**Juha Kännö**

# Aihioiden priorisointi ja portfolioanalyysi ennakoinnissa

**Perustieteiden korkeakoulu**

Kandidaatintyö

Espoo 23.1.2012

**Vastuuopettaja:**

Prof. Ahti Salo

**Työn ohjaajat:**

TkL Antti Punkka

DI Eeva Vilkkumaa

Aalto-yliopisto
Perustieteiden
korkeakoulu

AALTO-YLIOPISTO
PERUSTIETEIDEN KORKEAKOULU

KANDIDAATINTYÖN
TIIVISTELMÄ

Tekijä: Juha Kännö

Työn nimi: Aihioiden priorisointi ja portfolioanalyysi ennakoinnissa

Päivämäärä: 23.1.2012 Kieli: Suomi Sivumäärä:15+4

Tutkinto-ohjelma: Teknillinen fysiikka ja matematiikka

Vastuuopettaja: Prof. Ahti Salo

Ohjaajat: TkL Antti Punkka, DI Eeva Vilkkumaa

Päätösvaihtoehtojen priorisointi eli asettaminen paremmuusjärjestykseen on yleinen tehtävä useissa asiayhteyksissä. Priorisointi tapahtuu tyypillisesti monen arviointikriteerin suhteen, mutta kriteerien painoarvoja ei välttämättä haluta tai voida kiinnittää. Syynä voivat olla esimerkiksi näkemyserot kriteerien keskinäisestä tärkeydestä.

Tässä kandidaatintyössä vertaillaan kahta priorisointimenetelmää, joissa päätösvaihtoehdot on arvioitu usean kriteerin suhteen, ja kriteerien painoarvoja mallinnetaan lineaarisin rajoituksin. Molemmissa menetelmissä vaihtoehdon kokonaisarvoa kuvataan sen kriteerikohtaisten arvojen painotettuna summana. Ensimmäisessä menetelmässä etsitään robustin portfoliomallinnuksen keinoin ei-dominoituja vaihtoehtoportfolioita, ja yksittäisiä vaihtoehtoja priorisoidaan sen perusteella, kuinka suureen osaan tunnistetuista portfolioista ne kuuluvat. Toisessa menetelmässä vaihtoehtoja vertaillaan dominanssien ja mahdollisten järjestyslukujen avulla.

Työssä luotiin sovellus mahdollisten järjestyslukujen laskemiseen. Sillä laskettiin mahdolliset järjestysluvut erään metsäteollisuutta koskevan ennakointihankkeen aineistosta, ja tuloksia verrattiin portfoliomallinnulla määritettyihin prioriteetteihin.

Mahdollisten järjestyslukujen käyttö priorisoinnissa on perusteltua, kun monella kriteerillä arvioituja vaihtoehtoja halutaan asettaa tärkeysjärjestykseen. Robusti portfoliomallinnus taas soveltuu parhaiten tehtäviin, joissa täytyy huomioida resurssirajoituksia tai vaihtoehtojen välisiä keskinäisiä riippuvuuksia.

Avainsanat: monikriteerinen päätöksenteko, epätäydellinen informaatio, mahdolliset järjestysluvut, portfolioanalyysi, RPM, ennakointi

# Sisältö

# Symbolit ja lyhenteet

## Symbolit

| | |
|---|---|
| $X = \{x^1, \ldots, x^m\}$ | Aihioiden joukko |
| $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ | Kriteerien joukko |
| $r(a_k)$ | Kriteerin $a_k$ kuvaus sen järjestysluvuksi |
| $S_w$ | Käypien kriteeripainojen joukko |
| $x^i = (x^i_1, \ldots, x^i_n)$ | Kriteerien $a_1, \ldots, a_n$ tasot aihiolla $x^i$ |
| $w = (w_1, \ldots, w_n)$ | Kriteerien $a_1, \ldots, a_n$ painokertoimet arvofunktiossa |
| $v_k(x^i_k)$ | Kriteerin $a_k$ arvo aihiolla $x^i$ |
| $V(x^i)$ | Aihion $x^i$ kokonaisarvo |
| $V^N(x^i)$ | Aihion $x^i$ skaalattu kokonaisarvo |
| $V^N(x^i, w)$ | Aihion $x^i$ skaalattu kokonaisarvo painovektorin $w$ funktiona |
| $\succeq$ | Preferenssirelaatio |
| $\succ_{S_w}$ | Dominanssirelaatio painojoukon $S_w$ suhteen |
| $r^+(x^i)$ | Aihion $x^i$ huonoin (suurin) mahdollinen järjestysluku |
| $r^-(x^i)$ | Aihion $x^i$ paras (pienin) mahdollinen järjestysluku |
| $p$ | Portfolio |
| $K$ | Portfolion koko |
| $P_F$ | Käypien portfolioiden joukko |
| $P_{ND}$ | Ei-dominoitujen portfolioiden joukko |
| $CI(x)$ | Aihion $x$ ydinluku |

