



Aalto-yliopisto
Perustieteiden
korkeakoulu

Search space traversal using metaheuristics

Mika Juuti

11.06.2012

Ohjaaja: *Ville Mattila*

Valvoja: *Harri Ehtamo*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Työn tavoite

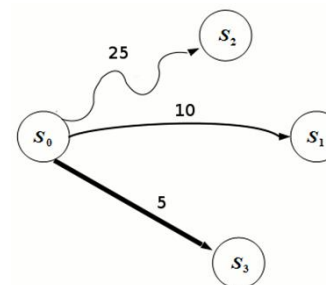
- Tutkia Ant Colony System (lyh. ACS) –metaheuristiikkaa
- Verrata ACS:n ja simuloidun jäähdytyksen (lyh. SJ) suorituskykyä yleisesti käytetyissä testiongelmassa
- Kuvata ACS:n käyttöönottoa kombinatorista optimointitehtävää varten

Moniulotteinen selkäreppun täyttöongelma (MKP)

- Täytä (yksi) selkäreppu niillä esineillä, jotka antavat parhaan tuoton
- Rajoitteita voi olla enemmän kuin yksi → *m-dimensional knapsack problem* (MKP)
- Esim. budjetointitehtävä
- NP-kova tehtävä, polynomiaikaista algoritmia ei tiettävästi ole

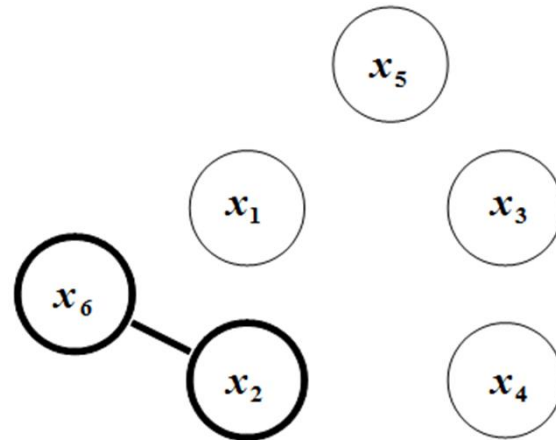
Ant Colony System

- Ylläpitää muurahaisten rakentamia ratkaisuja ja feromonipolkuja
- Kukin muurahainen päättää minne mennä jokaisella iteraatiolla naapurustoinformaation perusteella → iteraatio hidas (noin 2.5 ms testikoneella)
- Konvergoi optimia kohden tietyn oletuksen, kun laskenta-aika lähestyy ääretöntä
- Ratkaisee graafi-ongelmia
- Konstruktivinen menetelmä, rakentaa ratkaisuja lisäämällä käypiä esineitä nykyiseen ratkaisuun

