

Sijaintien tärkeyden esittäminen spatiaalisessa päätösanalyysissä

Helmiina Kontio

27.08.2020

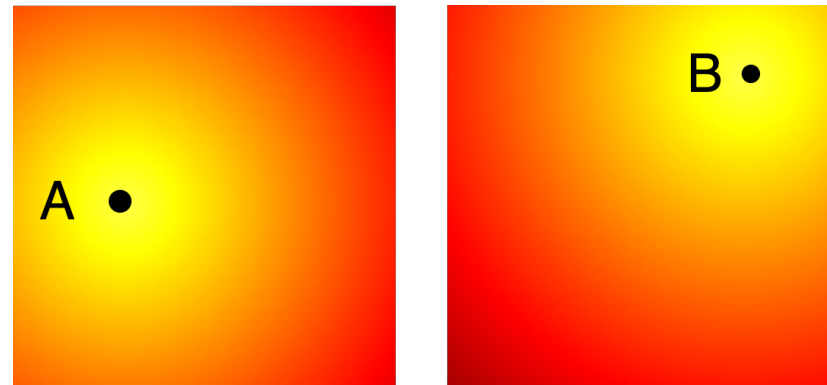
Ohjaaja: *DI Mikko Harju*

Valvoja: *Prof. Kai Virtanen*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Tausta

- Spatiaalista päätösanalyysia voidaan hyödyntää esimerkiksi, kun päätetään, minne uusi paloasema rakennetaan



Lyhyt  Pitkä
Ajoaika
paloasemalta

Spatiaalinen päätösanalyysi

- Päätösvaihtoehtojen vaikutuksia vertaillaan alueen S yli
 - Sijainnit $s \in S$, seuraukset $c \in \mathcal{C}$
 - Päätösvaihtoehdot funktioita näiden välillä, $z: S \rightarrow \mathcal{C}$
- Vaihtoehtoja vertaillaan spatiaalisen arvofunktion avulla

$$V(z) = \sum_{s \in S} a(s)v(z(s))$$

- Spatiaaliset painokertoimet $a(s)$ kuvaavat sijaintien tärkeyttä
- Seurausarvofunktio (*consequence value function*) $v: \mathcal{C} \rightarrow [0,1]$ kuvaa seurauksien suotuisuutta päätöksentekijän näkökulmasta
- Jos $V(z^1) \geq V(z^2)$, niin vaihtoehto z^1 on suotuisampi kuin z^2

Epätäydellinen preferenssi-informaatio

- Sijainteja voi olla paljon, joten kaikkien spatiaalisten painokertoimien määrittäminen saattaa olla työlästä
- Preferenssi-informaatio on epätäydellistä, jos spatiaalisia painokertoimia ei tunneta tarkasti
 - Seurausarvofunktio v kuitenkin oletetaan tunnetuksi.
 - Päätöksentekijä (DM) kertoo preferensseistään, ja preferenssi-informaation perusteella muodostetaan käypien painotusten joukko

Parhaan vaihtoehdon valinta

- Dominanssi
 - Vaihtoehto on dominoitu, jos on olemassa varmasti parempi vaihtoehto
- Päätössäännöt: nyrkkisääntöjä parhaan vaihtoehdon valintaan
 - *Central values*: Valitaan vaihtoehto, jonka suurimman ja pienimmän arvon keskiarvo on suurin
 - *Minimax regret*: Lasketaan jokaiselle vaihtoehdolle, kuinka paljon pienempi sen arvo voi olla verrattuna parhaaseen vaihtoehtoon. Valitaan se vaihtoehto, jolle tämä maksimierotus on pienin.

