

Aalto-yliopisto
Perustieteiden korkeakoulu
Teknillisen fysiikan ja matematiikan tutkinto-ohjelma

Lentolaitteen tutkapoikkipinta-alasta riippuva lentoreitin uhkamalli

kandidaatintyö
18.4.2016

Markus Sallila

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla.
Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Tekijä Markus Sallila
Työn nimi Lentolaitteen tutkapoikkipinta-alasta riippuva lentoreitin uhkamalli
Koulutusohjelma Teknillinen fysiikka ja -matematiikka
Pääaine Systeemitieteet Pääaineen koodi F3010
Vastuopettaja Kai Virtanen
Työn ohjaaja(t) Kai Virtanen
Päivämäärä 18.4.2016 Sivumäärä 24+1 Kieli Suomi

Tiivistelmä

Lentolaitteita pyritään havaitsemaan tutkilla, jotta niihin päästäisiin vaikuttamaan. Lentolaitteiden kannalta tämä on vältettävä ominaisuus. Jotta lentolaitteiden mahdollisia eri reittejä voitaisiin laittaa paremmuusjärjestykseen, on oltava uhkamalli, joka arvioi reitillä lentolaitteeseen muodostuvan uhan.

Tähän tarkoitukseen on olemassa useita malleja, jotka ottavat huomioon eri asioita. Osa malleista keskittyy yksittäisten uhkien optimaaliseen ohittamiseen ja toiset koko reitin uhkaan. Osa malleista antaa todennäköisyysarvioita, missä toiset antavat reiteille keskenään vertailukelpoisia uhkaindeksejä. Uhan kertyminen voi riippua erilaisista parametreista, kuten etäisyydestä ja tutkapoikkipinta-alasta, eli lentolaitteen havaittavuuteen tutkalle, mikä riippuu muun muassa tutkaa kohti olevasta pinta-alasta ja lentolaitteen materiaalista sekä muotoilusta.

Pohjana toimii todennäköisyysuhka-arvioita antava Markov-ketjuihin perustuva malli, jossa tutkan vaikutus lentolaitteeseen oletetaan olevan samanlaista koko tutkan kantamassa. Tässä työssä yhdistetään erilaisten havaittavuutta mittaavien mallien riskin muodostumista kuvaavia funktioita kyseiseen malliin, muuttamalla havaittavuusfunktioit Markov-matriiseiksi.

Kun Markov-ketjun siirtymätodennäköisyyksiin otettiin mukaan etäisyys- ja tutkapoikkipinta-ala riippuvuudet, havaitaan vakiosiiirtymätodennäköisyyksien epäonnistuvan selittämään hetkittäisten havaittavuuksien erojen merkittävyyden. Markov-ketjun tilojen havaintotodennäköisyyksien muuttuminen ajassa antaa tutkapoikkipinta-alasta riippuvaan malliin verrattuna enemmän havaitsemisriskiä hetkille, joina tutkapoikkipinta-ala on suuri. Mikäli tällaisena hetkenä lentolaite on vastustajan aseiden kantamassa, on lentolaitteen selviytymistodennäköisyys reitille huomattavasti pienempi tutkapoikkipinta-alan huomioon ottavassa mallissa, kuin huomioon ottamattomassa mallissa. Tästä voidaan päätellä että tutkapoikkipinta-ala tulee ottaa huomioon lentoreitin riskin arvioimisessa.

Avainsanat Markov-ketjut, stokastinen mallinnus, riski, lentolaite, tutka

Sisältö

1	Johdanto	3
2	Teoria	4
2.1	Viisitila-malli	4
2.2	Tutkapoikkipinta-ala-malli	6
3	Malli ja menetelmät	8
3.1	Vakiollinen malli	8
3.2	Lineaarinen- ja neliöllinen malli	9
3.3	Tutkapoikkipinta-ala riippuva malli	10
4	Tulokset	11
5	Yhteenveto	21

1 Johdanto

Lentolaitteen operoidessa vastustajan hallussa olevalla alueella vastustaja pyrkii saamaan siitä havaintoja tutkilla, jotta lentolaite saadaan seurantaan. Seurattuihin lentolaitteisiin vaikutetaan niiden tullessa vastustajan maastailmaan asejärjestelmien kantamaan. Vaikutetuksi tuleminen on lentolaitteen kannalta haitallista. Vastustajan ilmatorjunnalle vaikuttaminen lentolaitteeseen on tavoite. Kummallakin on tarve kyetä arvioimaan eri lentoreittien vaikutusta lentolaitteelle muodostuvaan uhkaan vaihtoehtoisten reittien vertailemiseksi ja reitin tai ilmatorjuntajärjestelmän sijoittelun optimoimiseksi.

Lentoreitin uhkaa mallintamaan on kehitetty malleja lentolaitteelle muodostuvasta uhasta. Tina Erlandsson ja Lars Niklasson ovat kehittäneet useita malleja lentoreitillä kertyvästä uhan todennäköisyydestä [1], sekä keskenään vertailukelpoisesta havaittavuudesta [3], mutta niissä ei ole otettu huomioon lentolaitteen tutkapoikkipinta-alaa (radar cross-section; RCS), eli lentolaitteen havaittavuutta tutkalle. Tässä työssä otetaan huomioon tutkapoikkipinta-alassa lentolaitteen suhteessa tutkaan kohtisuoraan oleva pinta-ala ja materiaali. Käsite pitää sisällään myös lentolaitteen muodon vaikutuksen, mutta tässä työssä sitä ei oteta huomioon. Michael Zabarinkin, Stan Uryasevin ja Robert Murpheyn tutkapoikkipinta-alan huomioon ottavassa mallissa [4], ei oteta huomioon koko reitiltä kertyvää uhkaa. Kyseisessä mallissa tutkitaan optimaalista tapaa ohittaa yksi tutkien kantama minimaalisella havaittavuudella.

Tulemme yhdistämään Tina Erlandssonin ja Lars Niklassonin kehittämän viisitilaisen Markov-ketjumallin lentoreitillä kertyvästä uhasta [2], sekä Michael Zabarinkin, Stan Uryasevin ja Robert Murpheyn mallinnus lentolaitteen tutkapoikkipinta-alasta [4]. Yhdistäminen toteutetaan muuttamalla tutkapoikkipinta-alan sisältävä arvio havaittavuudesta Markov-ketjun tilojen väliseksi siirtymätodennäköisyyksiksi. Näiden lisäksi Tina Erlandssonin havaittavuutta kuvaavat mallit [3] tulkitaan samoin Markov-ketjumallin muotoon. Tässä työssä tehtävässä lentolaitteen tutkapoikkipinta-alasta riippuvasta lentoreitin uhkamallista saatuja uhka-arvioita verrataan alkuperäisen viisitila-mallin ja etäisyysriippuvien varianttien antamiin tuloksiin pyrkien löytämään eroja ja yhtäläisyyksiä mallien antamien ennusteiden muodoissa. Lopuksi arvioidaan kuinka merkityksellinen tekijä uhan muodostumisessa tutkapoikkipinta-ala on.

