

Epälineaarinen hinnoittelu: Diskreetin ja jatkuvan mallin vertailu

Heikki Vesterinen

11.4.2011

Ohjaaja: TkT Kimmo Berg

Valvoja: Prof. Harri Ehtamo

Esityksen sisältö:

- Hinnoittelumallien esittely
- Menetelmät
- Esimerkkitehtävän osittainen analyyttinen ratkaisu
- Diskretoidun esimerkkitehtävän numeerinen ratkaisu
- Yhteenveto
- Tärkeimmät tietolähteet

Hinnoittelumallien esittely I (diskreetti malli)

- Monopolistinen yritys valmistaa tuotteita, joilla on yksi tai useampi laatuparametri ja hinta.
- Yrityksen asiakaskunta koostuu asiakasluokista, joilla on samanlaiset mieltymykset keskenään.
- Yritys suunnittelee jokaiselle asiakasluokalle oman tuotteen siten, että jokainen asiakasluokka saa parhaan hyödyn omasta tuotteestaan ja yritys maksimoi voittonsa.

Hinnoittelumallien esittely II (diskreetti malli)

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{q}_i, p_i} \quad & \sum w_i (p_i - c(\mathbf{q}_i)) \\ \text{s.e.} \quad & u_i(\mathbf{q}_i) - p_i \geq u_i(\mathbf{q}_j) - p_j \quad \forall i \neq j \\ & u_i(\mathbf{q}_i) - p_i \geq 0 \quad \forall i \end{aligned}$$

- w_i on i:n asiakasluokan koko
- p_i ja \mathbf{q}_i ovat i:n asiakasluokan tuotteen hinta ja laatuvektori
- $c(\mathbf{q})$ on kustannusfunktio
- $u_i(\mathbf{q})$ on i:n asiakasluokan hyötyfunktio

Hinnoittelumallien esittely III (jatkuva malli)

- Yrityksen asiakaskunnan mieltymykset noudattavat jotakin jatkuvaa jakaumaa.
- Yritys valitsee valmistettavien tuotteiden joukon ja tuotteille hinnan, jota kuvataan tariffifunktiolla.
- Tehtävä formuloidaan allokaatiofunktion avulla, joka kertoo mitä laatua millekin asiakkaalle myydään.

Hinnoittelumallien esittely IV (jatkuva malli)

$$\max_{t(\cdot)} \int [p(\mathbf{q}(\mathbf{a})) - c(\mathbf{q}(\mathbf{a}))] f(\mathbf{a}) d\mathbf{a}$$

$$\text{s.e. } \mathbf{q}(\mathbf{a}) \in \arg \max \{v(\mathbf{a}, \mathbf{q}) - p(\mathbf{q})\}$$

$$\max_{\mathbf{q}} \{v(\mathbf{a}, \mathbf{q}) - p(\mathbf{q})\} \geq 0$$

- \mathbf{a} on asiakkaan tyyppivektori ja $f(\mathbf{a})$ on asiakaskunnan jakauman tiheysfunktio
- $p(\mathbf{q})$ on tariffifunktio ja $\mathbf{q}(\mathbf{a})$ on allokaatiofunktio
- $v(\mathbf{a}, \mathbf{q})$ on tyyppiä \mathbf{a} olevan asiakkaan hyötyfunktio

Hinnoittelumallien esittely V (esimerkkejä)

- Tietokonevalmistaja suunnittelee omat tietokonemallinsa
 - Laatuparametrit: prosessorin nopeus, keskusmuisti, näytön koko, jne.
- Joukkoliikenneyritys hinnoittelee kausiliput
 - Laatuparametri: kausilipun voimassaoloaika
 - Ongelma: Minkälaista alennusta kannatta tarjota pitkäaikaisen lipun ostajalle

Menetelmät

- Jatkuvan tehtävän analyttinen ratkaiseminen lähteissä [1] esitetyn Dual Approach – menetelmän avulla.
- Jatkuvaa esimerkkitehtävää on approksimoitu diskretoimalla, jolloin saadaan kvadraattinen optimointitehtävä.
- Diskretoidun tehtävän ratkaisemiseen on käytetty Matlabin Optimization Toolboxin quadprog-funktiota.

