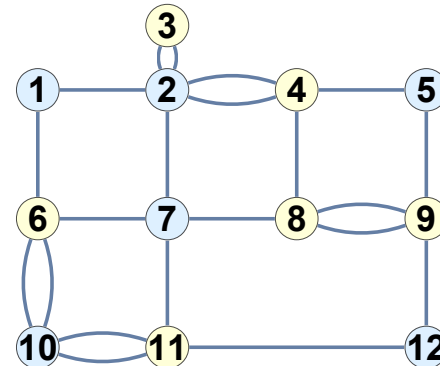
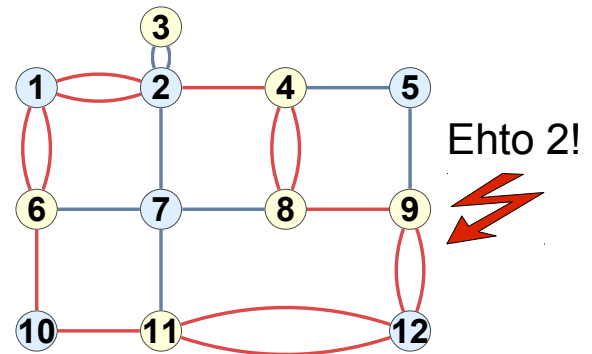
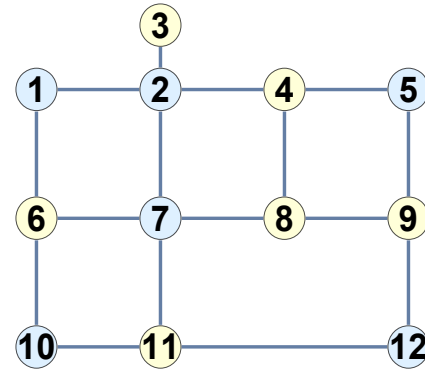


# Kwanin algoritmi

Periaate: graafi täydennetään Eulerin graafiksi.

Optimaalinen postimiehen kierros:

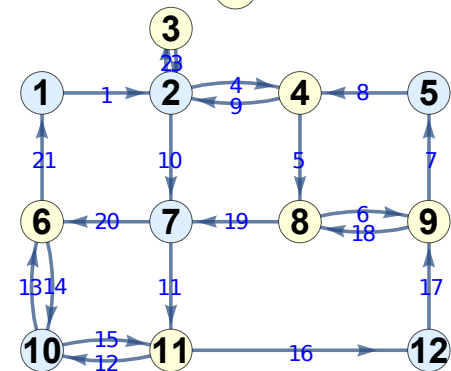
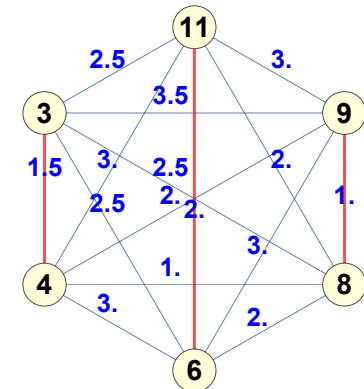
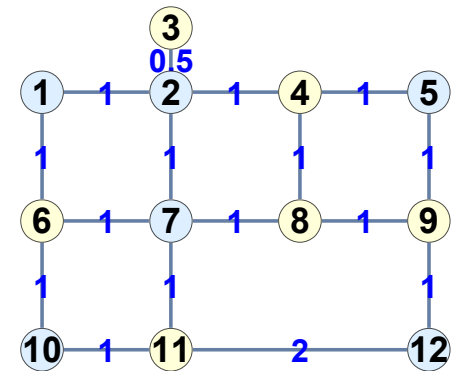
- 1) Kukin alkuperäinen kaari on kahdennettu korkeintaan kerran.
- 2) Jokaisen piirin kahdentamattomien kaarien summa on vähintään puolet piirin koko pituudesta.



# Edmondsin algoritmi

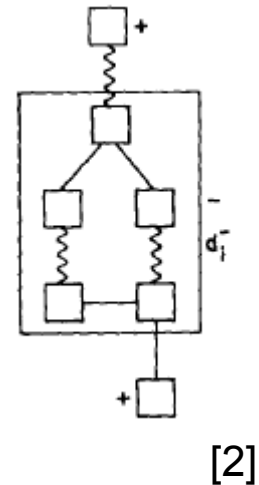
Periaate: graafi täydennetään Eulerin graafiksi.

- 1) Muodostetaan parittomista solmuista täydellinen graafi, jossa solmujen etäisyydet ovat niiden väliset minimietäisyydet.
- 2) Kevein täydellinen sovitus antaa kahdennettavat kaaret.



# Edmondsin sovitusalgoritmi

- Lineaarisen ohjelmoinnin ongelma – kokonaislukurajoituksia ei tarvita. Ns. blossom-yhtälöitä eksponentiaalinen määrä.
- Ratkaistaan duaalialgoritmilla, jolloin rajoitusyhtälöiden eksponentiaalinen määrä ei haittaa.
- Jokaisella duaalialgoritmin kierroksella ratkaistaan hyväksyttävän graafin maksimisovite: Edmondsin blossom-algoritmi. Ratkeaa myös lineaarisella ohjelmoinnilla.