2 Teoria

2.1 Viisitila-malli

Viisitila-malli esitetään Tina Erlandssonin ja Lars Niklassonin artikkelissa [2]. Siinä oletetaan vastustajan tutkien, sekä asejärjestelmien sijainnit tunnetuiksi. Sijainnin epävarmuus ei ole merkittävää, koska se voidaan ottaa huomioon havaintojen siirtymätodennäköisyyksissä. Mallissa tutkille ja asejärjestelmille asetetaan kantamat, joiden sisällä lentolaitetta havaitaan ja siihen vaikutetaan. Vaikutus yksinkertaistetaan merkittävyydeltään koko alueella yhtäläiseksi.

Malli on jatkuva-aikainen Markov-prosessi $\{X(t)|t \geq 0\}$. Malli diskretoidaan koska tilojen välisen siirtymisen todennäköisyys ei ole tapauksessamme vakio eri alueilla, kuten Erlandssonin ja Niklassonin artikkelissa. Heidän mallissaan hyödynnettiin siirtymätodennäköisyyksien vakiollisuutta tilojen laskemiseen matriisi eksponenttina. Vastaava diskreetti versio on seuraavan lainen. Ajan muutos on vakio Δ . Tilojen välisillä muutoksilla on siirtymätodennäköisyyksiä, jotka määritellään seuraavasti: $P[X(t + \Delta) = j|X(t) = i] = \lambda_{ij}(t)\Delta$, jossa λ_{ij} kuvaa todennäköisyyttä siirtyä tilasta i tilaan j kun aika muuttu Δ verran. Todennäköisyys säilyttää sama tila seuraavaan ajanhetkeen määritellään: $P[X(t + \Delta) = i|X(t) = i] = 1 - \sum_{j \neq i} \lambda_{ij}(t)\Delta = 1 - v_i(t)\Delta$, jossa v_i on tilasta poistumisen todennäköisyys. Siirtymätodennäköisyydet voidaan ilmaista matriisilla Λ , jolle pätee $\Lambda_{ij} = \lambda_{ij}$ olettaen, että jokainen matriisin sarake summautuu kokonaistodennäköisyyteen 1 (tällaista matriisia kutsutaan Markovin matriisiksi), jolloin $\lambda_{ii} = 1 - v_i(t)$. Kun tehdään nämä oletukset, voidaan käyttää todennäköisyysvektoria (alkioiden summa on aina 1) p , siten että $p(t)$ ilmaisee tilojen välistä todennäköisyysjakaumaa hetkellä t . Tällöin Markov-prosessi ilmaistaan muodossa $p(t + \Delta) = \Lambda^T p(t)$.

Mallissa käytetään viittä tilaa:

- havaitsematon
- havaittu
- seuranta
- vaikutettu
- osuma

Tilojen väliset siirtymätodennäköisyydet riippuvat siitä, onko lentolaite tutkien ja asejärjestelmien kantaman sisä- vai ulkopuolella. Alueita määritellään olevan kolme:

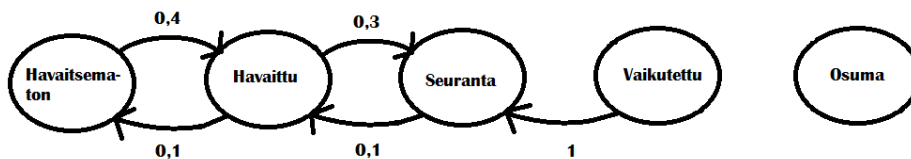
- ulkopuolella
- sensorialueella (tutkien kantamassa)
- asealueella (asejärjestelmien kantamassa)

Ulkopuolella todennäköisyydet siirtyvät kohti havaitsemattomuutta kuvan 1 mukaisesti. Siirtymätodennäköisyydet on otettu alkuperäisestä artikkelista.



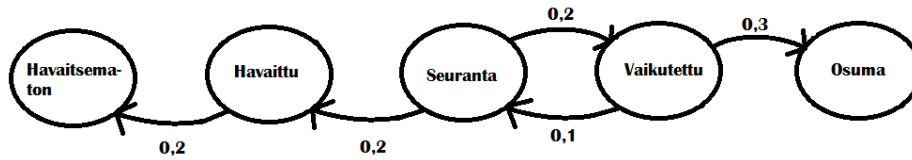
Kuva 1: Siirtymätodennäköisyydet kun lentolaite on vastustajan järjestelmien kantaman ulkopuolella.

Sensorialueella on mahdollista, että lentolaite havaitaan ja otetaan seurantaan. Lentolaitteen kadottaminenkin on mahdollista, jolloin saadaan kuvan 2 mukaiset siirtymätodennäköisyydet.



Kuva 2: Siirtymätodennäköisyydet kun lentolaite on vastustajan tutkien kantaman sisäpuolella.

Asealueella on mahdollista, että lentolaitteeseen vaikutetaan ja osutaan. Muutospaino vaikutetusta seurattuun tulee olemaan muilla alueilla 1, koska lentolaite ei voi olla vaikutettuna muissa alueissa. Lentolaitteen kadottaminenkin on mahdollista, jolloin saadaan kuvan 3 mukaiset siirtymätodennäköisyydet.



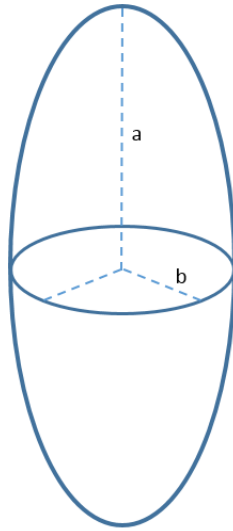
Kuva 3: Siirtymätodennäköisyydet kun lentolaite on vastustajan asejärjestelmien kantaman sisäpuolella.

Tämä malli tullaan toteuttamaan myös sellaisenaan, jotta tutkapoikkipinta-alan malliin lisäämisen vaikutusta saadaan arvioitua. Sopivat todennäköisyydet löydetään empiirisisellä kokeilulla.

