



Aalto-yliopisto
Perustieteiden
korkeakoulu

Computing equilibria in repeated games

Markus Kärki

17.9.2012

Ohjaaja: TkT Kimmo Berg

Valvoja: Prof. Harri Ehtamo

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Työn tavoitteet

- Kehittää algoritmi toistettujen pelien (osapelitäydellisten) tasapainoratkaisujen ratkaisemiseksi
- Visualisoida näiden ratkaisujen tuottamia payoff-joukkoja ja tutkia joukkojen täyttymistä

Toistettujen pelien esittely

Peli		
	L	R
T	3,3	0,4
B	4,0	1,1

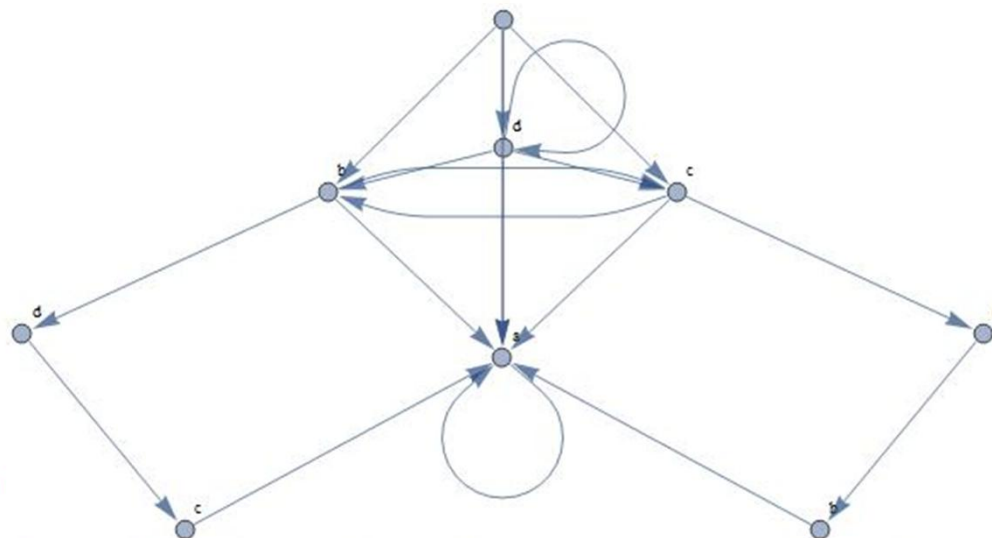
Action set		
	L	R
T	a	b
B	c	d

Polku
Esim. aabd(a) ∞
Osapolut
abd(a) ∞
bd(a) ∞
d(a) ∞
(a) ∞

- Tasapainopolku on polku, jolta poikkeamalla missään vaiheessa kukaan pelaaja ei voi saavuttaa parempaa payoffia, kun poikkeamisesta seuraa rangaistus.
- Polun payoff \geq poikkemalla saatu payoff + rangaistus

Elementaariset polut

- Pelin kaikki äärettömät tasapainopolut voidaan rakentaa joukosta polun pätkiä (elementaariset polut), Berg ja Kitti, 2011
- Kun diskonttaus on 0,5 edellisen dian pelin elementaariset polut ovat: cb, d, ca, ba, bdca, aa, bc, cdba