Menetelmät

- Tavoite: mahdollisimman hyvä kuva DM:n preferensseistä mahdollisimman vähällä vaivalla
- Kaksi testiongelmää, jotka ratkaistaan erilaisia epätäydellisiä preferenssi-informaatioita hyödyntäen
 - (1) Kolmen paloaseman sijoittelu
 - (2) Ilmavalvonta: tutkien sijoittelu
- Tulosten arviointi: ei-dominoitujen vaihtoehtojen lukumäärä ja päätössääntöjen antamat suositukset

1) Alueen jakaminen osa-alueisiin

- Työssä käytettävä epätäydellinen preferenssi-informaatio perustuu siihen, että alue jaetaan osa-alueisiin
- Kaksi eri tapaa:
 - 1) Säännöllinen jako: alue jaetaan samankokoisiin ja –muotoisiin nelikulmioihin
 - 2) Epäsäännöllinen jako: tärkeämmät alueet jaetaan pienempiin osa-alueisiin ja vähemmän tärkeät suurempiin
- Lisäksi tarkastellaan osa-alueiden lukumäärän vaikutusta tuloksiin
 - 6 / 9 / 20 / 40 / 100

2) Osa-alueen sisäinen painojakauma

- Osa-alueen sisäisen painojakauman tasaisuutta kuvataan tasaisuusparametrilla, jolle annetaan arvo väliltä $[0,1]$
 - Jos tasaisuusparametri = 0, paino on vapaasti jakautunut osa-alueen sisällä
 - Jos tasaisuusparametri = 1, paino on jakautunut tasaisesti eli jokainen osa-alueen sijainti on yhtä tärkeä
 - Jos parametri on 0 ja 1 välissä, käytetään näiden välimuotoa
 - Tässä työssä käytetään kahta eri määritelmää, joita merkitään symboleilla λ ja ψ

3) Osa-alueiden kokonaispainot

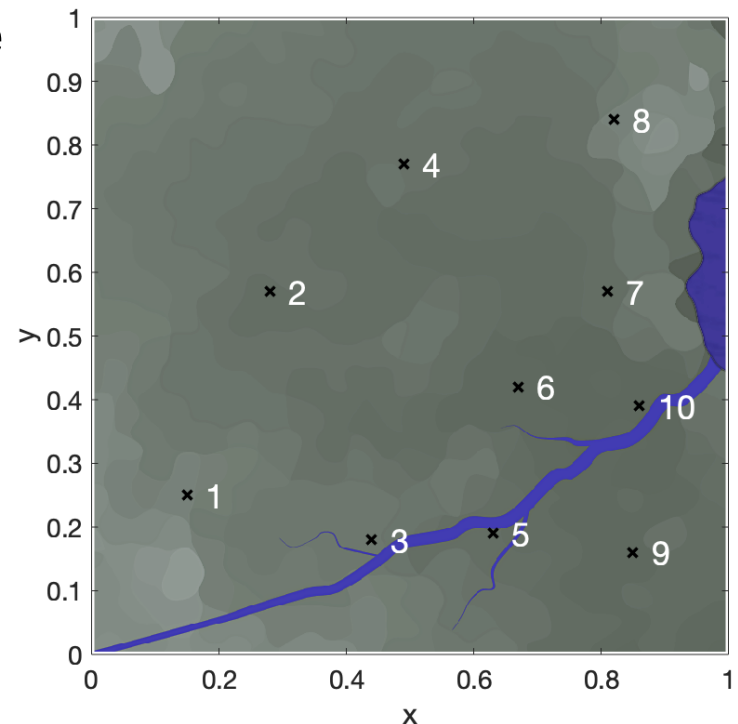
- Osa-alueen kokonaispaino kuvaa osa-alueen tärkeyttä ja on siihen kuuluvien sijaintien painojen summa

$$\alpha(S') = \sum_{s \in S'} a(s)$$

- DM antaa preferenssi-informaatiota, jonka perusteella kokonaispainoja rajoitetaan
 - Keskinäinen järjestys: $\alpha(S') \geq \alpha(S'')$
 - Osa-alueen paino on tietyllä välillä: $0.10 \leq \alpha(S') \leq 0.15$
 - Testiongelmassa 5% ja 1% välit