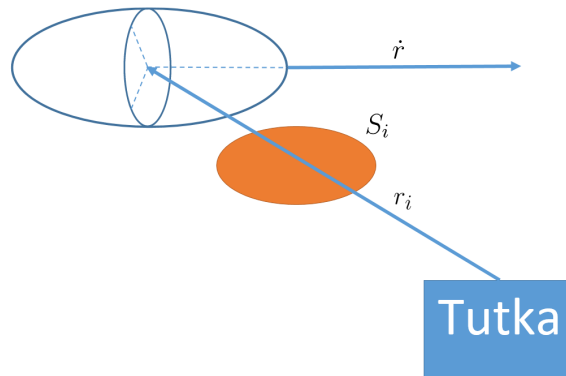
2.2 Tutkapoikkipinta-ala-malli

Seuraava malli on Zabarinkin, Uryasevin ja Murpheyn julkaisusta [4]. Siinä lentolaitteen havaittavuutta kuvataan riskifunktiolla, jota integroidaan reitin yli. Tästä saadaan keskenään vertailukelpoisia arvioita reittien uhasta. Artikkelin keskittyy yksittäisten järjestelmien optimaaliseen ohittamiseen ja tutkii erilaisia tapoja integroida riskifunktiota numeerisesti. Ainoastaan riskifunktiota tullaan hyödyntämään tässä työssä.

Lentolaitetta kuvataan ellipsoidilla, jonka muotoa kuvaillaan muuttujilla a ja b , kuten kuvassa 4.



Kuva 4: Lentolaitteen yksinkertaistus, josta poikkipinta-ala lasketaan.



Kuva 5: Tutkapoikkipinta-alan laskentaan käytettävä malli.

Kuvassa 5 esitellään tutkapoikkipinta-alan laskemiseen tarvittava malli. Vektori \hat{r} kuvaa lentolaitteen suuntaa, vektori r_i kuvaa lentolaitteen keskipisteen sijaintia suhteessa tutkaan i ja lentolaitteen kohtisuora pinta-ala S_i suhteessa samaiseen tutkan.

$$S_i = \pi b \sqrt{a^2 \sin^2 \theta_i + b^2 \cos^2 \theta_i}, \quad (1)$$

jossa $\theta_i = \frac{r_i \cdot \hat{r}}{\|r_i\|}$ on vektorien \hat{r} ja r_i välinen kulma.

Tutkapoikkipinta-ala on $RCS_i = \sigma_i S_i$, jossa vakiokerroin σ_i kuvaa tutkan teknisiä ominaisuuksia. Esittelemällä muuttuja $\kappa = \frac{b}{a}$ tutkapoikkipinta-alalle

saadaan tutkapaokkipinta-alaksi

$$RCS_i = \sigma_i \pi \left(\frac{a^2 + b^2}{2} \right) \frac{2\kappa}{1 + \kappa^2} \sqrt{1 + (\kappa^2 - 1) \left(\frac{r_i \cdot \dot{r}}{\|r_i\|} \right)^2}. \quad (2)$$

Otettaessa lisäksi huomioon etäisyyden vaikutus havaitsemiseen saadaan

$$\frac{RCS_i}{\|r_i\|^n} = \sigma_i \pi \left(\frac{a^2 + b^2}{2} \right) \frac{2\kappa}{1 + \kappa^2} \frac{\sqrt{1 + (\kappa^2 - 1) \left(\frac{r_i \cdot \dot{r}}{\|r_i\|} \right)^2}}{\|r_i\|^n}, \quad (3)$$

jonka vakio n tulee olemaan meidän tapauksessamme 4, koska tutkan signaali kulkee edestakaisin osuessaan kohteeseen.

Koska lentolaitteella on rajallinen koko, voidaan arvioida, että $\sqrt{a^2 + b^2}$ on vakio, jolloin $\pi \frac{a^2 + b^2}{2}$ voidaan poistaa. Tällöin riskifuntion muodoksi tulee

$$\frac{RCS_i}{\|r_i\|^n} = \frac{2\kappa\sigma_i}{1 + \kappa^2} \frac{\sqrt{1 + (\kappa^2 - 1) (r_i \cdot \dot{r})^2}}{\|r_i\|^{n+1}}. \quad (4)$$

Tulee huomata, että riskifunktio ei ole todennäköisyyttä, vaan energiaa, jolloin tutkien tuottaman riskin voidaan arvioida summautuvan. Tällöin lopullinen riskifunktio on

$$\sum_{i=1}^N \frac{RCS_i}{\|r_i\|^n}, \quad (5)$$

kun tutkia on N kappaletta.

3 Malli ja menetelmät

3.1 Vakiollinen malli

Siirtymätodennäköisyyksille käytettiin Erlandssonin artikkelissaan käyttämien siirtymäintensiteettien arvoja [2] mukaillen.

$$\Lambda_{ulkona} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.2 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.8 & 0.2 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.8 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\Lambda_{tutka-alueessa} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.4 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.4 & 0.3 & 0.1 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.3 & 0.9 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1.0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\Lambda_{asealueessa} = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.2 & 0.0 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.8 & 0.2 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.6 & 0.1 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.2 & 0.6 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 0.3 & 1.0 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Lomittain menevät alueet $\Lambda_{tutka-asealueessa}$ määriteltiin siten, että osumatodennäköisyydet olisivat samat kuin asealueessa riippumatta havaintotodennäköisyyksistä, kun yhdistetään $\Lambda_{tutka-alueessa}$ ja $\Lambda_{asealueessa}$.

$\Lambda_{tutka-asealueessa}(i,j) = \Lambda_{tutka-alueessa}(i,j)$ kun $j < 4$,

muulloin $\Lambda_{tutka-asealueessa}(i,j) = \Lambda_{ase-alueessa}(i,j)$. Näistä poikkeuksena

$\Lambda_{tutka-asealueessa}(4,3) = \Lambda_{asealueessa}(4,3)$, johtuen mahdollisuudesta, että vaihtaminen epäonnistuu asealueessa, jolloin todennäköisyys

$\Lambda_{tutka-asealueessa}(3,3) = 0,7$.

Reitit arvioidaan suorina annettujen pisteiden välille. Sopivia arvoja muille parametreille, kuten tutkan kantamalle, arvioitiin empiirisesti. Laskenta aloitetaan tilasta havaitsematon, eli todennäköisyysjakauma hetkellä 0 on $(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$.

3.2 Lineaarinen- ja neliöllinen malli

Tina Erlandsson arvioi havaittavuutta artikkelissa [3] seuraavilla kaavoilla:

$$\lambda_{lin}(r) = \lambda_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right), \quad (9)$$

$$\lambda_{quad}(r) = \lambda_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right), \quad (10)$$

r kuvaa etäisyysriippuvissa havaittavuuden kaavoissa 9 ja 10 etäisyyttä tutkaan, R tutkan kantamaa ja λ_0 on vakiokerroin. Todennäköisyystulkintaa varten $\lambda_0 = 1$, jolloin se katoaa. Näiden lisäksi esiteltiin etäisyysriippumaton tapaus, mikä meidän tapauksessamme vastaa täysin viisitila-mallia [2].