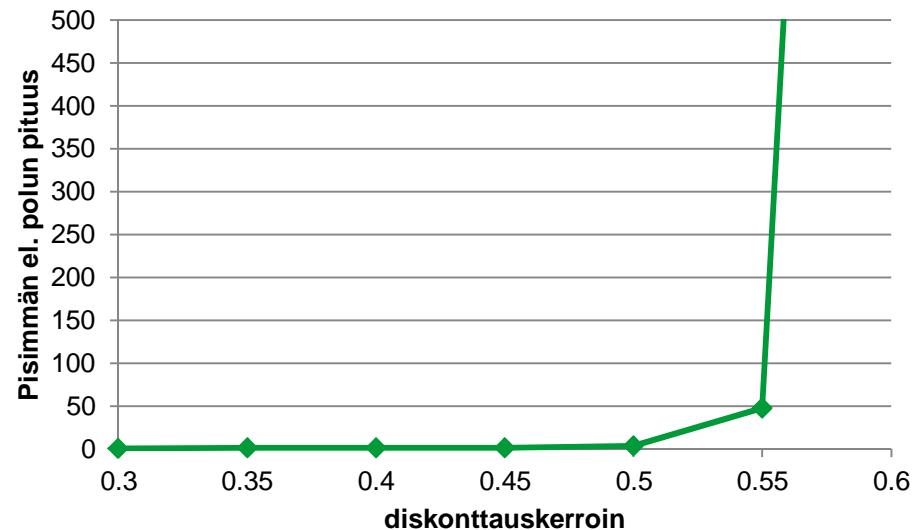


Menetelmä tasapainopolkujen ja rangaistuspolun ratkaisemiseksi

- Aluksi oletetaan: Rangaistus \leftarrow minmax
- For (jokin rangaistuspolku ei ole tasapainopolku)
 - Etsitään el. Polut leveyshauulla kaikista poluista
 - Tehdään poluista graafi
 - Etsitään graafista pienimmän payoffin tuottava polku jokaiselle pelaajalle ja tutkitaan onko se tasapainopolku
 - Rangaistus \leftarrow pienimmän payoffin tuottava polku
- Visualisoidaan payoff-joukko graafin perusteella

Algoritmilla tutkittavia asioita: Elementaariset polut

- Havainto: elementaaristen polkujen määrä ja pituus kasvaa hyvin jyrkästi kun diskonttaus kasvaa



Algoritmillla tutkittavia asioita: Rangaistuspolut

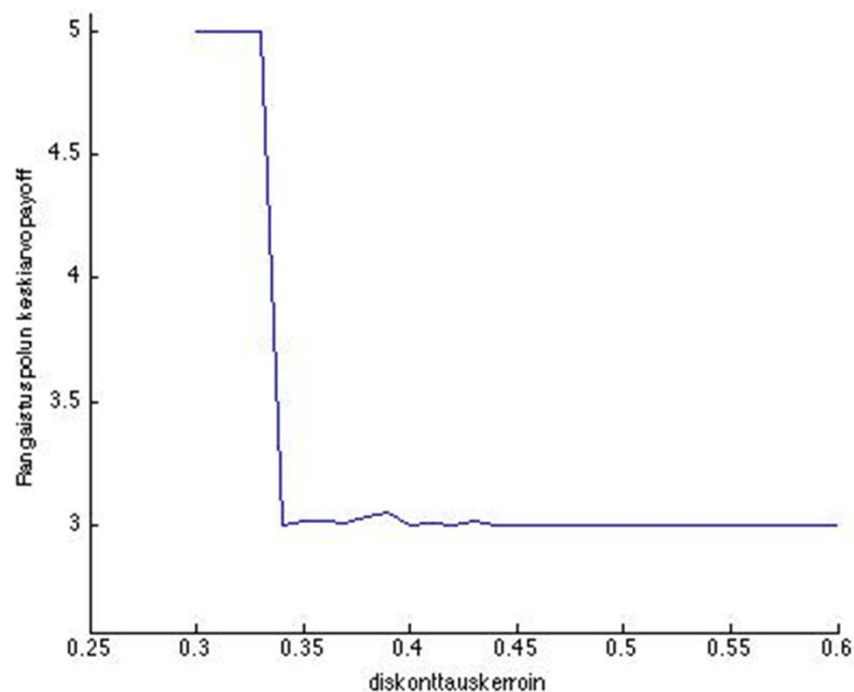
Peli		L	R
T	5,5	3,4	
B	4,3	2,2	

Rangaistuspolut

$d < 0.33$: aaa...