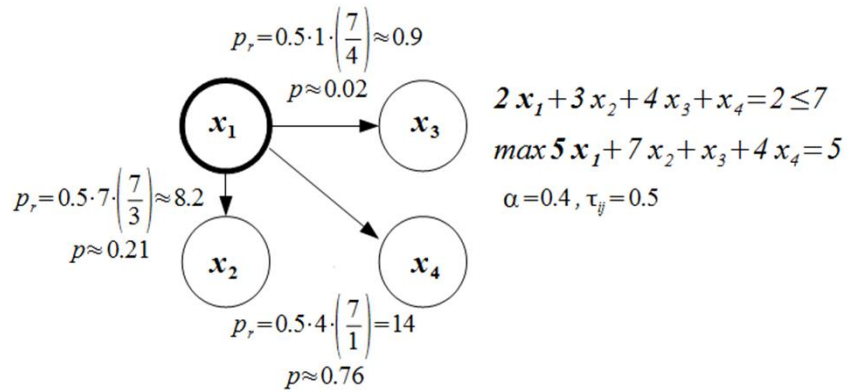


MKP graafi-ongelmana

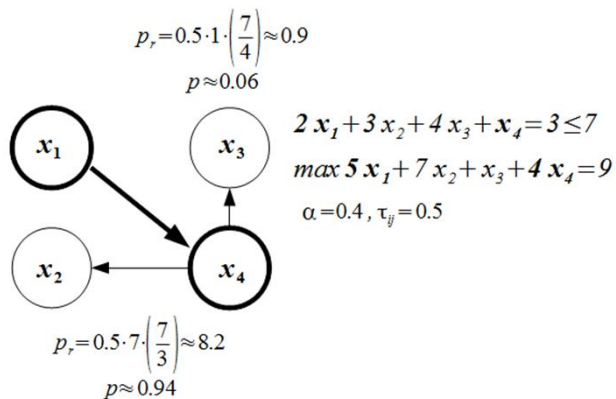
- Yhdistetään valitut esineet (noodi) viivoilla (kaari)
- Naapurusto voidaan tulkita eri lailla:
 - Kaikki ratkaisut, joihin on lisätty tai poistettu yksi esine (SJ)
 - Kaikki käyvät ratkaisut, jotka on saatu lisäämällä esine (ACS)



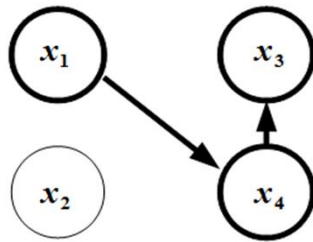
Esimerkki



- Muurahainen 1 aloittaa esineestä 1 ja valitsee seuraavan esineen heuristiikan perusteella, osaratkaisu on (x_1) .



- Muurahainen 1 valitsi esineen 4 ja voi jatkaa ratkaisun rakentamista, osaratkaisu on (x_1, x_4) .

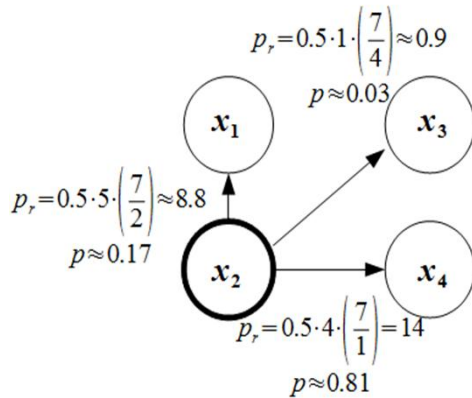


$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 7 \leq 7$$

$$\max 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 4x_4 = 10$$

$$\alpha = 0.4, \tau_{ij} = 0.5$$

- Muurahainen 1 valitsi esineen 3 eikä voi jatkaa, ratkaisu on (x_1, x_4, x_3) .
- Ratkaisu on paras tähän mennessä.

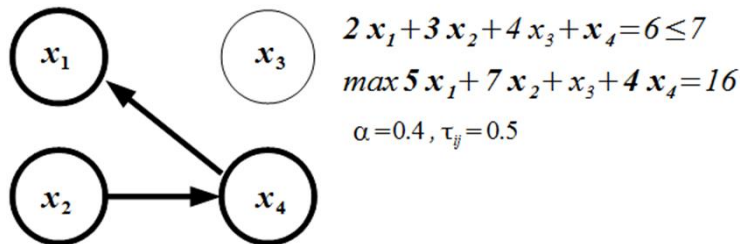
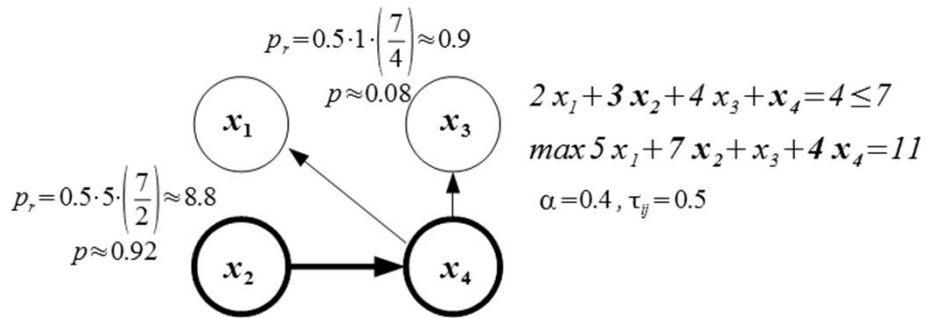


$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 3 \leq 7$$

$$\max 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 4x_4 = 7$$

$$\alpha = 0.4, \tau_{ij} = 0.5$$

- Muurahainen 2 aloittaa esineestä 2, osaratkaisu on (x_2) .