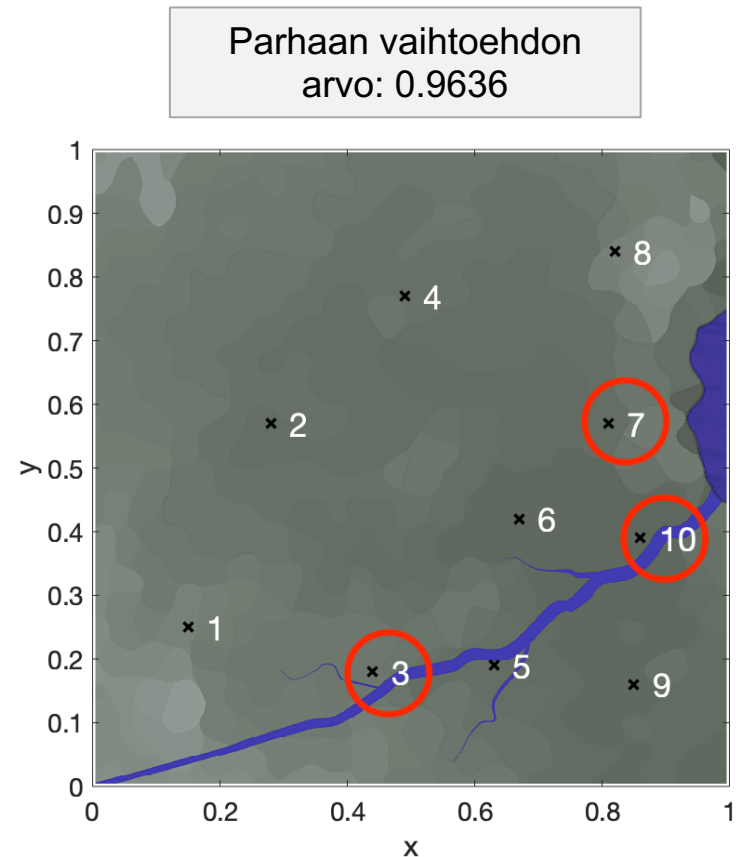
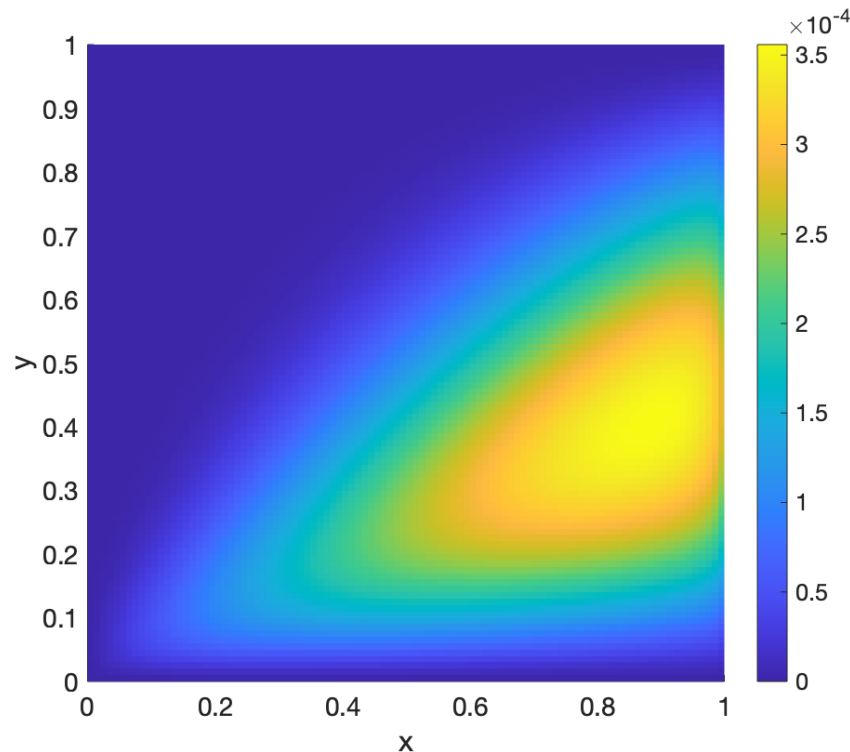
Testiongelma 1, lähtötiedot