## Lyhenteet

| | |
|---|---|
| LP | Linear Programming |
| RPM | Robust Portfolio Modeling |

# 1 Johdanto

Päätösvaihtoehtojen priorisointi eli asettaminen paremmuusjärjestykseen on yleinen tehtävä useissa asiayhteyksissä. Priorisointi tapahtuu tyypillisesti monen arviointikriteerin suhteen. Esimerkiksi tutkimushankkeiden rahoituksessa voidaan päättää rahoituksen jakamisesta hankkeille arvioimalla niiden yhteiskunnallista merkitystä, taloudellista tuottoa ja omaperäisyyttä. Ennakointiprosesseissa taas saatetaan yrittää tunnistaa todennäköisiä ja/tai merkittäviä talouden, teknologian ja yhteiskunnan kehityskulkuja, jotta niihin voitaisiin paremmin varautua. Monikriteerinen päätösanalyysi tarjoaa useita lähestymistapoja tällaisten priorisointitehtävien käsittelyyn (esim. Belton ja Stewart, 2002; Brummer, 2010).

Päätösvaihtoehtoja voidaan kuvata additiivisella mallilla, jossa vaihtoehdon kokonaisarvo on sen kriteerikohtaisten arvojen painotettu summa (Keeney ja Raiffa, 1976). Monikriteerisessä päätöksenteossa huomioidaan tyypillisesti useita sidosryhmiä, joiden näkemykset kriteerein painotuksista voivat olla hyvin erilaiset. Tällöin on vaikeaa tai epämielekästä määrittää kriteereille kiinteitä painoja. Useat menetelmät sallivatkin niin sanotun epätäydellisen painoinformaation mallintamisen lineaarisilla rajoituksilla, jolloin kriteerit voidaan asettaa esimerkiksi vain tärkeysjärjestykseen (Salo ja Punkka, 2005). Tällaiset menetelmät eivät yleensä tuota yksikäsitteistä priorisointia vaihtoehtojen välillä.

Tässä työssä vertaillaan kahta priorisointimenetelmää: (i) yksittäisten vaihtoehtojen vertailua dominanssien ja mahdollisten järjestyslukujen avulla (Salo ja Punkka, 2005; Punkka ja Salo, 2011) sekä (ii) määrätyn kokoisten ei-dominoitujen vaihtoehtoportfolioiden tunnistamista robustin portfoliomallinnuksen keinoin (Liesiö et al., 2007, 2008). Kumpikin menetelmä perustuu samaan additiiviseen malliin, jossa epätäydellinen painoinformaatio mallinnetaan lineaarisin rajoittein. Vertailussa käytetään aineistoa metsäteollisuuden kanssa toteutetusta ennakointihankkeesta (Könnölä et al., 2011). Ennakoinnin yhteydessä päätösvaihtoehtoja kutsutaan *aihioiksi*, ja tässä työssä käytetään samaa nimitystä.

Menetelmien vertailussa keskitytään lähestymistapojen soveltuvuuteen tehtävään nähden sekä tulosten ymmärrettävyyteen. Erityisesti pohditaan portfoliovalinnan rajoitusehtojen merkitystä ja suhdetta mahdollisiin järjestyslukuihin. Robustin portfoliomallinnuksen antamat päätössuositukset riippuvat portfolion kokorajoituksesta, mutta todellisuudessa rajoitus voi olla joustava tai tarpeeton.

Työ rakentuu siten, että luvussa 2 esitellään monikriteerisen päätösanalyysin teoreettista taustaa, luvussa 3 määritellään tutkimusongelma ja -menetelmät, luvussa 4 esitellään tulokset ja lopuksi luvussa 5 tarkastellaan tuloksia ja esitetään johtopäätökset.

