



Aalto-yliopisto  
Perustieteiden  
korkeakoulu

# Sisäpistemenetelmät konvekseille qp-tehtäville (valmiin työn esittely)

*Noora Hyttinen*

*23.01.2012*

Ohjaaja: TkT *Kimmo Berg*

Valvoja: *prof. Harri Ehtamo*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

# Työn tavoitteet

- . Kahden eri sisäpistemethodin implementointi MATLABilla
- . Laskenta-aikojen mittaaminen muuttamalla lopetuskriteeriä ja tehtävän kokoa
- . Methodien vertailu

# Käsitteiden ja menetelmien esittely

## Työssä käytetty qp-tehtävä

- Työssä käytettiin neliöllistä tehtävää

$$\min \quad \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{bmatrix}$$

$$\text{s.e.} \quad \begin{bmatrix} ? \\ ? \\ ? \\ ? \end{bmatrix} \leq 0$$

- $H$  on neliömatriisi, jonka alkiot ovat satunnaislukuja välillä  $[0,1]$
- $A$  on diagonaalimatriisi, jonka alkiot ovat satunnaislukuja välillä  $[0,1]$
- Molemmat matriisit ovat positiivisesti semidefiniittejä, mikä tekee tehtävästä konveksin

# Käsitteiden ja menetelmien esittely

## Estefunktiomenetelmä

- . Tehtävän epäyhtälörajoitukset liitetään kohdefunktioon estefunktion avulla
- . Käyvän alueen ulkopuolella minimoitavaa funktiota sakotetaan äärettömän suurella lisäyksellä
- . Estefunktio toteutetaan logaritmisella funktiolla

$$f(x) + \frac{1}{t} \log(g(x))$$

- . Tehtävä ratkaistaan algoritmilla:
  1. Lasketaan optimi pienellä  $t > 0$
  2. Asetetaan uudeksi aloituspisteeksi edellinen optimi
  3. Lopetusehtona  $t / \Delta f < m$ ,  $m$  on epäyhtälörajoitusten määrä
  4. Kasvatetaan  $t$ :n arvoa  $t := t \cdot \alpha$ ,  $\alpha > 1$

# Käsitteiden ja menetelmien esittely

## Primaali-duaali-menetelmä

- Tehtävälle kirjoitetaan muunnetut KKT-ehdot

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla f(x^*) \\ \nabla g(x^*) \end{bmatrix} = 0$$

- Haetaan systeemille viivahaun hakusuunta yhtälöryhmällä

$$\begin{bmatrix} \nabla f(x^*) \\ \nabla g(x^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \lambda \\ \Delta \mu \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \lambda \nabla^2 f(x^*) \\ \mu \nabla^2 g(x^*) \end{bmatrix}$$

- Tehtävä ratkaistaan algoritmilla:

- Asetetaan  $\alpha := \text{step} / \|\Delta \lambda\|$
- Muodostetaan primaali-duaali etsintäsuunta  $\Delta \lambda_{k+1}$
- Viivahaku ja päivitys. Määritetään askelpituus  $\text{step} > 0$  ja asetetaan uudeksi  $\text{step} := \text{step} \|\Delta \lambda_{k+1}\|$

# Työn toteutus

- . Optimointitehtävä muodostettiin luomalla matriisit  $H$  ja  $A$  siten, että tehtävä on kokonaisuudessaan konvekksi
- . Menetelmät koodattiin MATLABilla
- . Laskenta-aikoja mitattiin lopetuskriteerin arvoilla  $10^{-2}$  ja  $10^{-3}$ , kun tehtävä oli kokoa  $n \times n$   $2, \dots, 100$
- . Ajoille laskettiin myös suhteet, jotta nähtiin miten paljon lopetuskriteerin muuttaminen vaikuttaa aikoihin