- 10 paikkakandidaattia kolmelle paloasemalle
 - Yhteensä $\binom{10}{3} = 120$ päätösvaihtoehtoa
- Pyritään minimoimaan vasteaika



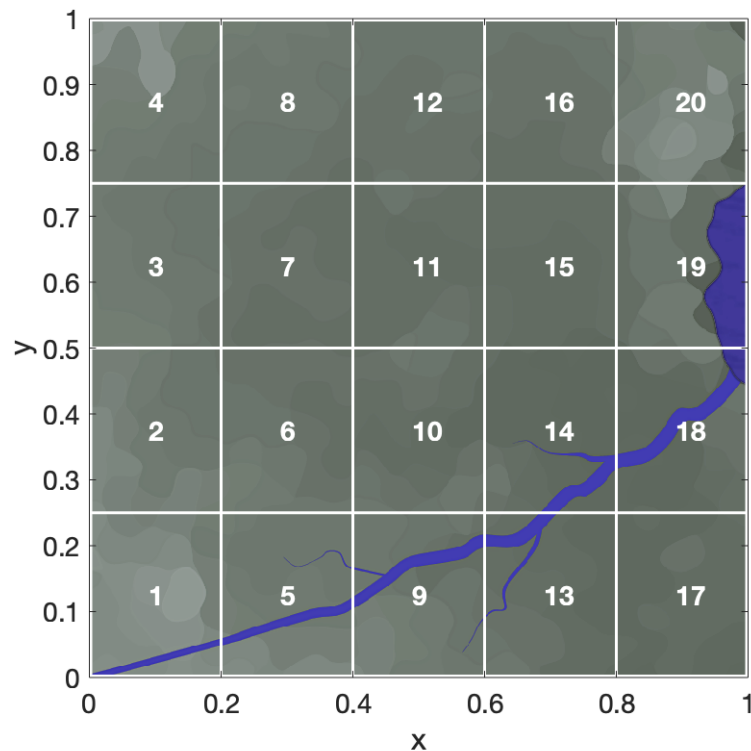
Lisätietoja: Simon et al. (2014)