# 2 Teoreettinen tausta

## 2.1 Additiivinen arvofunktio

Aihion kokonaisarvon kuvaamiseen käytetään additiivista mallia, jossa aihion kokonaisarvo on sen kriteerikohtaisten arvojen summa. Olkoon kriteerien joukko $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$ ja aihioiden joukko $X = \{x^1, \ldots, x^m\}$. Aihio $x \in X$ voidaan esittää muodossa $x = (x_1, \ldots, x_n)$, missä $x_1, \ldots, x_n$ ovat kriteerien $a_1, \ldots, a_n$ tasot. Määritellään preferenssirelaatio '$\succeq$' siten, että $x = (x_1, \ldots, x_n) \succeq y = (y_1, \ldots, y_n)$, jos ja vain jos $x$ on päätöksentekijälle vähintään yhtä hyvä vaihtoehto kuin $y$.

Additiivisen mallin käyttäminen on perusteltua, kun tietyt preferenssien riippumattomuutta koskevat oletukset täyttyvät (Dyer ja Sarin, 1979). Tällöin on olemassa additiivinen arvofunktio $V(\cdot)$, joka vastaa preferenssirelaatiota

$$x^i \succeq x^j \quad \Leftrightarrow \quad V(x^i) = \sum_{k=1}^{n} v_k(x_k^i) \;\geq\; \sum_{k=1}^{n} v_k(x_k^j) = V(x^j) \;, \tag{1}$$

missä $v_k(x_k^i)$ on kriteerin $a_k$ arvo aihiolla $x^i$.

Kokonaisarvofunktio skaalataan tavallisesti siten, että se saa arvon $V(x^*) = 1$, kun kaikki kriteerit ovat parhaalla mahdollisella tasolla $x^* = (x_1^*, \ldots, x_n^*)$ ja arvon $V(x^0) = 0$, kun kaikki kriteerit ovat huonoimmalla mahdollisella tasolla $x^0 = (x_1^0, \ldots, x_n^0)$. Skaalataan kriteerikohtaiset arvot muotoon

$$v_k^N(x_k) = \frac{v_k(x_k) - v_k(x_k^0)}{v_k(x_k^*) - v_k(x_k^0)} \quad \in [0,1] \;,$$

ja määritellään kriteereille painokertoimet $w_k \sim v_k(x_k^*) - v_k(x_k^0)$ siten, että

$$\sum_{k=1}^{n} w_k = 1 \;.$$

Additiivinen arvofunktio on positiivisia affiineja muunnoksia vaille yksikäsitteinen (Keeney ja Raiffa, 1976), joten kokonaisarvofunktio

$$V^N(x) = \sum_{k=1}^{n} w_k v_k^N(x_k) \quad \in [0,1] \tag{2}$$

kuvaa samoja preferenssejä kuin (1). Painokerroin $w_k$ vastaa muutosta kokonaisarvossa, jos $k$:s kriteeri nousee huonoimmalta mahdolliselta tasolta parhaalle, ja kriteerin skaalattu arvo $v_k^N(x_k)$ kuvaa osuutta, jonka kriteeri on saavuttanut kokonaisarvostaan.

## 2.2 Epätäydellinen preferenssi-informaatio

Preferenssi-informaation sanotaan olevan täydellistä, kun kriteerien painokertoimien arvot kokonaisarvofunktiossa (2) tunnetaan tarkasti. Jos on olemassa useampia arvoja, jotka toteuttavat preferenssi-informaatiosta johdetut rajoitukset painokertoimille, preferenssi-informaatio on epätäydellistä.

Tässä työssä oletetaan, että preferenssi-informaatio on epätäydellistä siten, että preferenssit tunnetaan kriteerien tärkeysjärjestyksen muodossa. Esimerkiksi kolmen kriteerin tapauksessa preferenssit voidaan ilmoittaa muodossa “Yhden yksikön nousu kriteerin $a_3$ arvossa on vähintään yhtä tärkeä kuin yhden yksikön nousu kriteerin $a_1$ arvossa, joka on vähintään yhtä tärkeä kuin yhden yksikön nousu kriteerin $a_2$ arvossa”. On olemassa useampi painovektori $w = (w_1, \ldots, w_n)$, joka toteuttaa edellä kuvatun muotoiset preferenssit. Preferenssit toteuttavat painovektorit muodostavat käypien painojen joukon

$$S_w = \left\{ w \in \mathbb{R}^n \,\middle|\, w_i \geq w_j \,\forall\, i,j \text{ s.e. } r(a_i) < r(a_j), \right. \\ \left. \sum_{k=1}^{n} w_k = 1,\; w_k \geq 0 \,\forall\, k \right\} , \tag{3}$$

missä $r : A \to \{1, \ldots, n\}$ on bijektio, joka kuvaa kriteerin järjestysluvukseen. Jos kriteerien tärkeysjärjestys on $(a_3, a_1, a_2)$, niin $(r(a_1), r(a_2), r(a_3)) = (2, 3, 1)$.