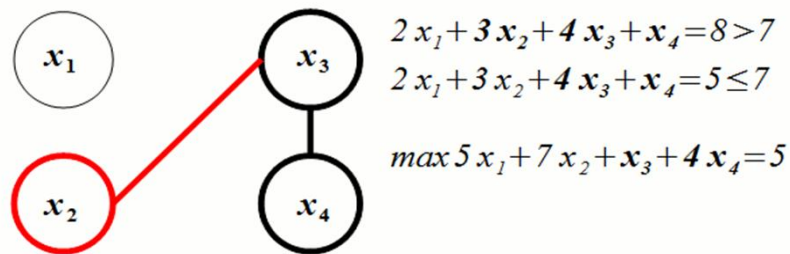
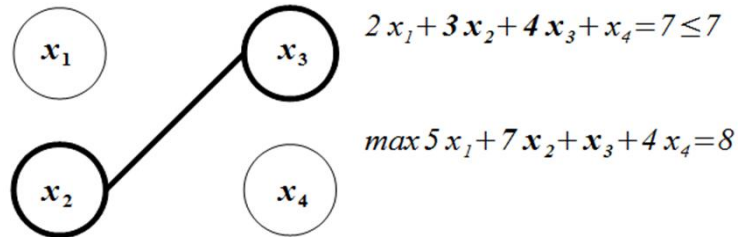
- Muurahainen 2 valitsi esineen 4 ja voi jatkaa, osaratkaisu on (x_2, x_4) .

- Muurahainen 2 valitsee esineen 1, eikä voi jatkaa. Ratkaisu on (x_2, x_4, x_1) .
- Ratkaisu on paras tähän mennessä.
- Iteraatiokierros päättyy kun viimeinen muurahainen on rakentanut ratkaisunsa.
- Paras ratkaisu palkitaan lisäämällä feromonia (τ) tällä polulla.
- Seuraavilla kierroksilla vähennetään feromonia aina silloin, kun kuljetaan jotain polkua pitkin.

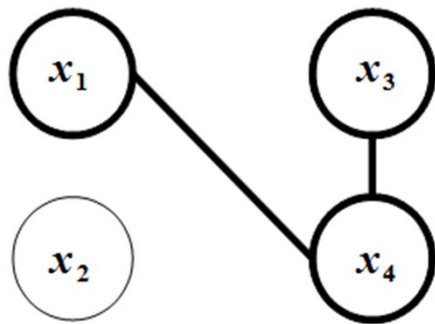
Simuloitu jäähtytys (SJ)

- Generoidaan alkuratkaisu
- Siirrytään naapurustossa poistamalla ja lisäämällä esineitä
- Ei käytä muistia, jokainen iteraatio nopea (noin 30 μ s testikoneella)
- Konvergoi optimia kohti, kun laskenta-aika lähestyy ääretöntä

Esimerkki



- Generoidaan tasajakaumasta alkuratkaisu ongelmalle
($x_2, x_3 = 1; x_1, x_4 = 0$)
- Valitaan esine joukosta (x_1, x_2, x_3, x_4)
→ Valittiin 4
- 4 ei ole mukana ratkaisussa
→ lisätään 4 ratkaisuun
- Ratkaisu ei ole käypä, pudotetaan satunnaisesti esine → Pudotettiin 2
- Ratkaisu käypä ($x_3, x_4 = 1; x_1, x_2 = 0$)



$$2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 7 \leq 7$$

$$\max 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 4x_4 = 10$$

- Valitaan satunnaisesti yksi esineistä
→ Valittiin 1
- Ratkaisu käypä
($x_1, x_3, x_4 = 1; x_2 = 0$)

Jatkuu...