Lineaarinen kaava 9 ja neliöllinen kaava 10 havaittavuudelle tulkitaan todennäköisyyksinä. Markov-matriisi $\Lambda_{\text{tutka-alueessa}}$ rakennetaan seuraavasti:

1. Lasketaan λ ja tulkitaan se todennäköisyytenä seuratulle lentolaitteelle pysyä seurannassa.
2. Skaalataan λ vakiolla ja tulkitaan se todennäköisyytenä havaitulle lentolaitteelle tulla seuratuksi.
3. Havaittu-tilasta siirtymätodennäköisyys havaitsematon-tilaan on vakiolla skaalattu $1 - \lambda$.
4. Havaitusta tilasta siirtymätodennäköisyys itseensä määritellään skaalaamalla λ vakiolla. Tällöin kuitenkin on huolehdittava, että siirtymätodennäköisyydet sarakkeilla eivät summaudu yli yhden. Tämä toteutetaan valitsemalla minimi, joko skaalatusta λ :sta tai sarakkeen summan vajaudella yhdestä.
5. Havaittuun tilaan siirtymätodennäköisyys seuratusta tilasta on $1 - \lambda$.
6. Havaitsemattoman tilan siirtymätodennäköisyydet pitävät huolen rivisummien summautumisesta yhteen.

Skaalauskerroimet saatiin empiirisellä kokeilulla. Vertailukelpoisuuden vuoksi skaalauskerroimet ovat vakiollisen mallin vastaavien siirtymätodennäköisyyksien suhteita niiltä osin, kun se on mahdollista. Sarakkeen summautuminen yhteen rikkoo tätä, kun λ saa suuria arvoja.

Saatua matriisia käsitellään asealueen ja tutka-alueen leikkauksissa samalla tavalla kuin vakioversiossa.

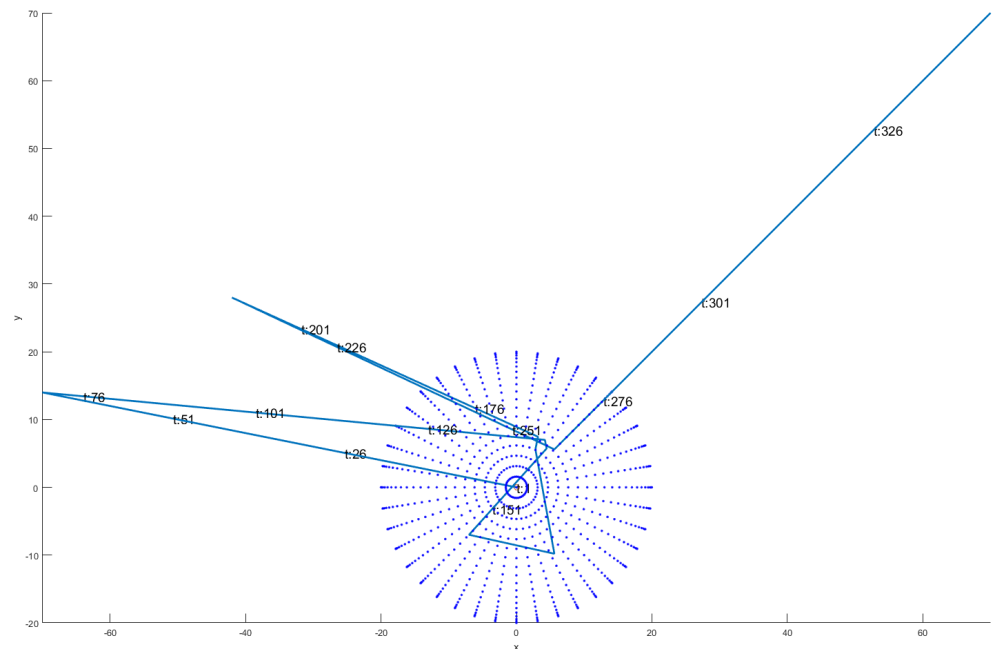
3.3 Tutkapoikkipinta-ala riippuva malli

Tutkapoikkipinta-alariippuvuus lisätään käyttämällä riskifunktiota 5 etäisyysriippuvien kaavojen 9 ja 10 vastikkeena. Riskifunktio ei ole rajoitettu tai muutenkaan sovelias tulkittavaksi todennäköisyytenä sellaisenaan. Tämän takia riskifunktiolle täytyy kehittää muunnos vastaaviin todennäköisyyksiin. Tähän tarkoitukseen valittiin skenaario, jossa lentolaite varmasti havaitaan, eli isokokoinen lentokone lentää läheltä tehokasta tutkaa sivuttain. Tätä suuremmat riskifunktion arvot muutetaan vastaaviksi. Tutkan kantamasta tällä tavalla suurin osa jää käytännössä merkitsemättömäksi, minkä vuoksi valittiin vakio, jolla tutkan kantamasta tehtiin merkittävä. Näiden tasojen välillä riskifunktio lineaarisesti skaalataan todennäköisyydeksi λ , minkä

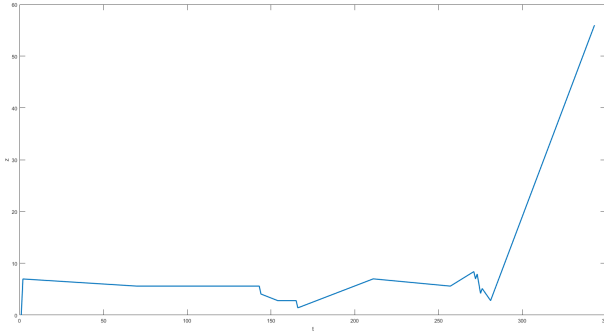
jälkeen sitä käsitellään samalla tavalla kuin etäisyysriippuvassa tapauksessa Markov-matriisin muodostamiseen.

Johtuen skaalauskerroimien sekä alkuperäisten Markov-matriisien arvojen valinnan empiirisestä tavoitteellisuudesta saada trendit näkyviin, eivät tulokset ole kokoluokaltaan vertailukelpoisia.