Kun preferenssit tunnetaan tärkeysjärjestyksen muodossa, painokertoimien joukko $S_w$ on konveksi (Salo ja Punkka, 2005). Kun aihion $x^i$ kokonaisarvo $V(x^i, w)$ lasketaan painovektorin $w \in S_w$ suhteen, sen ääriarvot ovat $S_w$:n ekstreemipisteissä. Kuvassa 1 pisteet $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ ja $(0, 0, 1)$ määrittävät käypien painojen joukon ilman preferenssi-informaatiota. Väritetty alue, jonka ekstreemipisteet ovat $(0, 0, 1)$, $(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2})$ ja $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})$, kuvaa käypiä painoja tärkeysjärjestyksellä $(a_3, a_1, a_2)$.

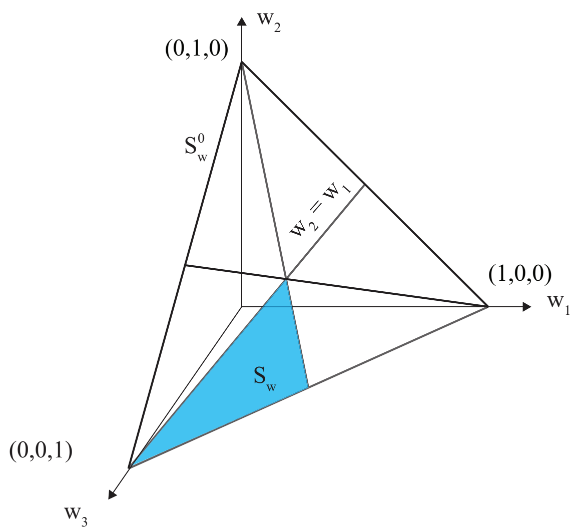
## 2.3 Dominanssi

Aihioita voidaan vertailla *dominanssin* avulla, kun preferenssi-informaatio on epätäydellistä. Olkoon $V^N(x^i, w)$ aihion $x^i$ kokonaisarvo painoilla $w$. Kun $w \in S_w$, aihion kokonaisarvo vaihtelee välillä

$$V^N(x^i) \in \left[ \min_{w \in S_w} V^N(x^i, w),\; \max_{w \in S_w} V^N(x^i, w) \right] .$$

Jos $V^N(x^i)$ on kaikilla käyvillä painoilla vähintään yhtä suuri kuin $V^N(x^j)$, niin sanotaan, että aihio $x^i$ dominoi aihiota $x^j$. Kahden aihion välinen *parittainen dominanssi* määritellään (esim. Salo ja Punkka, 2005)

$$x^i \succ_{S_w} x^j \Leftrightarrow \\ V^N(x^i, w) \geq V^N(x^j, w) \,\forall\, w \in S_w \,\wedge\, \exists\, w \in S_w : V^N(x^i, w) > V^N(x^j, w) . \tag{4}$$




$$S_w^0 = \left\{ w \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, w_k \geq 0 \,\forall\, k \in \{1,2,3\},\ \sum_{k=1}^{3} w_k = 1 \right\} \quad \text{ja}$$

$$S_w = \left\{ w \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, w_3 \geq w_1 \geq w_2 \geq 0,\ \sum_{k=1}^{3} w_k = 1 \right\}$$

Kuva 1: Käypien kriteeripainojen joukot ilman preferenssi-informaatiota ($S_w^0$) ja kriteerien tärkeysjärjestyksellä $(a_3, a_1, a_2)$ ($S_w$).