Algoritmien testaus

- 25 testiongelmaa OR librarystä
 - Esineitä 100-500 kpl, rajoitteita 5-30 kpl
 - Tiukkuus-suhde α on 0.25, 0.50 tai 0.75

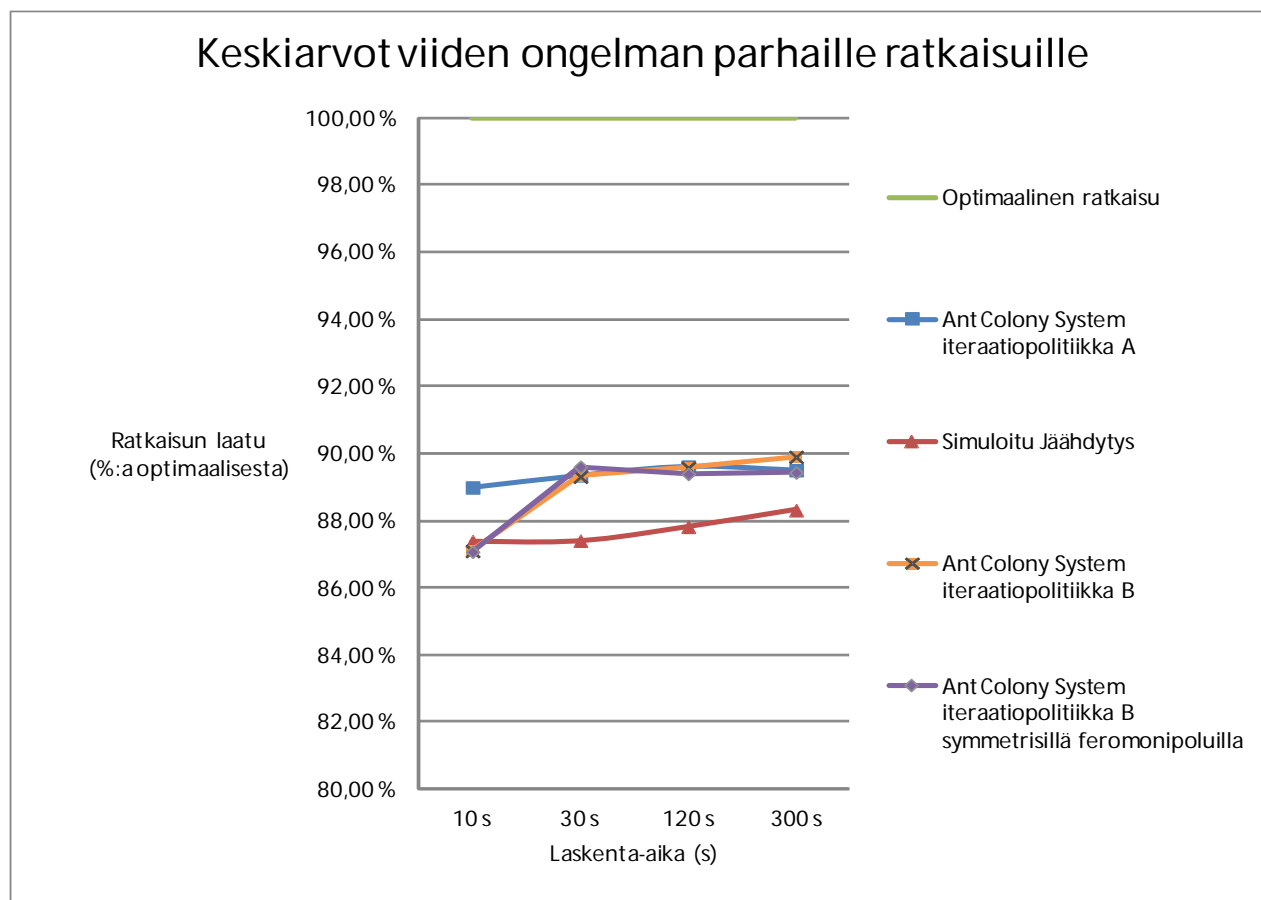
$$C_i = \alpha \sum_{j=1}^n r_{ij} x_j$$