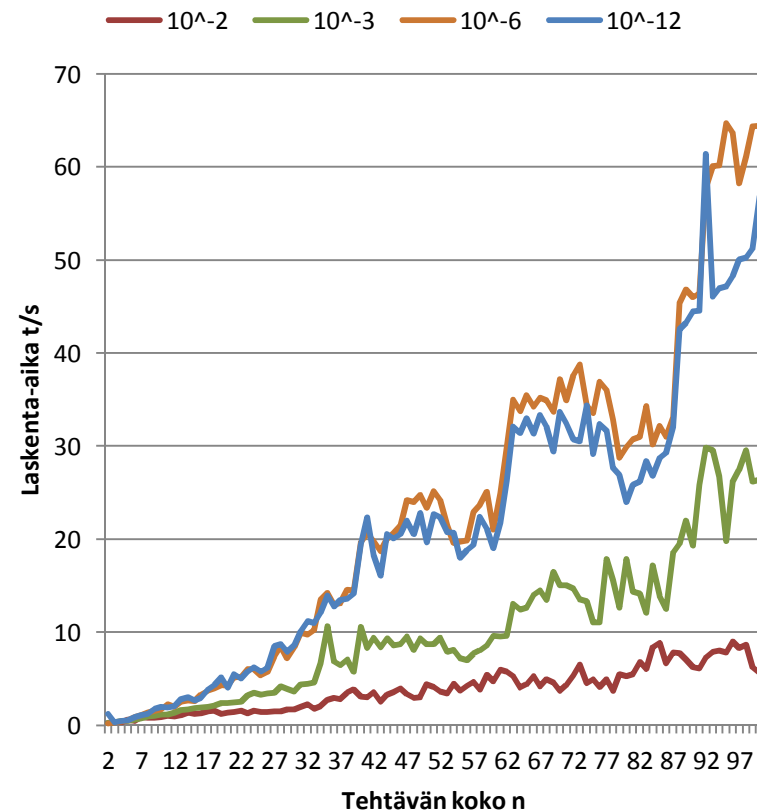
# Alkuarvot ja lopetuskriteerit

- . Optimointi aloitettiin pisteestä  $\begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \cdot 1/n$ , missä  $n$  on tehtävän matriisien koko
- . Estefunktiomenetelmässä muutettavana lopetuskriteerinä käytettiin muuttujan  $x$  minimimuutosta
- . Primaali-duaali-menetelmässä muutettavana lopetuskriteerinä oli minimiaskelpitus

# Tulokset

## Estefunktiomenetelmä

- . Laskenta-ajat ovat tehtävän koosta ja lopetuskriteerin suuruudesta riippuen välillä 0-65s
- . Ajat nousevat nopeasti, kun minimimuutosta pienennetään suurista arvoista ( $10^2$  -  $10^3$ )
- . Kun minimimuutosta on pienennetty tarpeeksi, pysyvät ajat samansuuruisina