Parittaisen dominanssin tarkistaminen voidaan myös muotoilla lineaariseksi ohjelmointitehtäväksi (LP). Jos

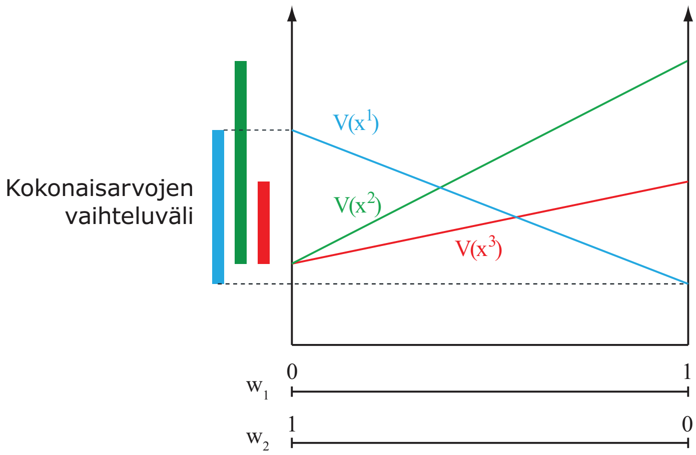
$$\begin{aligned} &\min_{w \in S_w} \left[ V^N(x^i, w) - V^N(x^j, w) \right] \geq 0 \ \wedge \\ &\max_{w \in S_w} \left[ V^N(x^i, w) - V^N(x^j, w) \right] > 0 \ , \end{aligned} \tag{5}$$

niin $x^i \succ_{S_w} x^j$ .

Vertailemalla pareittain kaikkia aihioita tunnistetaan *ei-dominoitujen* aihioiden joukko

$$X_{ND} = \{ x \in X \mid \nexists\, x' \in X : \ x' \succ_{S_w} x \} \ .$$

Rationaalinen päätöksentekijä valitsee aina ei-dominoidun vaihtoehdon. Muuten on olemassa toinen aihio, joka on kaikilla käyvillä painoilla vähintään yhtä hyvä kuin valittu aihio. Kuvassa 2 on esitetty kolmen aihion kokonaisarvot kriteeripainojen $w_1$ ja $w_2$ funktiona. Aihioiden kokonaisarvojen vaihteluvälit ovat päällekkäiset, mutta aihio $x^2$ dominoi aihiota $x^3$. Aihiot $x^1$ ja $x^2$ ovat ei-dominoituja vaihtoehtoja.




Kuva 2: Aihioiden $x^1$, $x^2$ ja $x^3$ kokonaisarvot kriteeripainojen $w_1$ ja $w_2$ funktiona. Aihio $x^2$ dominoi aihiota $x^3$. Aihiot $x^1$ ja $x^2$ ovat ei-dominoituja.

## 2.4 Mahdolliset järjestysluvut

Aihioiden keskinäistä paremmuutta voidaan vertailla laskemalla *mahdolliset järjestysluvut*. Ne kuvaavat sijoituksia, jotka yksittäinen aihio voi saada käyvillä kriteeripainoilla, kun aihiot järjestetään kokonaisarvon mukaan. Parhaimman ja huonoimman järjestysluvun laskeminen voidaan muotoilla lineaariseksi sekalukutehtäväksi (Punkka ja Salo, 2011). Aihion $x^k$ paras eli pienin järjestysluku $r^-(x^k)$ saadaan ratkaisemalla tehtävä

$$\begin{aligned}
&\min_{\substack{w \in S_w \\ y(x^j)\in\{0,1\}}} \quad \sum_{j=1}^{m} y(x^j) \\
&\text{s.e.} \\
&V^N(x^j, w) \leq V^N(x^k, w) + y(x^j)M \qquad\qquad \forall\, j \in \{1, \ldots, m\} \\
&y(x^k) = 1\ ,
\end{aligned} \tag{6}$$

jossa vakio $M > 1$. Vastaavasti aihion $x^k$ huonoin eli suurin järjestysluku $r^+(x^k)$ on ratkaisu tehtävälle

$$\begin{aligned}
&\max_{\substack{w \in S_w \\ y(x^j)\in\{0,1\}}} \quad \sum_{j=1}^{m} y(x^j) \\
&\text{s.e.} \\
&V^N(x^k, w) \leq V^N(x^j, w) + (1 - y(x^j))M \qquad\qquad \forall\, j \in \{1, \ldots, m\} \\
&y(x^k) = 1\ .
\end{aligned} \tag{7}$$