- Viisi iteraatiota per ongelma, parhaista tuloksista keskiarvo

Ant Colony Systemin iteraatiopolitiikat

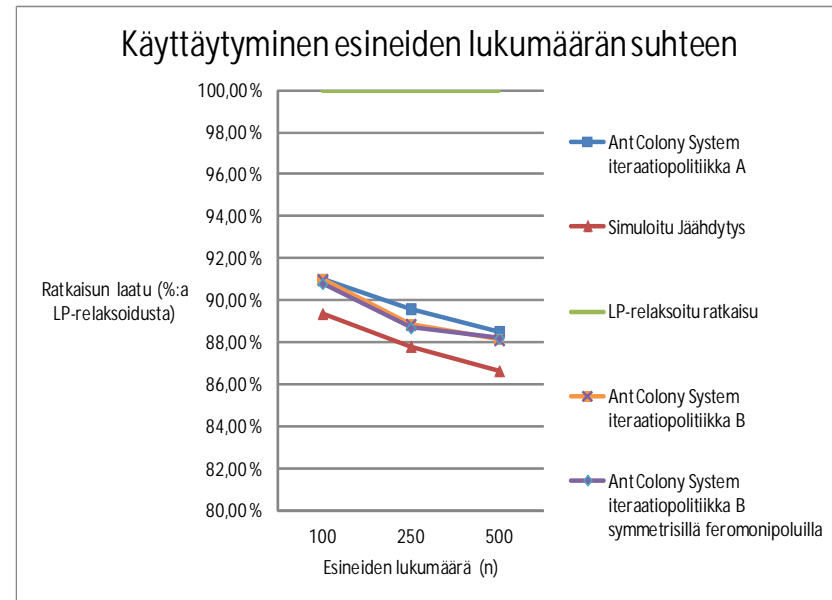
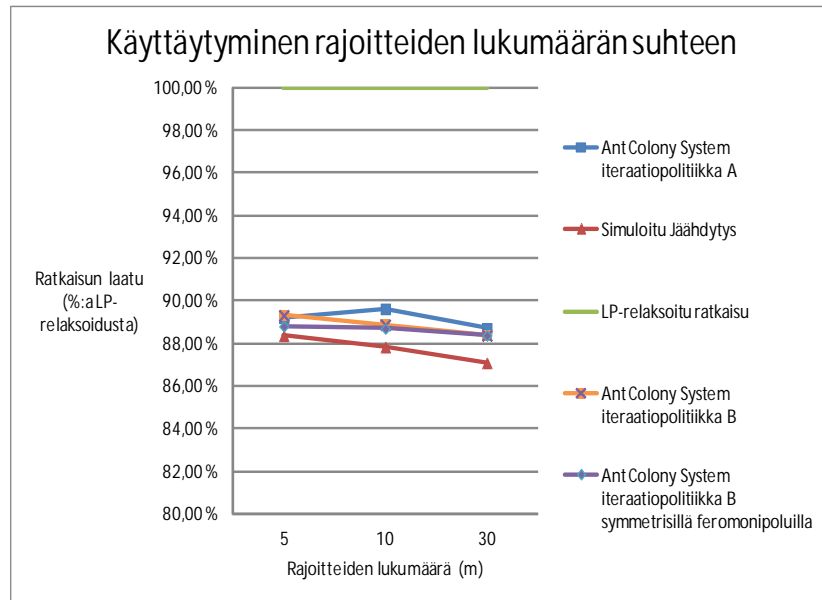
- Iteraatiopolitiikka A:
 - Valitaan muurahaisten alkuratkaisuksi yksi ensimmäisistä kymmenestä esineestä
 - Ei välttämättä johda globaaliin optimiin
- Iteraatiopolitiikka B:
 - Valitaan muurahaisten alkuratkaisuksi satunnainen esine
 - Konvergoi globaaliin optimiin

