



Aalto-yliopisto  
Perustieteiden  
korkeakoulu

# A three-index formulation for the Truck and Trailer Vehicle Routing Problem (valmiin työn esittely)

*Eetu Haavisto*

*19.1.2021*

Ohjaaja: *Prof. Harri Ehtamo*

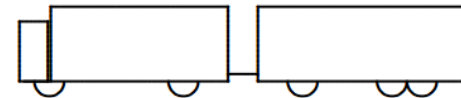
Valvoja: *Prof. Harri Ehtamo*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

# Truck and Trailer Routing Problem (TTRP)

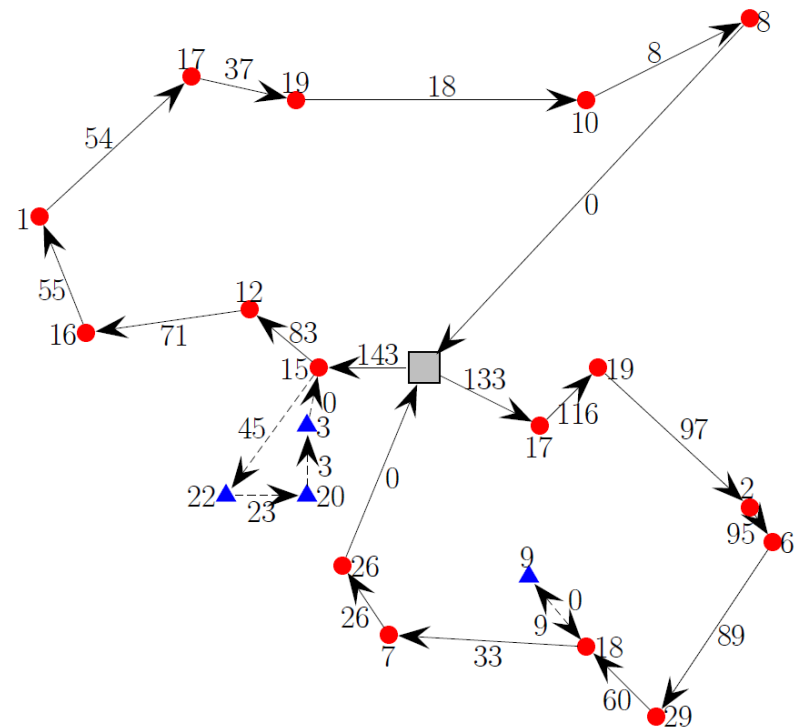
Lorry-trailer combination (LTC)

LTC lorry Trailer



(Drexl 2011)

- Asiakasjoukon kysynät on tyydytettävä käyttäen keskusvarikolta lähteviä rekkoja ja perävaunuja, joiden kapasiteetti on rajallinen
- Joitakin vaikeasti saavutettavia asiakkaita ei voida palvella perävaunun kanssa
- Perävaunu voidaan jättää yhden asiakkaan luo siksi aikaa, kun rekka palvelee muita asiakkaita
- Kaikkien reittien kokonaiskustannus on minimoitava



# Truck and Trailer Routing Problem (TTRP)

- Sovelluksia muun muassa maidon noutaminen syrjäisiltä maatiloilta ja ruoan toimittaminen ahtaan keskusta-alueen kauppoihin
- Laajennoksia paljon, esimerkiksi aikaikkunoiden ja heterogeenisten autokantojen käyttö
- Ongelma on NP-vaikea, joten valtaosa olemassaolevista ratkaisumetodeista on heuristisia

# Työn sisältö

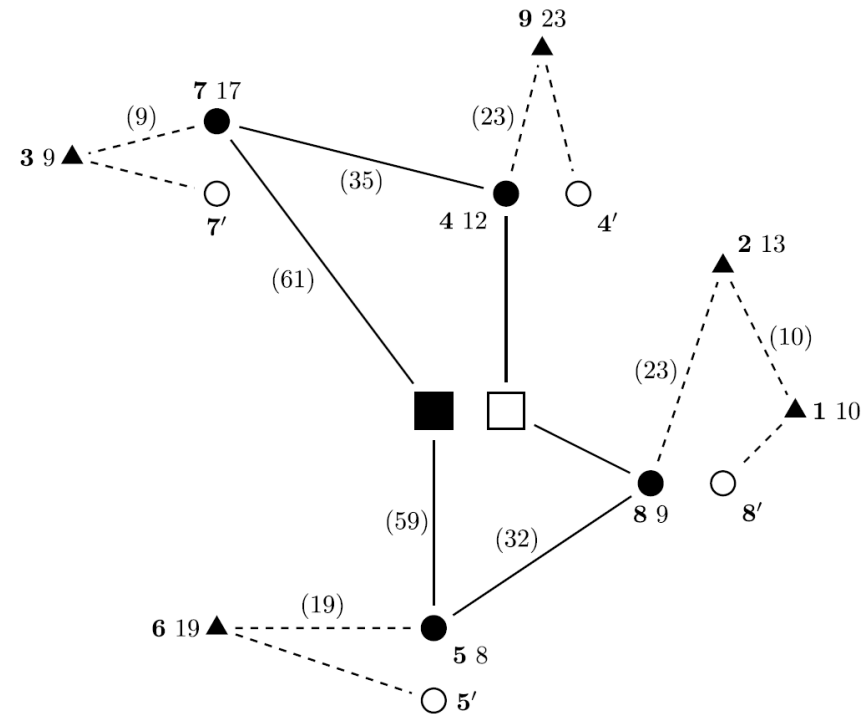
- Kaksi hyödykkeiden virtaukseen perustuvaa lineaarista sekalukuohjelmointiformulaatiota (MILP):
  - Suunnattu formulaatio
  - Suuntaamaton formulaatio
- Laskennallisia testejä suuntaamattomalla formulaatiolla