Jos halutaan, että $x^j$:n järjestysluku on parempi kuin $x^k$:n järjestysluku, kun $x^j \succ_{S_w} x^k$, niin lisätään $x^k$:n pienintä järjestyslukua laskettaessa rajoitukset

$$y(x^j) = 1 \quad \forall\, x^j \in \left\{ x \in X \,\middle|\, x \succ_{S_w} x^k \right\} \tag{8}$$

ja suurinta järjestyslukua laskettaessa rajoitukset

$$y(x^j) = 0 \quad \forall\, x^j \in \left\{ x \in X \,\middle|\, x^k \succ_{S_w} x \right\} \ . \tag{9}$$

## 2.5 Robust Portfolio Modeling

*Robust Portfolio Modeling* (RPM) on epätäydellisen preferenssi-informaation salliva menetelmä projektiportfolioiden valintaan. Additiivisella arvofunktiolla kuvataan RPM-menetelmässä sekä yksittäisten projektien että projektiportfolioiden kokonaisarvoa. RPM tukee resurssirajoituksia ja projektien keskinäisiä riippuvuuksia kuvaavia rajoitusehtoja, kuten synergiaetuja tai toisensa poissulkevia vaihtoehtoja. Menetelmällä voidaan tehdä päätössuosituksia koskien yksittäisiä projekteja sen perusteella, kuuluvatko projektit kaikkiin löydettyihin portfolioihin, osaan niistä tai eivät yhteenkään. (Liesiö et al., 2007, 2008)

### Portfolion arvo

Portfolio on aihioiden osajoukko $p \subseteq X$. Kun oletetaan, että aihioiden kriteerikohtaiset arvot $v_k^N(x)$ tunnetaan tarkasti, niin portfolion $p$ kokonaisarvo on siihen kuuluvien aihioiden arvojen summa

$$V(p,w) = \sum_{j=1}^{m} z_j(p) V^N(x^j, w) = \sum_{j=1}^{m} z_j(p) \left( \sum_{k=1}^{n} w_k v_k^N(x^j) \right) ,$$

missä päätösmuuttuja $z_j(p)$ ilmaisee, kuuluuko aihio $x^j$ portfolioon $p$. Toisin sanoen

$$z_j(p) = \begin{cases} 1, & \text{jos } x^j \in p \\ 0, & \text{jos } x^j \notin p \end{cases} .$$

### Käyvät portfoliot

Portfoliovalinnan rajoitusehdot, kuten resurssirajoitteet ja projektien keskinäiset riippuvuusrajoitteet, voidaan esittää lineaarisina epäyhtälörajoitteina muodossa $Az(p) \leq b$, missä $A \in \mathbb{R}^{q \times m}$, $b \in \mathbb{R}^q$, $z(p) = (z_1(p), \ldots, z_m(p))^T$ ja $q$ on rajoitteiden lukumäärä. Rajoitusehdot toteuttavat portfoliot muodostavat käypien portfolioiden joukon

$$P_F = \{ p \subseteq X \mid Az(p) \leq b \} \ . \tag{10}$$

Tarkasti tunnetuilla painoilla $w$ kannattaa valita käypä portfolio, jolla on suurin kokonaisarvo. Portfolion valinta on tällöin binäärinen optimointitehtävä

$$\begin{aligned} &\max_{p \in P_F} V(p,w) = \max_{p \in P_F} \sum_{j=1}^{m} z_j(p) V^N(x^j, w) \\ &\text{s.e.} \\ &Az(p) \leq b \\ &z_j(p) \in \{0,1\} \ . \end{aligned} \tag{11}$$

**Epätäydellinen preferenssi-informaatio**

Kun preferenssi-informaatio on epätäydellistä, portfolioita voidaan vertailla dominanssin avulla samalla periaatteella kuin yksittäisiä aihioita (4). Portfolioiden välinen dominanssirelaatio '$\succ_{S_w}$' painojoukon $S_w$ suhteen määritellään

$$\begin{aligned} &p^i \succ_{S_w} p^j \Leftrightarrow \\ &V(p^i, w) \geq V(p^j, w) \, \forall \, w \in S_w \ \wedge \ \exists \, w \in S_w : V(p^i, w) > V(p^j, w) \ . \end{aligned}$$

Dominanssin avulla määritellään ei-dominoitujen portfolioiden joukko

$$P_{ND} = \{ p \in P_F \, | \, \nexists \, p' \in P_F : p' \succ_{S_w} p \} \ . \tag{12}$$

Ei-dominoitujen portfolioiden löytäminen on keskeinen vaihe RPM-menetelmässä. Ne ovat päätöksentekijän kannalta kiinnostavia vaihtoehtoja, kun taas dominoitua portfoliota ei kannata valita koskaan (Liesiö et al., 2007). Ei-dominoitujen portfolioiden löytäminen on monitavoitteinen binäärinen optimointitehtävä, jonka ratkaisemiseksi Liesiö et al. (2008) esittävät dynaamiseen ohjelmointiin perustuvan algoritmin.