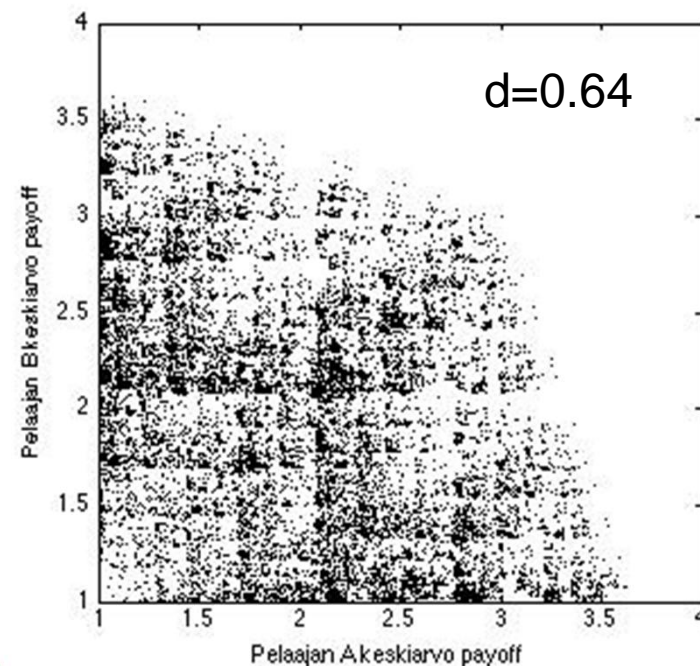
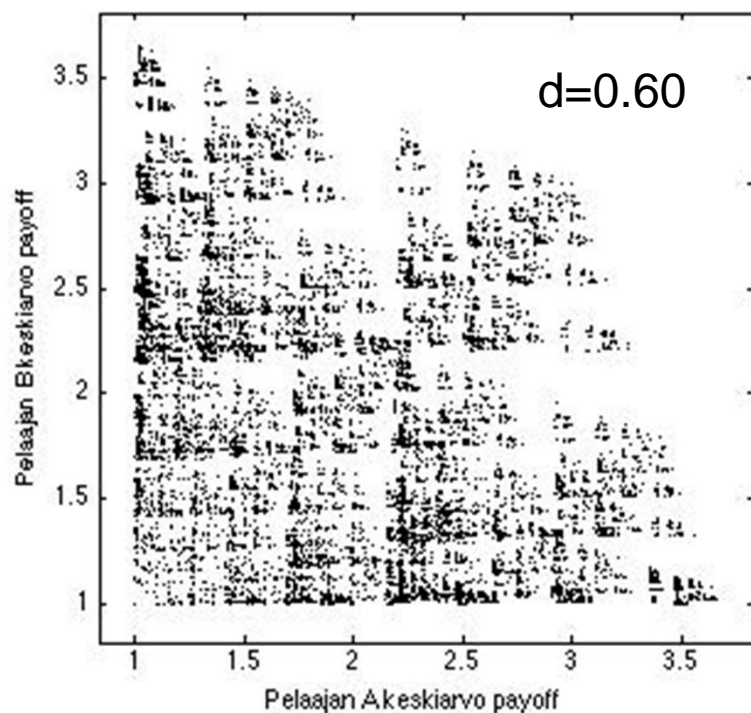
$d > 0.50$: bbb...