# Suunnattu formulaatio

- Malli määritellään graafille  $G = (V, E)$ , jossa joukko  $V$  sisältää asiakkaat sekä keskusvarikon ja joukko  $E$  niiden väliset särmät  $\{i, j\}$
- Lisäksi joukko  $A$  sisältää suunnatut kaaret  $(i, j)$
- Binäärimuuttuja  $\xi_{ij} = 1$ , joss ajoneuvoyhdistelmä kulkee kaarta  $(i, j) \in A$  pitkin, ja muuttuja  $x_{ij}$  on tämän ajoneuvon kuljettama lasti
- Binäärimuuttuja  $\zeta_{ij}^k = 1$ , joss sijainnista  $k$  lähtenyt rekka kulkee kaarta  $(i, j)$ , ja muuttuja  $y_{ij}$  on tämän rekan lasti
- Binäärimuuttuja  $v_i = 1$ , joss asiakasta  $i$  palvellaan ajoneuvoyhdistelmällä
- Muuttujien  $\zeta_{ij}^k$  määrä kasvaa kuutiollisesti suhteessa asiakasmäärään

# Suuntaamaton formulaatio

- Muuttujat  $\zeta_{ij}^k$  ja  $\xi_{ij}$  määrittellään suuntaamattomille särmille  $\{i, j\} \in \bar{E}$  kaarien  $(i, j)$  sijaan
- Vaati graafin  $G$  laajentamista graafiksi  $\bar{G} = (\bar{V}, \bar{E})$  lisäämällä kopio keskusvarikosta ja jokaisesta ajoneuvoyhdistelmällä saavutettavasta asiakkaasta



(Bartolini & Schneider 2020)

# Suuntaamaton formulaatio

- Kohdefunktio  $\sum_{\{i,j\}} c_{ij} \xi_{ij} + \sum_k \sum_{\{i,j\}} c_{ij} \zeta_{ij}^k$
- Esimerkkejä rajoitusehdoista:

- Asterajoitus ajoneuvoyhdistelmille

$$\sum_{\{i,j\}} \xi_{ij} + \sum_{\{j,i\}} \xi_{ji} = 2v_i \quad \forall i$$

- Virtauksen säilyminen

$$\sum_{(j,i)} x_{ji} + \sum_{(j,i)} y_{ji} - q_i = \sum_{(i,j)} x_{ij} + \sum_{(i,j)} y_{ij} \quad \forall i$$

- Kapasiteettirajoitus  $y_{ij} \leq Q_t \sum_k \zeta_{ij}^k \quad \forall \{i,j\}$ ,

missä  $Q_t$  on rekan kapasiteetti

# Laskennalliset tulokset

- Keinotekoisia testiongelmia, joissa 10-30 asiakasta
- Ohjelmisto IBM ILOG CPLEX 12.5, branch-and-cut -algoritmi
- Tietokone 3.2GHz, 8GB, Windows 7
- Algoritmille annettiin 2 tuntia aikaa löytää optimaalinen ratkaisu

Asiakasmäärä	Ratkaistu (%)	%LB <sub>1</sub>	%LB <sub>END</sub>	Aika (s)
10	100	84.7	100.0	4.18
15	100	81.3	100.0	382
20	71	84.3	98.1	2710
30	0	76.5	85.0	7200

%LB<sub>1</sub> on relaksaation ratkaisun hinnan ja parhaan käyvän ratkaisun hinnan suhde branch-and-cut –algoritmin alussa, %LB<sub>END</sub> algoritmin päätyttyä



# Lähteitä

- I-Ming Chao. A tabu search method for the truck and trailer routing problem. *Computers & Operations Research*, 29(1):33–51, 2002.
- Michael Drexler. Branch-and-price and heuristic column generation for the generalized truck-and-trailer routing problem. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, 12:5–38, 2011.
- Enrico Bartolini and Michael Schneider. A two-commodity flow formulation for the capacitated truck-and-trailer routing problem. *Discrete Applied Mathematics*, 275:3–18, 2020.