

What do we mean when we discuss volatility?

Juho Heimonen

14.10.2019

Ohjaaja: TkT *Lauri Viitasaari*

Valvoja: Apul.prof. *Pauliina Ilmonen*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Työn tavoite

- Verrata volatiliteetista yleisesti käytettyjä määritelmiä ja verrata niitä keskenään
- Tutkia volatiliteettien yhteensopivuutta Black-Scholes-mallin kanssa
- Tarkastella tulosten yhteyksiä finanssikriiseihin

Data

- Helsingin pörssin yleisindeksi
 - OMXHPI = OMX Helsinki Price Index
- Yleisindeksien arvo kuvaa mukana olevien instrumenttien arvojen kehitystä
- Määritellään:

$$PR I_t = \frac{PR Index Market Value_t}{PR Index Divisor_t}$$

$PR I_t$ = Price Return Index Value at time (t)

$$PR Index Market Value_t = \sum_{i=1}^n q_{i,t} * p_{i,t} * r_{i,t}$$

where;

$q_{i,t}$ = Number of shares (i) applied in the Index at time (t)

$p_{i,t}$ = Price in quote currency of a security (i) at time (t)

$r_{i,t}$ = Foreign exchange rate to convert Index Share (i) quote currency into Index currency at time (t)

Data



Volatiliteetit

- Volatiliteetti mittaa vaihtelua
- Vaihtelulla kuvataan rahoituksessa yleisesti riskiä
- Mitataan työssä kahdella tavalla:
 - Varianssina
 - Kvadraattisena variaationa

Volatiliteetit

- Varianssi:

$$V_n(t) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=-k}^k (R(t+j) - M_n(t))^2}$$

- Kvadraattinen variaatio:

$$W_n(t) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=-k}^k (R(t+j+1) - R(t+j))^2}$$

joissa:

$$M_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{j=-k}^k R(t+j)$$

$$R(t) = \log \left(\frac{S(t+1)}{S(t)} \right)$$

- n on ikkunan leveys ja $k=n/2$
- Molemmilla tavoilla käytetään kolmea eri ikkunan leveyttä n

Black-scholes-malli

- Yleisesti rahoituksessa optioiden hinnoitteluun käytetty malli:

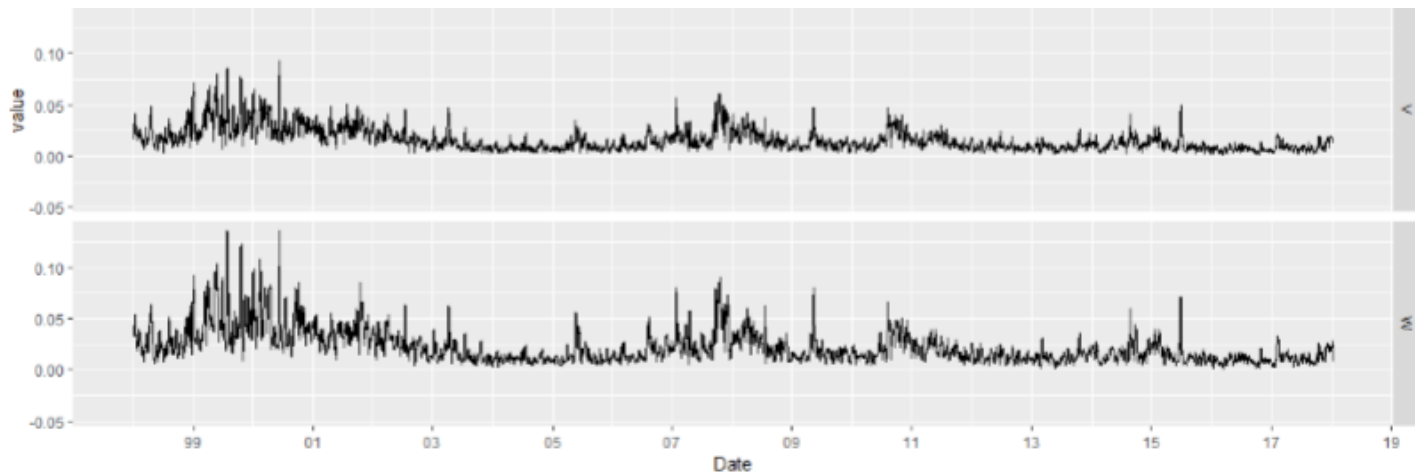
$$S(t) = S_0 e^{\sigma W(t) - \frac{\sigma^2}{2} t},$$

jossa $S(t)$ on aikasarja hinnan kehityksestä, W Brownin liike ja σ volatilitiiteetti

- Johtamalla saadaan, että molemmilla volatilitiiteetin määritelmillä on vakiovolatilitiiteetti
 - Varianssilla skaalatessa johdetut volatilitiiteetit V ja W ovat samat

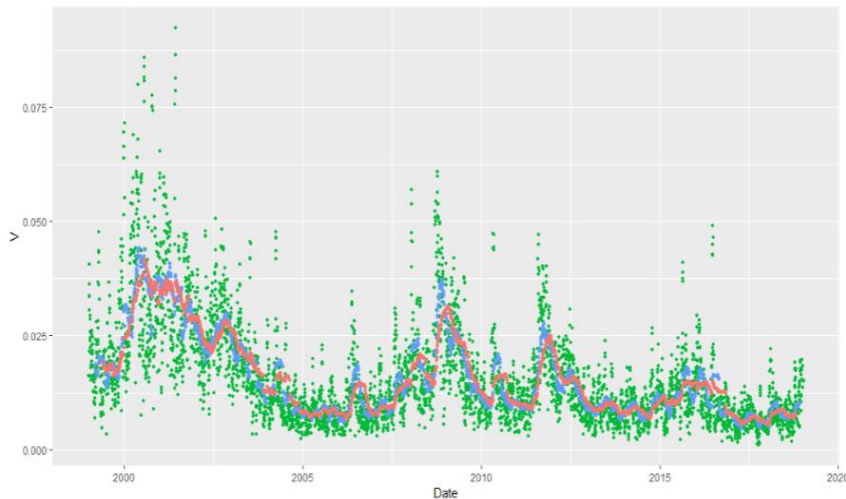
Tulokset

- Volatiliteetit ikkunan leveydellä 5 päivää
- Volatiliteetit kuvaavat samaa ilmiötä
 - Eivät ole vakioita



Tulokset

- Volatiliteetti molemmilla määritelmillä ja eri ikkunan pituuksilla
- Pienemmillä leveyksillä enemmän turbulenssia



Tulokset

- Volatiliteettien erotus eri ikkunan pituuksilla
- W keskimäärin suurempi kuin V
 - Ei kuitenkaan tasaisesti



Tulokset

- Black-Scholes-mallin oletama vakiovolatiliteetti ei pidä paikkaansa
- Volatiliteetti mitattuna kvadraattisena variaationa ja varianssina eivät mittaa samaa populaatiosuuretta
 - Kuvaavat kuitenkin samaa ilmiötä

Yhteys finanssikriiseihin

- Huomataan selvästi
 - 2000 ympärillä IT-kuplan puhkeaminen ja Aasian finanssikriisi
 - 2008 Subprime kriisin aiheuttama globaali talouskriisi