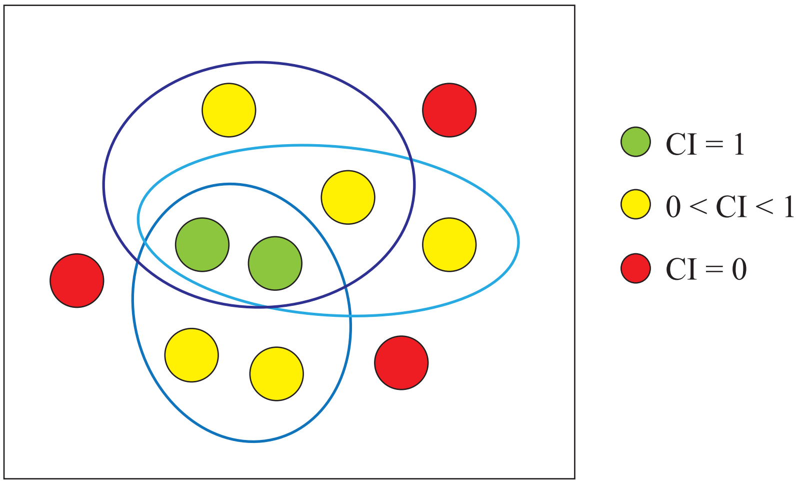
**Päätössuositukset epätäydellisellä preferenssi-informaatiolla**

Yksittäisen aihion $x$ hyvyyttä kuvataan *ydinluvulla*

$$CI(x) = \frac{|\{ p \in P_{ND} \, | x \in p \}|}{|P_{ND}|} \ , \tag{13}$$

joka kertoo, kuinka suureen osaan ei-dominoiduista portfolioista aihio $x$ kuuluu. Ydinluvun perusteella aihiot voidaan luokitella *ydinaihioihin* ($CI = 1$), *rajatapauksiin* ($0 < CI < 1$) ja *ulkoaihioihin* ($CI = 0$).

Kuva 3 havainnollistaa ydinlukujen määräytymistä kolmen ei-dominoidun portfolion tapauksessa. Jatkotarkastelun kannalta kiinnostavimpia ovat ydinaihiot, koska ne sisältyvät kaikkiin ei-dominoituihin portfolioihin siinä tapauksessa, että preferenssi-informaatio tarkentuu. Vastaavasti ulkoaihiot voidaan jättää huomiotta, koska ne eivät sisälly ei-dominoituihin portfolioihin vaikka preferenssi-informaatio tarkentuisi (Liesiö et al., 2007).




Kuva 3: Esimerkki ydinlukujen määräytymisestä, kun on löydetty kolme ei-dominoitua portfoliota

# 3 Tutkimusongelma ja -menetelmät

Työssä tutkittiin yksittäisten aihioiden vertailua ja portfolioanalyysiä aihioiden priorisoinnissa. Yksittäisten aihioiden priorisoinnissa laskettiin aihioiden väliset dominanssit ja mahdolliset järjestysluvut. Portfolioanalyysissa sovellettiin robustia portfoliomallinnusta (RPM). Työssä haluttiin selvittää (i) lähestymistapojen soveltuvuutta tehtävään ja (ii) tulosten ymmärrettävyyttä.

Työn taustalla on monikriteerisen päätösanalyysin soveltaminen ennakointiin. Ennakoinnissa yritetään tunnistaa esimerkiksi talouden, teknologian tai yhteiskunnan kehityskulkuja, ja arvioidaan niiden merkitystä nykyhetkessä. Tiedon avulla voidaan havaita mahdollisuuksia ja uhkia sekä ohjata kehitystä tavoiteltuun suuntaan (Cuhls, 2003). Ennakointiprosessin alussa saatetaan kerätä lukuisia *aihioiksi* kutsuttuja kuvauksia mahdollisina pidetyistä kehityskuluista. Prosessin edetessä halutaan kuitenkin karsia vaihtoehtojen määrää ja keskittyä tärkeinä pidettyihin aihioihin (Könnölä et al., 2007; Brummer, 2010).