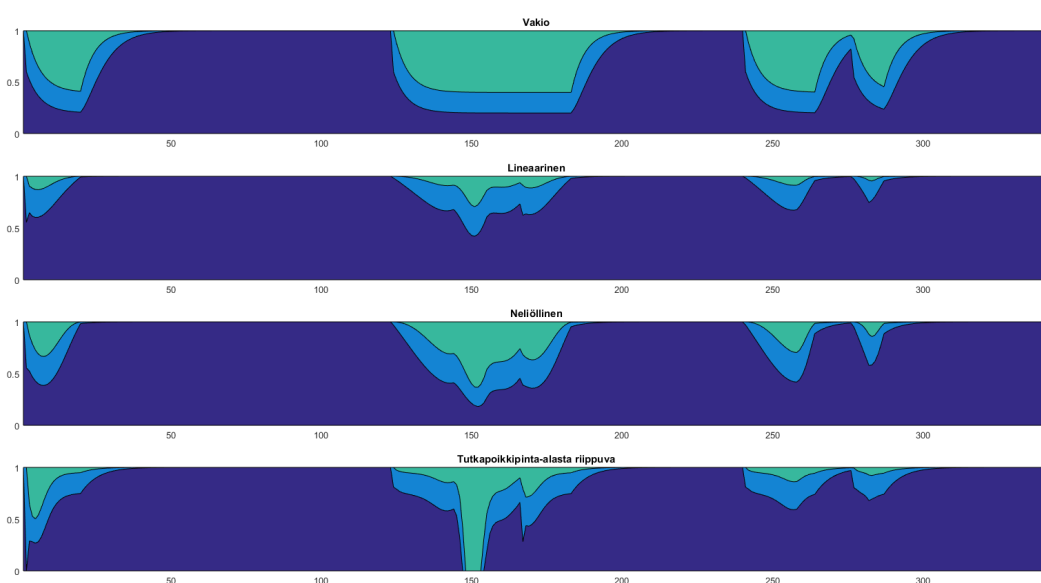
4 Tulokset



Kuva 6: Lentolaitteen reitti, jossa tutkakantamat sinisellä pisteytyksellä. Mukana $t:x$ h: y merkintä lentoreitille, missä x on aika ja y on korkeus vastaavalla ajanhetkellä.



Kuva 7: Kuvan 6 lentoreitin korkeuskäyrä.



Kuva 8: Kuvan 6 lentoreitille uhka-arviot.

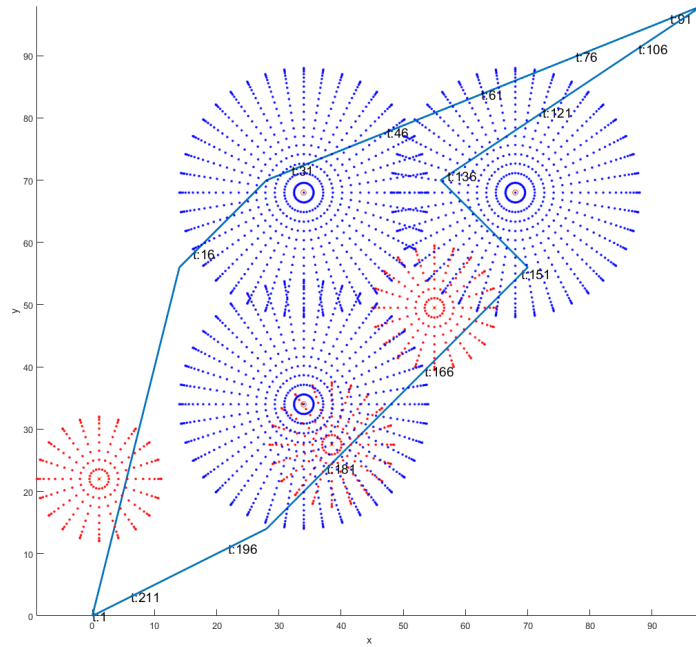
Kuvan 6 reitillä lentolaite kierteleä ympäröinsä, erilaisten ilmiöiden esiintymisen havaitsemiseksi.

Kuvan 8 uhka-arvion ensimmäinen havaitun ja seurattun tilojen todennäköisyyksien kasvu, eli tutkariski, havaitaan ajanhetkestä 0 ajanhetkeen 20. Se syntyy kun kuvan 6 reitillä lennetään pois päin. Tutkapoikkipinta-ala riippuva malli kasvaa nopeiten. Lineaarisella- ja neliöllisellä mallilla on lyhyet hännät. Vakiollinen malli lähestyy Markov-matriisin $\Lambda_{tutka-alueessa}$ rajajakaumaa. Kun lentolaite poistuu tutka-alueelta, niin vakiollinen malli lähestyy Markov-matriisin Λ_{ulkona} rajajakaumaa. Rajajakauman saavuttaminen

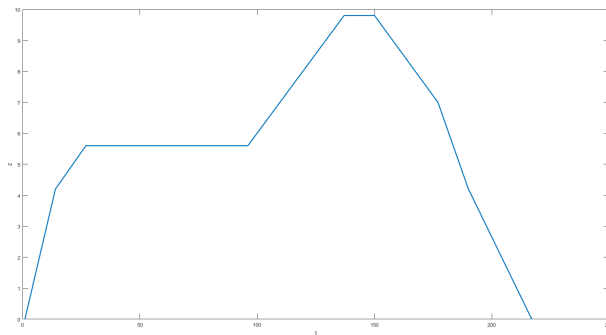
kestää kummassakin tapauksessa 20 ajan päivitystä. Neliöllinen- ja lineaarinen malli ovat lentolaitteen poistuessa siirtyneet jo jakaumaan, jossa tilan havaitsematon todennäköisyys on miltei yksi.

Ajanhetkien 125 ja 180 välillä tutkan kantamassa pyörähdetään tutkan ympäri vaihtelevalla etäisyydellä. Tässä syntyy selvä ero vakiollisen mallin sekä muiden välille. Lineaarinen- ja neliöllinen malli ovat samanmuotoisia, mutta neliöllinen malli antaa pienempiä suhteellisia eroja. Hieman ennen ajanhetkeä 150 lentolaite kääntyy kohti tutkaa. Saavutettu tutkariskin lokaali maksimi on lineaarisessa mallissa kolmannes seuraavasta maksimista, jossa tutka ohitetaan läheltä ja sivuttain. Neliöllisessä mallissa vastaava suhde on puolet. Tutkapoikkipinta-alasta riippuvassa mallissa lentolaite on miltei varmasti seurannassa ajanhetkellä 150.