Esimerkkitehtävä I

- Tyyppiä \mathbf{a} olevan asiakkaan hyötyfunktio:

$$v(\mathbf{a}, \mathbf{q}) = a_1 q_1 + a_2 q_2$$

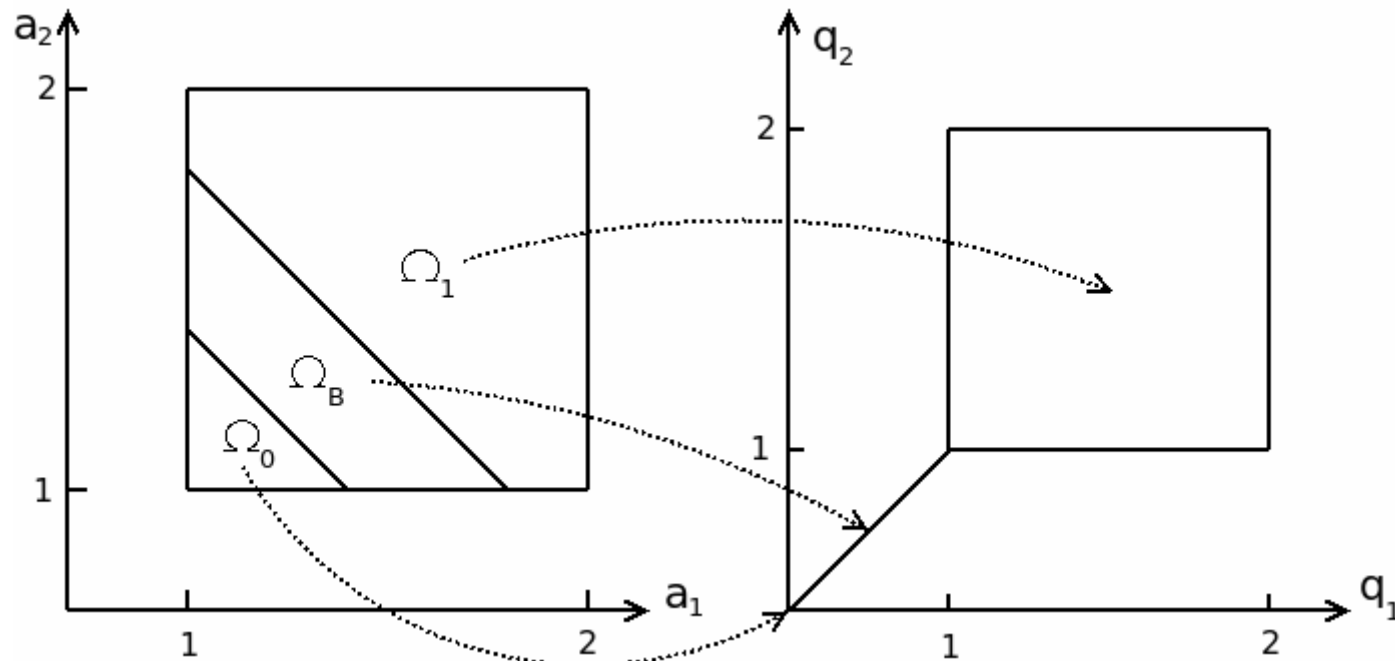
- Asiakaskunta on jakautunut tasaisesti alueelle

$$\Omega = [1,2] \times [1,2]$$

- Yrityksen kustannusfunktio:

$$c(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} (q_1^2 + q_2^2)$$

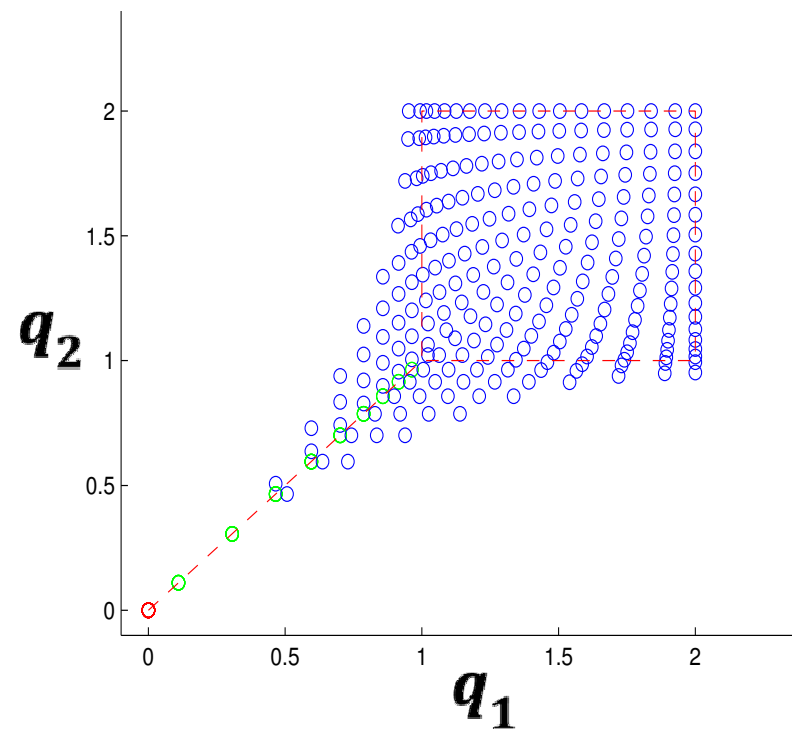
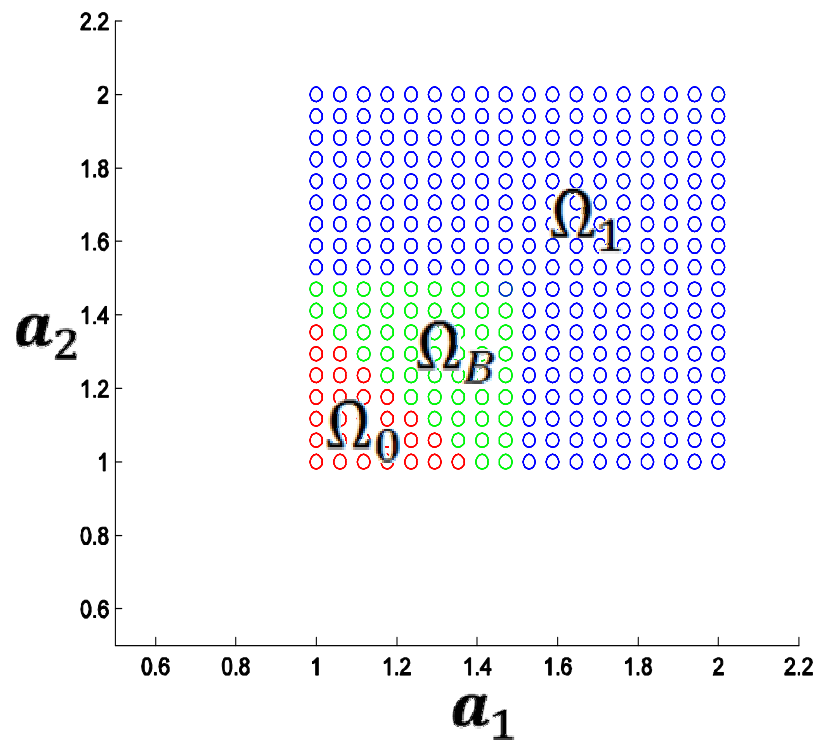
Esimerkkitehtävä II



Huomioita ratkaisusta

- Osalle asiakkaista ei kannata myydä mitään.
- Vähän tuotteen laatuja arvostaville asiakkaille (Ω_B) kannattaa myydä ”perustuotteita” sen takia, että enemmän tuotteen laatuja arvostaville asiakkaille (Ω_1) saadaan myytyä korkeammalla hinnalla parempia tuotteita.

Diskretoidun esimerkkitehtävän ratkaisu



Ongelmat mallien ratkaisemisessa

- Diskreetissä tehtävässä asiakasluokkien määrä kasvaessa rajoitusehtojen määrä kasvaa toiseen potenssiin. -> pitkät laskenta-ajat
- Jatkuvien tehtävien ratkaiseminen vaatii hyvin rajoittavien oletusten tekemistä, mistä huolimatta menetelmät ovat matemaattisesti haastavia.

Yhteenveto

- Riippuu sovelluskohteesta kumpi malli kuvaa todellisuutta paremmin.
- Mallien ominaispiirteet
 - Jatkuvan mallin soveltamista käytäntöön rajoittaa sen edellyttämät oletukset.
 - Jatkuva malli joudutaan monimutkaisemmissa tapauksissa diskretoimaan.
 - Diskreetti malli on helpommin sovellettavissa käytäntöön.
- Mallin parametrien estimointi datan perusteella tuo oman haasteensa.

Tietolähteet

1. M. Spence, *Multi-Product Quantity-Dependent Prices and Profitability Constraints*, The Review of Economic Studies, 1980
2. M. Armstrong, *Multiproduct Nonlinear Pricing*, Econometrica, 1996
3. J.C. Rochet and P. Chone, *Ironing, Sweeping, and Multidimensional Screening*, Econometrica, 1998