Testiongelma 1, tarkka painotus ja paras vaihtoehto

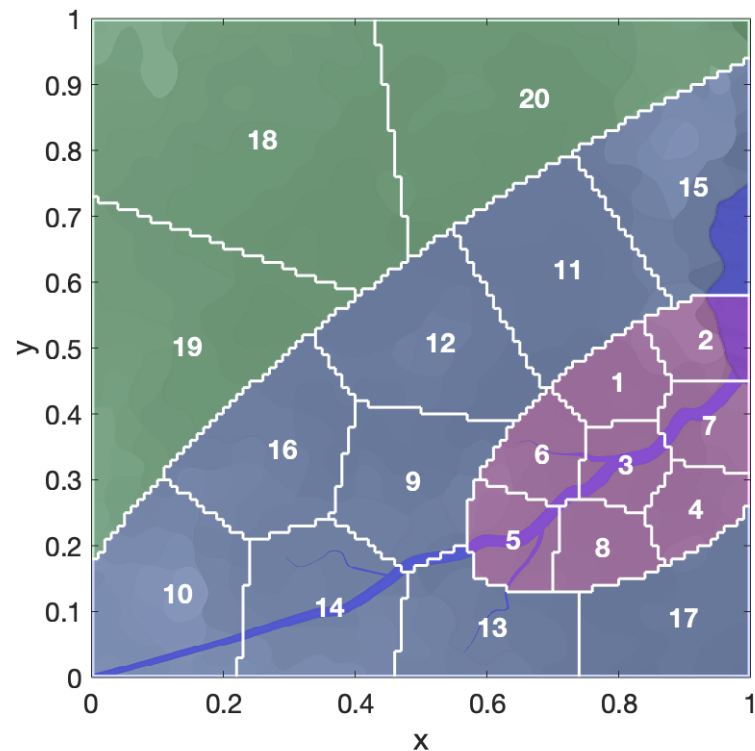


Testiongelma 1, osa-aluejako

Säännöllinen jako



Epäsäännöllinen jako



Testiongelma 1, osa-aluejakojen vertailu

- Osa-alueiden lukumäärien sekä säännöllisen ja epäsäännöllisen jaon vertailu

Osa-alueiden lukumäärä	Osa-aluejako	Ei-dominoituja vaihtoehtoja	Central values -arvo	Minimax regret -arvo
6 (3x2)	Säännöllinen	116/120	0.9581	0.9581
9 (3x3)	Säännöllinen	107/120	0.9617	0.9550
20 (5x4)	Säännöllinen	82/120	0.9550	0.9550
40 (8x5)	Säännöllinen	61/120	0.9550	0.9550
100 (10x10)	Säännöllinen	63/120	0.9537	0.9537
6	Epäsäännöllinen	105/120	0.9570	0.9636 ★
9	Epäsäännöllinen	105/120	0.9581	0.9581
20	Epäsäännöllinen	74/120	0.9581	0.9636 ★
40	Epäsäännöllinen	42/120	0.9550	0.9550
100	Epäsäännöllinen	66/120	0.9550	0.9550

Vakiona pidetyt tekijät:

- Osa-aluepainot: 1% välit
- Osa-alueen sisäinen painojakauma: tasaisuusparametri ψ , tarkat arvot pyöristetty alaspäin (0.1 tarkkuudella)

Testiongelma 1, tuloksia 2/2

- Osa-alueen sisäisen painojakauman esitystapojen vertailu

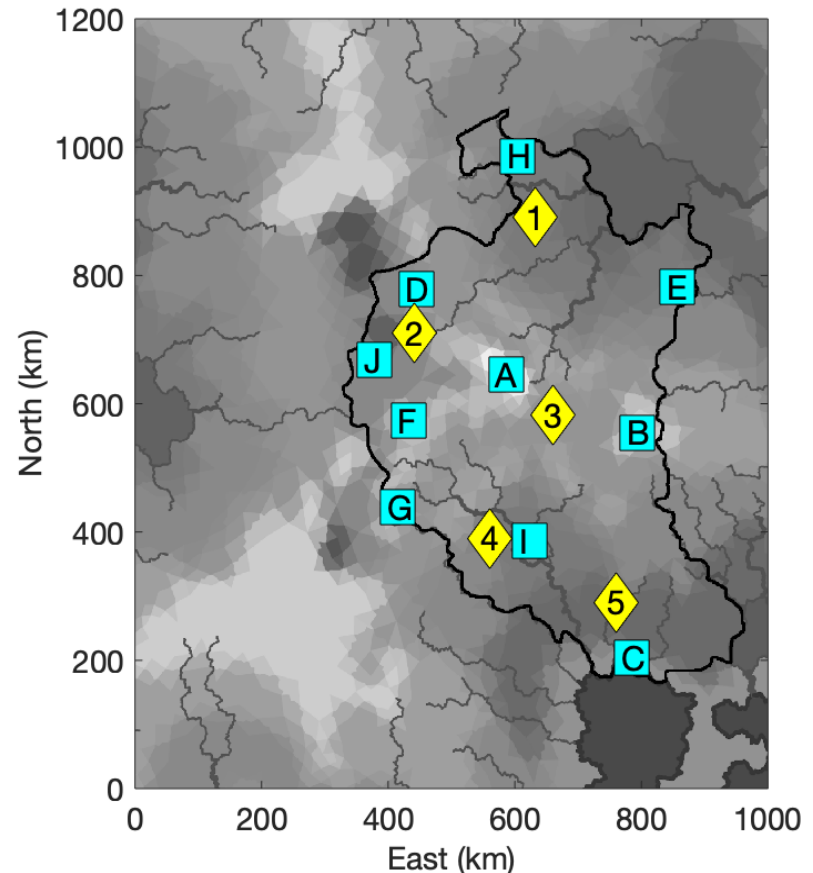
Osa-alueen sisäinen painojakauma	Ei-dominoituja vaihtoehtoja	Central values -arvo	Minimax regret -arvo
Vapaa	103/120	0.9581	0.9636 ★
λ pyöristetty alaspäin (0.1)	88/120	0.9581	0.9636 ★
ψ pyöristetty alaspäin (0.1)	74/120	0.9581	0.9636 ★
$\lambda = 0.5$	61/120	0.9636 ★	0.9636 ★
$\psi = 0.5$	12/120	0.9636 ★	0.9636 ★
Tasainen	3/120	0.9636 ★	0.9636 ★