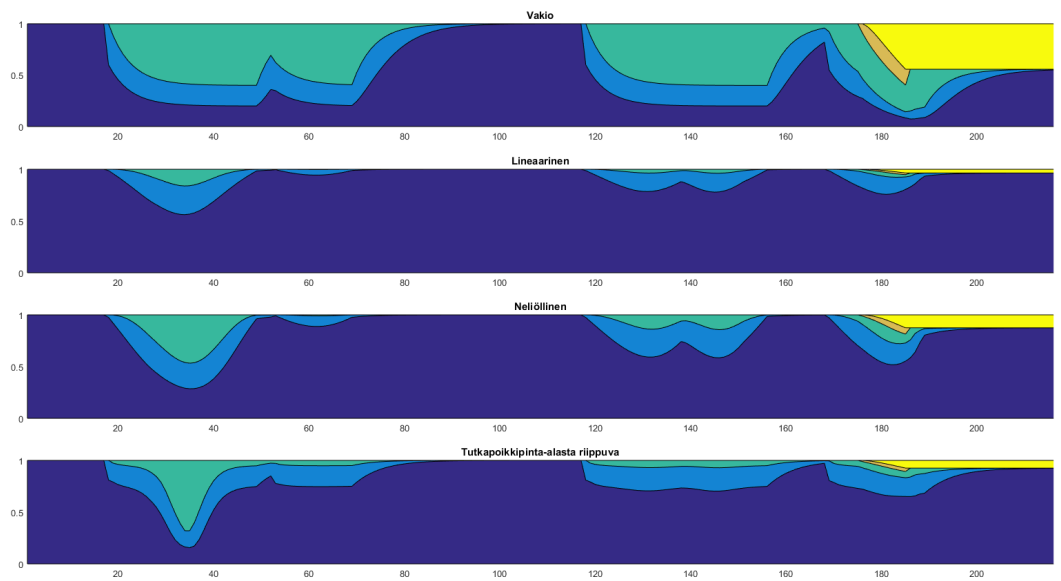
Ajanhetkien 240 ja 290 välillä lennetään tutka-alueeseen ja sitten siellä vuorotellen ylös ja alas. Vakiollisesta mallista näkee, miten tutka-alueelta poistutaan ajasta 260 aikaan 275 ja palataan aikaan 290 saakka. Neliöllinen malli antaa lineaariseen malliin nähden jyrkempää tilajakauman muutosta. Muutosten suhteet ovat vastaavat kuin ensimmäisessä ajanhetkien 0 ja 20 välisessä piikissä. Tutkapoikkipinta-alasta riippuvassa mallissa suunnan vaihtelevuus aiheuttaa tiheästi tilajakauman muutosnopeudessa vaihtelevaa muutosta.



Kuva 9: Lentolaitteen reitti, jossa tutkakantamat sinisellä pisteytyksellä. Mu- kana $t:x$ $h:y$ merkintä lentoreitille, missä x on aika ja y on korkeus vastaavalla ajanhetkellä.



Kuva 10: Kuvan 9 lentoreitin korkeuskäyrä.



Kuva 11: Kuvan 9 lentoreitille uhka-arviot.

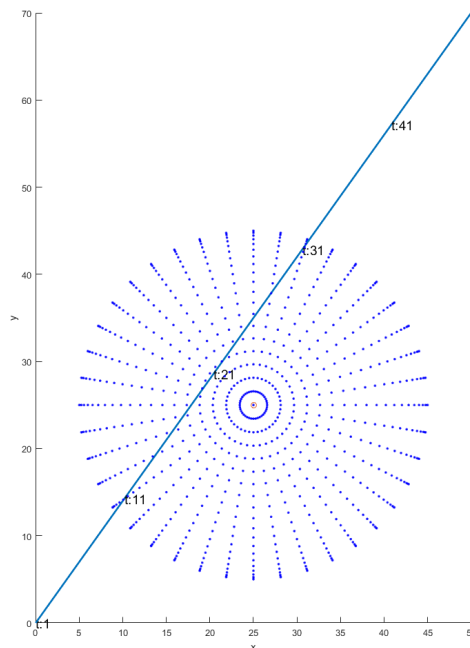
Kuvan 9 reitti pyrkii esittämään mahdollisimman järkevää reittiä. Mukaan otetaan asealueita, jotta tilojen vaikutettu ja osuma vaikutukset havaittaisiin.

Kun asealue ohitetaan reitillä tilan seurattu todennäköisyyden ollessa nolla, uhka-arviossa 11 ei lentolaitteeseen kyetä vaikuttamaan. Ajanhetkellä 20 tutkaan tullessa, lineaarisen- ja neliöllisen mallin tulokset ovat tuttuja. Tutkapoikkipinta-alasta riippuva antaa todella voimakkaan kasvun ajanhetkien 30 ja 35 välillä. Ajanhetkien 50 ja 70 välillä lentolaite on tutka-alueen

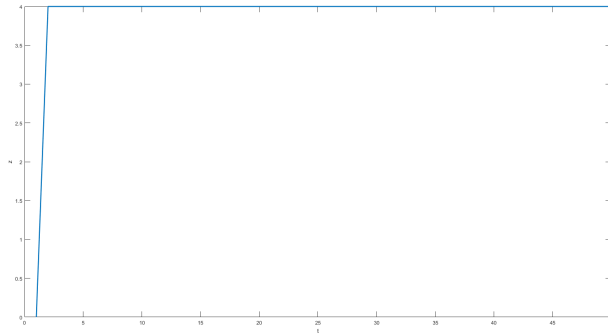
äärilaidalla vaakatasossa tutkaan. Lineaarinen- ja neliöllinen malli eivät anna juurikaan tutkariskiä. Tutkapoikkipinta-alasta antaa siinä kohdin matalaa tasaista tutkariskiä.

Ajanhetkien 120 ja 160 välillä lentolaite kulkee tutkaan kohtisuorasti ja kääntyy ohitettuaan tutkan, minkä jälkeen menee toiseen suuntaan kohtisuorasti. Tällä kertaa lineaarinen- ja neliöllinen malli antavat riskiä. Tutkapoikkipinta-alasta riippuva antaa jälleen matalaa tasaista riskiä. Tutka-alueelta poistuttaessa asejärjestelmä ylitetään yläpuolelta.

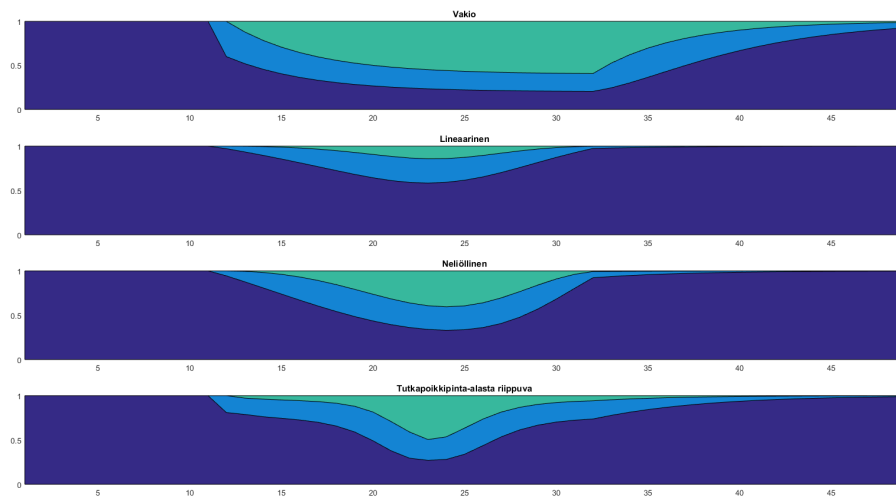
Vähän ennen ajanhetkeä 170 tullaan tutka-alueeseen, josta lennetään suoraa laskeutuen läpi asealueen. Asealueelta tulee todennäköisyyttä vaikuttaa ja siten osua. Vakio mallissa todennäköisyys osua on suuri suhteessa todennäköisyyteen, että lentolaite on havaittu ja seurattu. Muissa malleissa suhteellinen osuus on huomattavasti pienempi.