Laskenta-ajan vaikutus



250 esinettä
10 rajoitusta
 $\alpha = 0.50$
5 iteraatiota

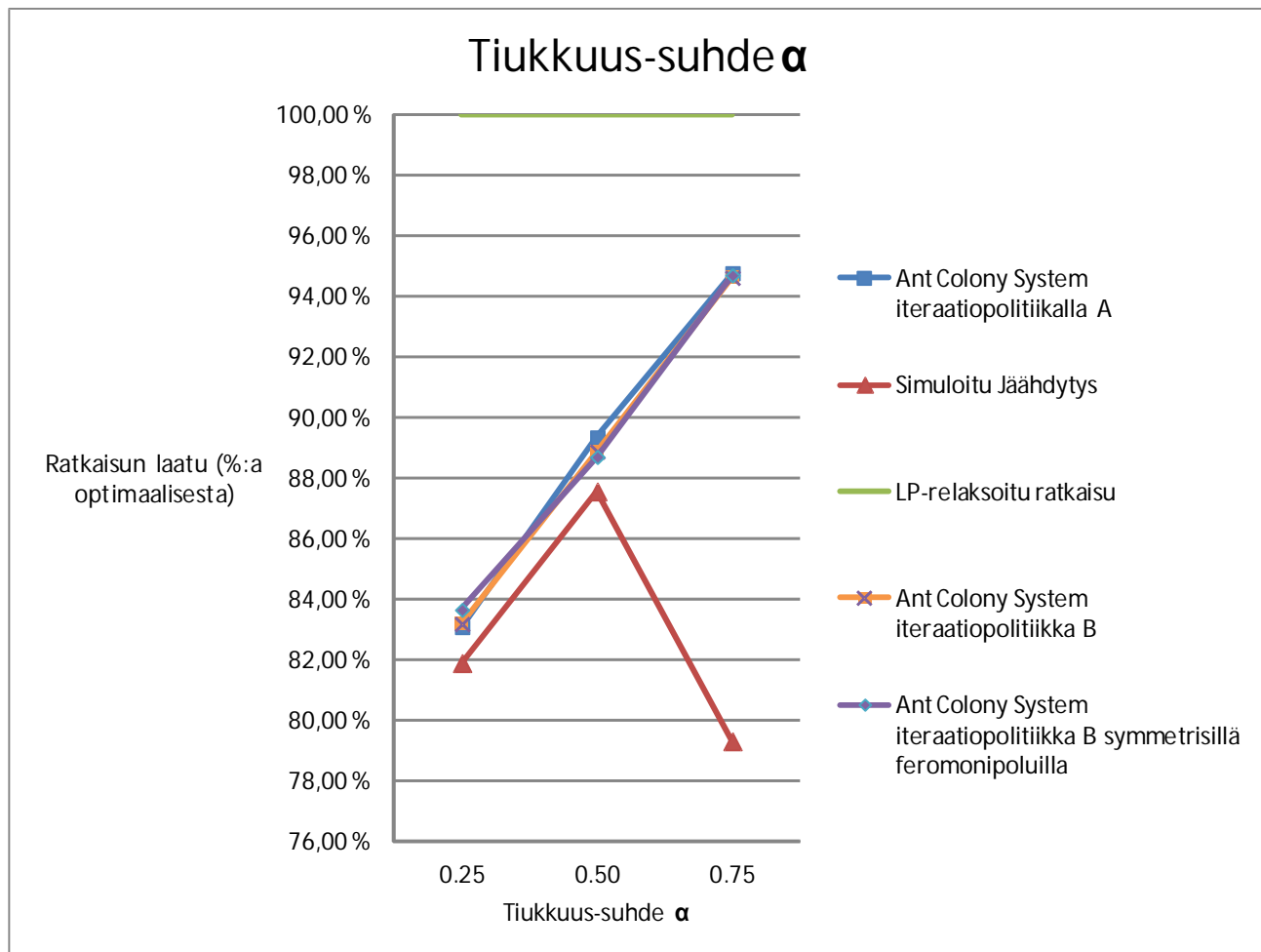
Rajoitusten ja esineiden vaikutus



250 esinettä
120 s laskenta-aikaa
 $\alpha = 0,50$

10 rajoitusta
120 s laskenta-aikaa
 $\alpha = 0,50$

Tiukkuus-suhteen vaikutus



250 esinettä
10 rajoitusta
120 s
laskenta-
aikaa

Havainnot

- Isot tehtävät ($n = 500$) odotetusti vaikeita
- ACS:n iteraatiopolitiikassa A ratkaisun laatu ei parantunut 2 minuutin ja 5 minuutin ajon välillä
 - Stagnaatio
- Ei huomattavia eroja symmetrisen ja epäsymmetrisen feromonipäivityksen välillä
- ACS toteutti yhtä laadukkaita ratkaisuja kuin SJ
 - Muurahaisten oma heuristiikka ohjaa algoritmia hyviin ratkaisuihin
 - ACS toimii huomattavasti paremmin korkean tiukkuus-suhteen tehtävissä

Johtopäätökset

- ACS antaa korkealaatuisia tuloksia jo pienellä laskenta-ajalla
- Konstruktiviset menetelmät tehokkaampia, kun ongelman tiukkuussuhde korkea
- Alkuesineiden valinnalla merkitystä varsinkin lyhyissä laskennoissa