Vakiona pidetyt tekijät:

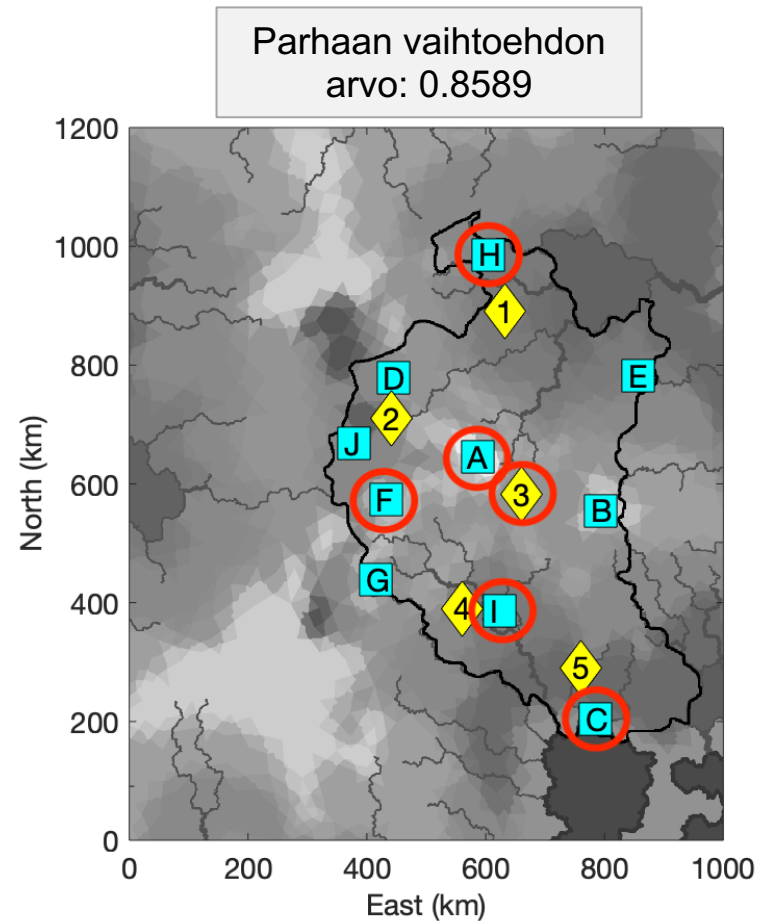
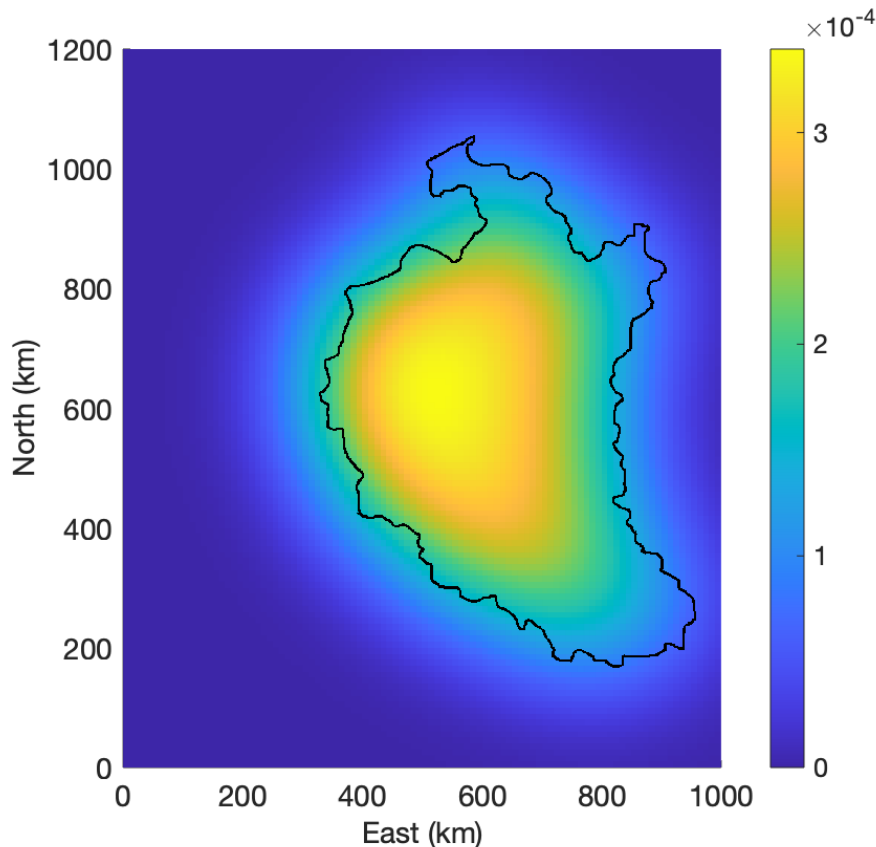
- Osa-alueiden lukumäärä: 20
- Osa-aluejako: epäsäännöllinen
- Osa-aluepainot: 1% välit