Kuva 12: Lentolaitteen reitti, jossa tutkakantamat sinisellä pisteytyksellä. Mukana t:x h:y merkintä lentoreitille, missä x on aika ja y on korkeus vastaavalla ajanhetkellä.



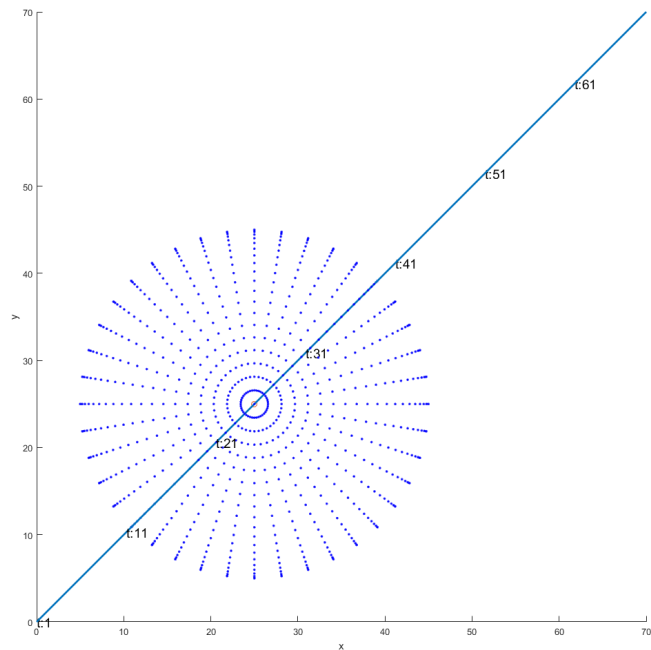
Kuva 13: Kuvan 12 lentoreitin korkeuskäyrä.



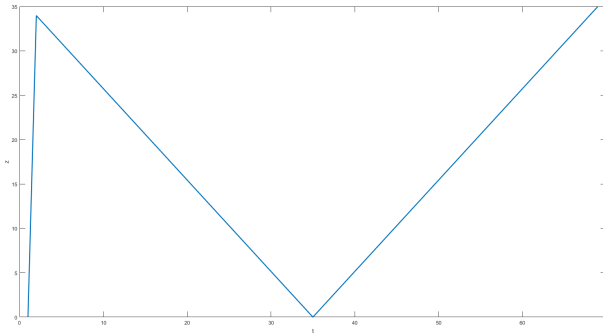
Kuva 14: Kuvan 12 lentoreitille uhka-arviot.

Kuvan 12 reitillä tutkasta lennetään suoraan ohi. Tarkoituksena on saada paljon muutosta tutkapoikkipinta-alaan.

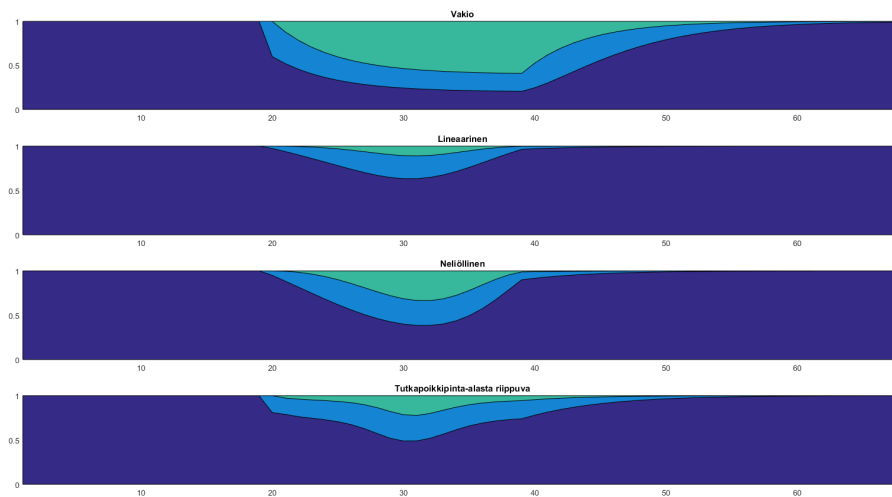
Kuvan 14 uhka-arviosta näkyy, miten lineaarinen malli antaa hitaasti muuttuvaa riskiä, joka jää matalaksi. Neliöllinen malli antaa riskinä samaa muotoa suhteessa lineaariseen mitä nähtiin aiemmilla lentoreiteillä. Tutkapoikkipinta-alasta riippuva malli antaa alkuun ja loppuun laakeaa riskiä, mutta keskellä on erittäin voimakasta muutosta.



Kuva 15: Lentolaitteen reitti, jossa tutkakantamat sinisellä pisteytyksellä. Mukana t:x h:y merkintä lentoreitille, missä x on aika ja y on korkeus vastaavalla ajanhetkellä.



Kuva 16: Kuvan 15 lentoreitin korkeuskäyrä.



Kuva 17: Kuvan 15 lentoreitille uhka-arviot.

Kuvassa 15 lentolaite lentää kohti tutkaa ja sen jälkeen kohtisuoraan pois. Tässä tapauksessa tutkapoikkipinta-ala minimoituu. Reitti toimii kuvan 12 reitin verrokkina, kahden tutkan ohittamistavan vertailemiseksi.

Kuvan 17 uhka-arviossa lineaarinen- ja neliöllinen malli antavat suhteessa toisiinsa samanlaista muotoa, kuin mitä aiemmin on havaittu. Tutkapoikkipinta-alasta riippuva malli antaa lineaarista mallia muistuttavaa muotoa tul- taessa ja poistuttaessa tutka-alueesta. Ajanhetken 30 ympärillä lentolaitteen ollessa lähellä tutkaa on muutos tilajakaumassa neliöllisen mallin kaltaista.

5 Yhteenveto

Uhka-arvioista huomataan, että vakiollinen malli tuottaa samaa muotoa kai- kissa tapauksissa. Tämä on Markov-ketjujen tyypillistä suppenemista kohti rajajakaumaa. Kuvan 8 uhka-arvion toisessa tutkariskiikissä huomataan, että mikäli tutka-alueessa kääntyillään, ei vakiollinen malli enää kykene ap- proksimoimaan kunnolla riskiä millään skaalauksella. Etenkään tutkapoikki- pinta-alasta riippuvan mallin käytös ei ole skaalattavissa siten, että reitillä kertyvä uhka olisi keskiarvoltaan sama jokaiselle tutkariskiikille. Mikäli li- sittäisiin asealueita reitille, olisi myös lineaarisen- ja neliöllisen mallin kan- nalta suuri ero, miten ne olisivat sijoiteltu.