$d = 0.44$: (daccaaa) $^{\infty}$



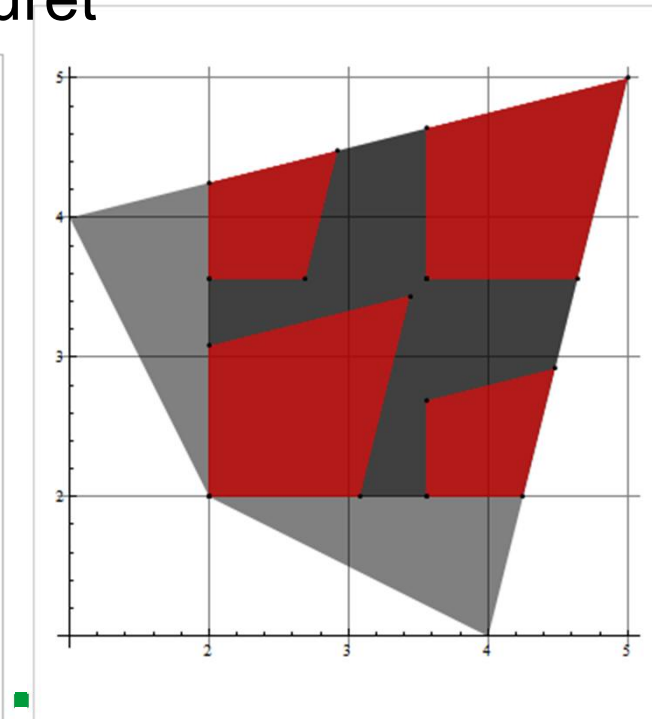
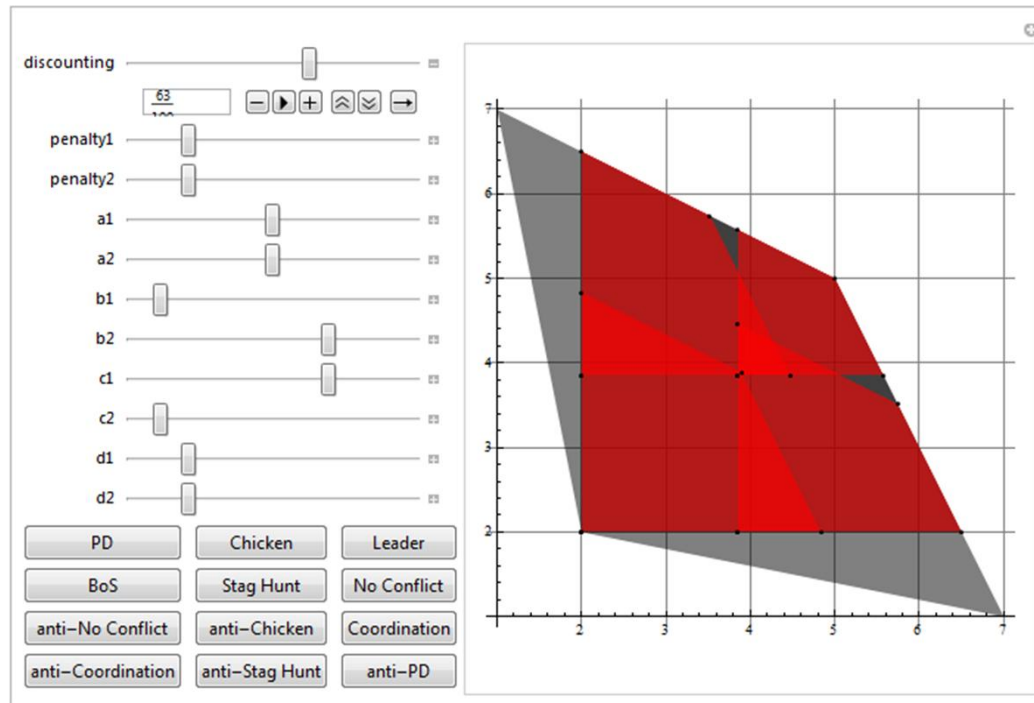
Algoritmilla tutkittavia asioita: Payoff-joukot

Folk teoreema: Mikä tahansa käypä payoff on tasapainopolku kun diskonttaus $\rightarrow 1$



Payoff-joukkojen täyttäminen

- Payoff-joukkojen fraktaalisuuden vuoksi tarkka täyttymispiste selvitetävissä kun pelaajien diskonttauskerroimet ovat yhtäsuuret



Yhteenvetoa ja pohdintoja

- Mahdollisuus löytää rangaistuspolkuja on uutta
 - Polut osoittautuivat monimutkaisiksi joissain tapauksissa
- Elementaarisia polkuja voi olla hyvin paljon (äärettömästi?), tällöin saadaan ainoastaan osa poluista ratkaistua
- Folk-teoreeman mukaiselle payoff-joukon täyttymiselle saadaan tarkka-arvo 2x2 peleissä
 - Folk-teoreeman perusteella ainoastaan raja-arvo, $d \rightarrow 1$