Testiongelma 2, lähtötiedot

- Tutkien sijoittelu
 - 10 paikkakandidaattia viidelle maatutkalle (A-J)
 - 5 paikkakandidaattia yhdelle lentokonetutkalle (1-5)
 - Yhteensä $\binom{10}{5} \times \binom{5}{1} = 1260$ päätösvaihtoehtoa
- Pyritään minimoimaan havaintojen välinen aika



Testiongelma 2, tarkka painotus ja paras vaihtoehto



Testiongelma 2, tuloksia

- Osa-aluepainojen esitystapojen vertailu

Osa-aluepainot	Ei-dominoituja vaihtoehtoja	Central values -arvo	Minimax regret -arvo
Keskinäinen järjestys	828/1260	0.8440	0.8516
5% välit	935/1260	0.8506	0.8433
Järjestys + 5% välit	445/1260	0.8587	0.8587
1% välit	125/1260	0.8587	0.8587
Järjestys + 1% välit	112/1260	0.8587	0.8587
Tarkat osa-aluepainot	48/1260	0.8587	0.8587

Vakiona pidetyt tekijät:

- Osa-alueiden lukumäärä: 20
- Osa-aluejako: epäsäännöllinen
- Osa-alueen sisäinen painojakauma: tasaisuusparametri $\psi = 0.5$

Yhteenveto ja johtopäätökset

1) Osa-aluejako

- Epäsäännöllinen jako osoittautui paremmaksi kuin säännöllinen
- Osa-alueiden lukumäärän kasvattaminen ei aina ole hyödyllistä ja tuo lisävaivaa DM:lle

2) Osa-alueen sisäinen painojakauma

- Suuri tasaisuusparametrin arvo vähentää ei-dominoitujen vaihtoehtojen lukumäärää eniten
- Tasainen painojakauma voi toisaalta olla vaikea perustella käytännössä

3) Osa-aluepainot

- Tarkat välit (1%) hyödyllisempiä kuin keskinäinen järjestys

Tietolähteitä

- M. Harju, J. Liesiö, K. Virtanen. Spatial multi-attribute decision analysis: Axiomatic foundations and incomplete preference information. *European Journal of Operational Research*, 275(1):167-181, 2019.
- J. Simon, C. W. Kirkwood, L. R. Keller. Decision analysis with geographically varying outcomes: Preference models and illustrative applications. *Operations Research*, 62(1):182-194, 2014.
- A. Salo, R. P. Hämäläinen. Preference Ratios in Multiattribute Evaluation (PRIME) – Elicitation and Decision Procedures Under Incomplete Information. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics - Part A Systems and Humans*, 31(6):533-545, 2001.