Kuvien 15 ja 12 reiteillä näkee selvästi lineaarisen- ja neliöllisen mallin yhtäläisyyden muodossa. Tämä johtuu siitä, että kummatkin riippuvat etäi- syydestä. Kuvan 9 reitin toisessa tutkariskiikissä nähdään kuitenkin eroa. Käytös reitillä ei välttämättä täysin noudata tätä muotojen välistä suhdet- ta. Neliöllinen malli antaa huomattavasti suurempaa todennäköisyyttä, että lentolaite on seurattuna, kuin muissa vertailtavissa tutkariskeissä. Neliöllinen malli on herkempi etäisyyden muutoksille.

Tutkapoikkipinta-alasta riippuvaan malliin liitetty vakio on hallitseva len- tolaitteen liikkuessa tutka-alueen reunoilla. Kuvan 11 uhka-arvion toisessa tutkariskiikissä näkee miltei pelkästään vakion vaikutuksen, mutta myös heikosti tutkapoikkipinta-alariippuvuuden. Saman kuvan ensimmäisessä tut- kariskiikissä näkee voimakkaamman riippuvuuden, kun ollaan lähempänä. Erittäin voimakkaana riippuvuuden näkee kuvan 8 uhka-arvion toisesta pii- kistä. Tämä tutkapoikkipinta-ala riippuvuuden voimakkuus johtuu riskifunk-

tion kaavan 5 linearisesta riippuvuudesta asentoriippuvasta tutkapoikkipinta-alan kaavasta 2 ja negatiivisen neljännen potenssin etäisyysriippuvuudesta. Tutkapoikkipinta-alariippuvuuden voimakkuus siis heikkenee vahvasti etäisyyden kasvaessa.

Tutkapoikkipinta-ala on erittäin merkittävä tekijä. Tämä huomataan kuvan 15 reitin uhka-arviosta kuvassa 17. Reitillä lennetään kohti tutkaa. Tutkapoikkipinta-alasta riippuva malli antaa huomattavasti pienempää tutkariskiä, kuin kuvan 12 reitillä, jossa lennetään tutkan ohi. Tutkariski on tutkaa kohti lennettäessä myös laakeampi; ohi lennettäessä tutkapoikkipinta-alan vaikutus havaitaan voimakkaana tutkariskin kasvuna. Kirjallisuudessa [4] tutkapoikkipinta-ala on jo todettu merkitykselliseksi ja optimaalinen reitti tutkan ohittamiselle lentää kohti tutkaa ja kääntyy nopeasti pois päin tutkasta; optimaalinen reitti käy lähempänä tutkaa, kuin suoraan ohi lennettäessä käytäisiin. Tutkapoikkipinta-alariippuvuuden lisäämisen havaittiin hetkittäin nostavan tutkariskin erittäin korkeaksi, kuten kuvan 8 uhkarivion maksimi tutkariskistä nähdään. Artikkelin [4] reittiriippumattomassa tutkapoikkipinta-alasta riippuvassa mallissa riskifunktiota integroidaan reitin yli. Tilatulokinnan lisääminen luo reittien välisiä eroja, kun samassa kohdassa ollaan eri tilajakaumalla. Kun tutkapoikkipinta-ala on suuri ja kasvattaa tutkariskin suureksi, niin myös tulevilla ajanhetkillä tutkariski on suuri, ennen kuin tutkariski laskee tutkapoikkipinta-alan laskiessa. Tämän takia hetkittäinen korkea tutkariski on uhka-arvioiden valossa huomattavasti vaarallisempi reittiriippuvassa, kuin reittiriippumattomassa mallissa. Tämä tulee hyvin ilmi kuvien 14 ja 17 uhka-arvioissa. Vaikuttaa paremmalta vaihtoehdolta lentää kohti tutkaa minimoiden tutkapoikkipinta-ala ja käydä erittäin lähellä tutkaa, kuin lentää ohi, jolloin tutkapoikkipinta-ala nousee kohtisuoraan ohi lennettäessä suureksi.

Tässä työssä yhdistettiin Tina Erlandssonin ja Lars Niklassonin kehittämän viisitilaisen Markov-ketjumallin lentoreitillä kertyvästä uhasta [2], sekä Michael Zabarinkin, Stan Uryasevin ja Robert Murpheyn mallinnus lentolaitteen tutkapoikkipinta-alasta [4]. Yhdistäminen toteutettiin muuttamalla tutkapoikkipinta-alan sisältävä arvio havaittavuudesta Markov-ketjun tilojen väliseksi siirtymätodennäköisyyksiksi. Näiden lisäksi Tina Erlandssonin havaittavuutta kuvaavat mallit [3] tulkittiin samoin Markov-ketjumallin muotoon. Kun Markov-ketjun siirtymätodennäköisyyksiin otettiin mukaan etäisyys- ja tutkapoikkipinta-ala riippuvuudet, havaitaan vakiosiirtymätodennäköisyyksien epäonnistuvan selittämään hetkittäisten havaittavuuksien

erojen merkittävyyden. Markov-ketjun tilojen havaintotodennäköisyyksien muuttuminen ajassa antaa tutkapaikkipinta-alasta riippuvaan malliin verrattuna enemmän havaitsemisriskiä hetkille, joina tutkapaikkipinta-ala on suuri. Mikäli tällaisena hetkenä lentolaite on vastustajan aseiden kantamassa, on lentolaitteen selviytymistodennäköisyys reitille huomattavasti pienempi tutkapaikkipinta-alan huomioon ottavassa mallissa, kuin huomioon ottamattomassa mallissa. Tästä voidaan päätellä että tutkapaikkipinta-ala tulee ottaa huomioon lentoreitin riskin arvioimisessa.

Viitteet

- [1] Tina Erlandsson: A Combat Survivability Model for Evaluating Air Mission Routes in Future Decision Support Systems, Örebro University, Institutionen för naturvetenskap och teknik, 2014
- [2] Tina Erlandsson, Lars Niklasson: Automatic evaluation of air mission routes with respect to combat survival, *Information Fusion*, vol. 20, 2014, 88-98
- [3] Tina Erlandsson, Lars Niklasson: An air-to-ground combat survivability model, "Journal of Defence Modeling and Simulation: Applications, Methodology, Technology", vol. 12 no. 3, 2015, 273-287
- [4] Michael Zabaranin, Stan Uryasev, Robert Murphey: Aircraft Routing under the Risk of Detection, *Naval Research Logistics*, vol. 53 no. 8, 2006, 728-749