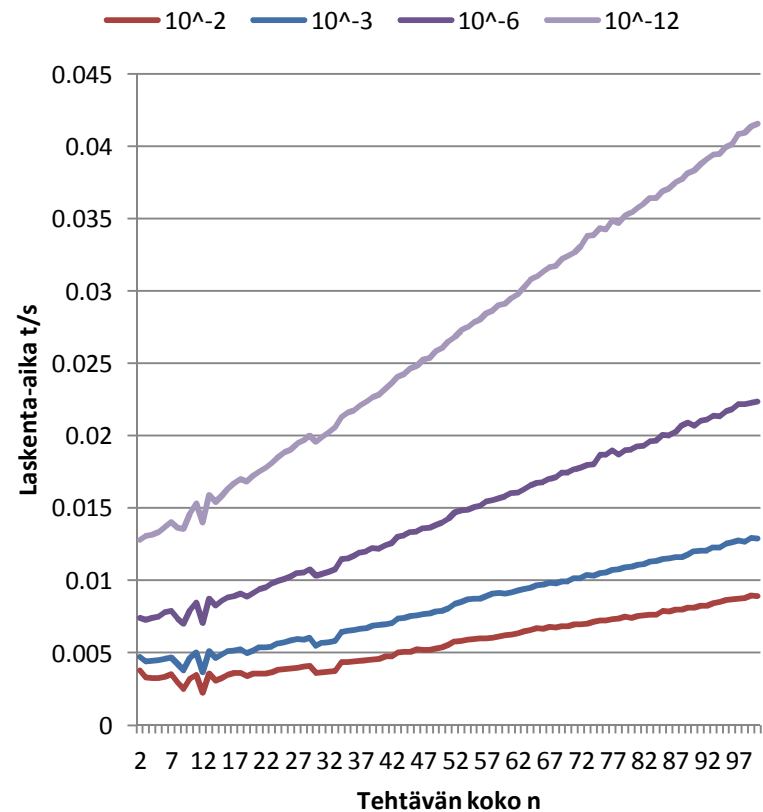




# Tulokset

## Primaali-duaali-menetelmä

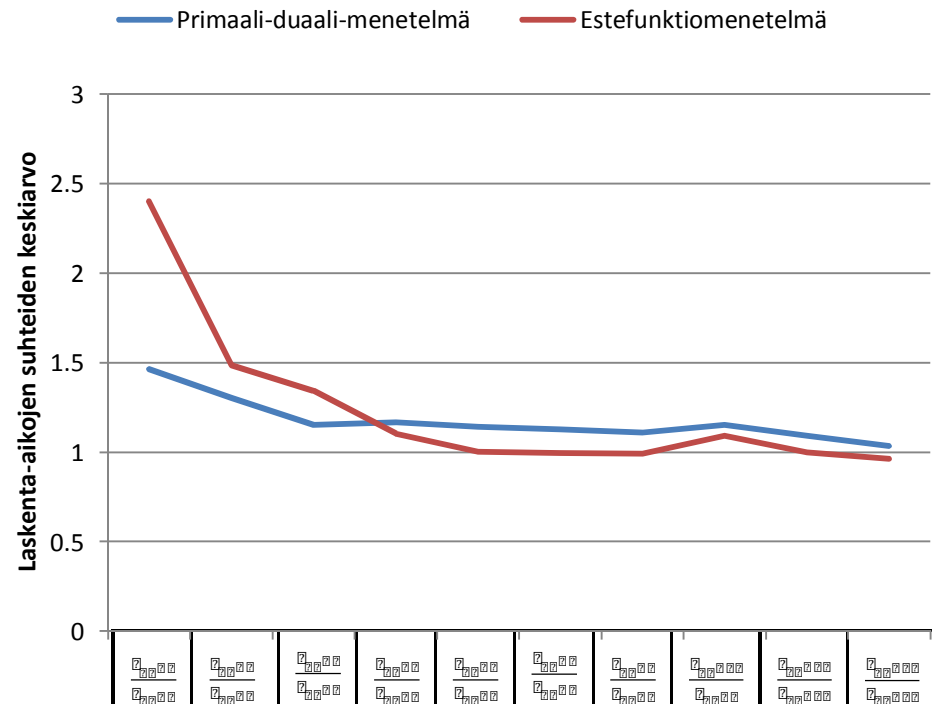
- Kaikki tehtävät saatiin laskettua alle 0,05s
- Minimiaskeletpituuden pienentäminen suurentaa laskenta-aikoja tasaisesti



# Tulokset

## Menetelmien vertailu

- Estefunktiomenetelmän laskenta-ajat ovat huomattavasti suuremmat kuin primaali-duaali-menetelmän
- Primaali-duaali-menetelmällä ajat kasvavat vielä, kun pieniä minimiaskelpituuksia pienennetään



# Lähteet

- . Boyd, Stephen&Vandenberghe, Lieven: *Convex Optimization*. Cambridge: University Press, 2004
- . <http://www.cs.ubc.ca/~pcarbo/convexprog.html>, 2.11.2010
- . Markowitz, Harry M. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, Wiley, 1959
- . [http://homes.esat.kuleuven.be/~optec/events/20080923\\_tran.pdf](http://homes.esat.kuleuven.be/~optec/events/20080923_tran.pdf)