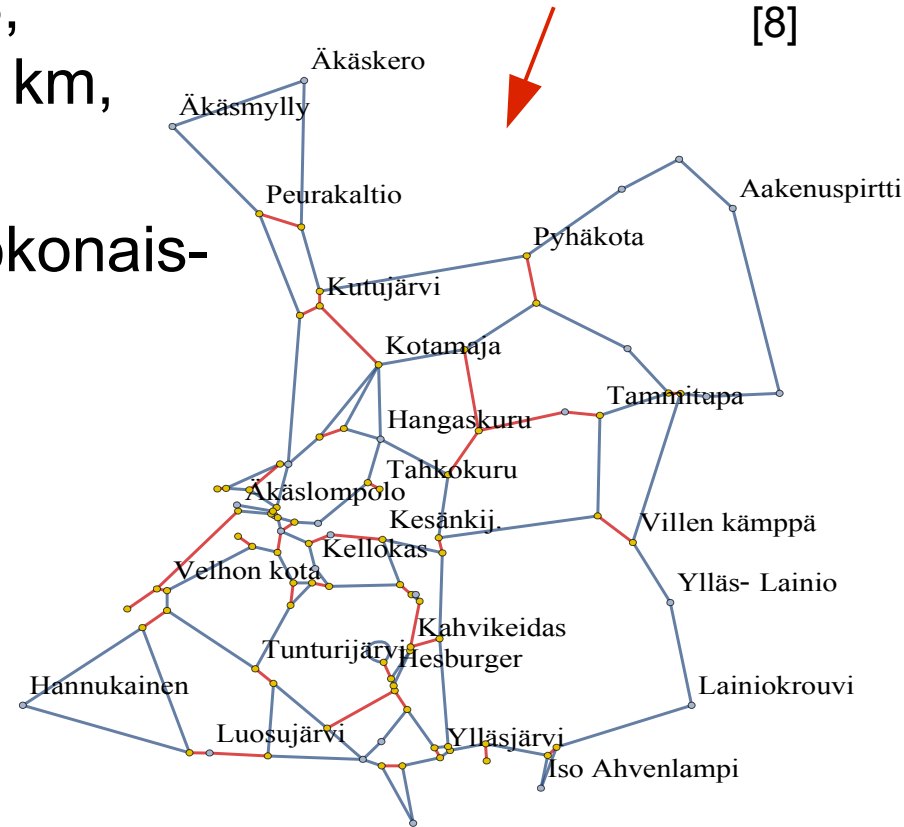


# Esimerkki: Ylläksen ladut yhteeseen menoon

- Malli: graafi  $G=(V,E)$ ,  $|V|=98$ ,  $|E|=135$ , kokonaismatka 299 km,  $|V|_{\text{odd}}=74$ .
- Eulerin graafissa  $|E|=182$ , kokonaismatka 355 km  
Mathematican viemä laskenta-aika  $\sim 3.5$  ms.
- Realistinen malli?  
24 h hiihtoennätykset  
344 (N 2015) ja 433 km (M 2010).



[8]





# Postimiehen ongelman muunnelmia

- Yksin Kramberger [3] listaa 16 variaatiota.
- Latukarttaesimerkillä jatkettuna voidaan malliksi ottaa **MM k-PCWMCPP**: min-max priority constrained windy mixed k-CPP.  
Suomeksi: Minimoi k:n reitin maksimipituus s.e. kaikki kaaret kuljetaan. Osa reunoista voi olla yksisuuntaisia ja kaksisuuntaisten reunojen painot erilaiset eri suuntiin. Reitillä on lisäksi solmuja, joiden kautta halutaan kulkea mahdollisimman aikaisin.
- Yleisesti vaikeita ongelmia, jotka eivät ratkea suoraan Edmondsin algoritmilla.

# Käytännön esimerkkejä

- Alkuperäisessä hengessä kaikki reititysongelmat, joissa olennaista kulku pitkin kaarta (ARP): lumen auraus, sähkölinjojen tarkastus, postin jakelu
- Valmistustekniikka: leikkualgoritmit, VLSI-piirien optimointi
- Tietotekniikka: käyttöliittymien analysointi
- Biologia: DNA-kartoitus



[7]



[1]

# Mitä tuli tehtyä

- Oma esimerkki yksinkertainen, paino kirjallisuuden tutkimisessa.
- Läpileikkaus postimiehen ongelmaan, joka jää usein kauppamatkustajan ongelman varjoon.
- Tutkimuskohteena edelleen aina ajankohtainen. Edmondsin algoritmin parantelu ja käytännön sovellusten kannalta yleisempi reititysongelma.

# Viitteet

[1] Cgtrader, 2011. DNA. Viitattu 23.11.2015.

URL <https://www.cgtrader.com/3d-models/science-medical/medical/dna-strand--3>

[2] Edmonds, J., Johnson, E., 1973. Matching, Euler tours and the Chinese postman. *Mathematical Programming* 5 (1), 88124.

URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF01580113>

[3] Kramberger, T., Zerovnik, J., 2007. Priority constrained chinese postman problem. *Logistics & Sustainable Transport* 1 (1).

URL <http://jlst.fl.uni-mb.si/index.php/journal/article/view/5>

[4] Kwan, M.-k., 1962. Graphic programming using odd or even points. *Chinese Mathematics* 1.

URL <http://web.eecs.umich.edu/~pettie/matching/Kwan-Guan-chinese-postman-english.pdf>

[5] Lee, C. C. D., Jun. 2012. Postman route. Viitattu 18.9.2014.

URL <https://www.youtube.com/watch?v=b3g2Hb6gjK0>

[6] McCormick, Apr. 2013. From Monograph to Multigraph: the Distributed Book | Tim McCormick. Viitattu 18.9.2014.

URL <http://tjm.org/2013/01/04/from-monograph-to-multigraph-the-distributed-book/>