Työssä analysoitiin aineistoa, joka oli peräisin metsäteollisuuden tutkimuksen painopisteiden arviointihankkeesta (Könnölä et al., 2011). Aineisto koostui aihealueista 1, 2 ja 3, joihin kuului 18, 14 ja 27 aihiota. Asiantuntijat olivat arvioineet aihiot kolmen kriteerin suhteen (merkitys, uutuusarvo ja toteutettavuus) seitsenportaisella kokonaislukuasteikolla. Asiantuntija-arvioiden keskiarvoa käytettiin aihion kriteerikohtaisena arvona. Aineistoon kuuluivat myös aihioiden ydinluvut, jotka oli laskettu Systeemianalyysin laboratoriossa.

Kriteerien tärkeysjärjestys oli 1. merkitys, 2. toteutettavuus ja 3. uutuusarvo, eli yhden pisteen nousu merkityksessä on vähintään yhtä tärkeä kuin yhden pisteen nousu toteutettavuudessa, joka on vähintään yhtä tärkeä kuin yhden pisteen nousu uutuusarvossa. Käypien painojen joukko (3) oli siis

$$S_w = \left\{ w \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, w_1 \geq w_2 \geq w_3 \geq 0,\ \sum_{k=1}^{3} w_k = 1 \right\} . \tag{14}$$

RPM-menetelmässä portfolion koko $K$ oli noin kolmannes aihioiden lukumäärästä, eli 6, 5 ja 9 aihiota aihealueissa 1, 2 ja 3. Käypien portfolioiden joukko (10) sai tällöin muodon

$$P_F = \{ p \subseteq X \mid |p| \leq K \} , \tag{15}$$

missä $|p|$ on portfolioon $p$ kuuluvien aihioiden lukumäärä.

Dominanssien ja mahdollisten järjestyslukujen laskemiseen tarvittava sovellus toteutettiin MATLAB-ohjelmistolla. LP-tehtävät ratkaistiin käyttämällä avoimen lähdekoodin `lp_solve`-kirjastoa MATLAB-rajapinnan kautta. Parittaiset dominanssit laskettiin ratkaisemalla tehtävä (5) kaikille aihiopareille jokaisessa aihealueessa. Tulosten perusteella tunnistettiin ei-dominoidut aihiot. Parhaat mahdolliset järjestysluvut laskettiin ratkaisemalla tehtävä (6) käyttäen rajoitusehtoja (8) jokaisessa aihealueessa. Huonoimmat mahdolliset järjestysluvut laskettiin vastaavasti ratkaisemalla tehtävä (7) käyttäen rajoitusehtoja (9).

# 4 Tulokset

## 4.1 Laskettujen prioriteettien vertailu

Mahdollisten järjestyslukujen ja ydinlukujen vertailussa havaittiin, että ydinaihioilla $r^+(x^k) \leq K$ ja ulkoaihioilla $r^-(x^k) > K$, missä $K$ on portfolion enimmäiskoko, $r^+(x^k)$ on aihion $x^k$ huonoin mahdollinen järjestysluku ja $r^-(x^k)$ paras mahdollinen järjestysluku. Yhtä poikkeusta lukuunottamatta rajatapauksilla $r^-(x^k) \leq K < r^+(x^k)$. Poikkeuksen teki aihealueessa 2 aihio $x^9$, jolla $r^-(x^9) > K$. Ei-dominoidut aihiot olivat joko ydinaihioita tai rajatapauksia, mutta eivät milloinkaan ulkoaihioita. Ei-dominoidun aihion paras mahdollinen järjestysluku oli pienempi kuin dominoidun aihion paras mahdollinen järjestysluku. Kuvat 4–6 esittävät kootusti mahdolliset järjestysluvut, ydinluvut sekä ei-dominoidut aihiot kussakin aihealueessa. Pystyviiva kuvassa osoittaa $K$:n arvon. Liitteen A taulukot 1–3 esittävät kuvissa olevien tietojen lisäksi parittaiset dominanssit sekä lähtötiedot.

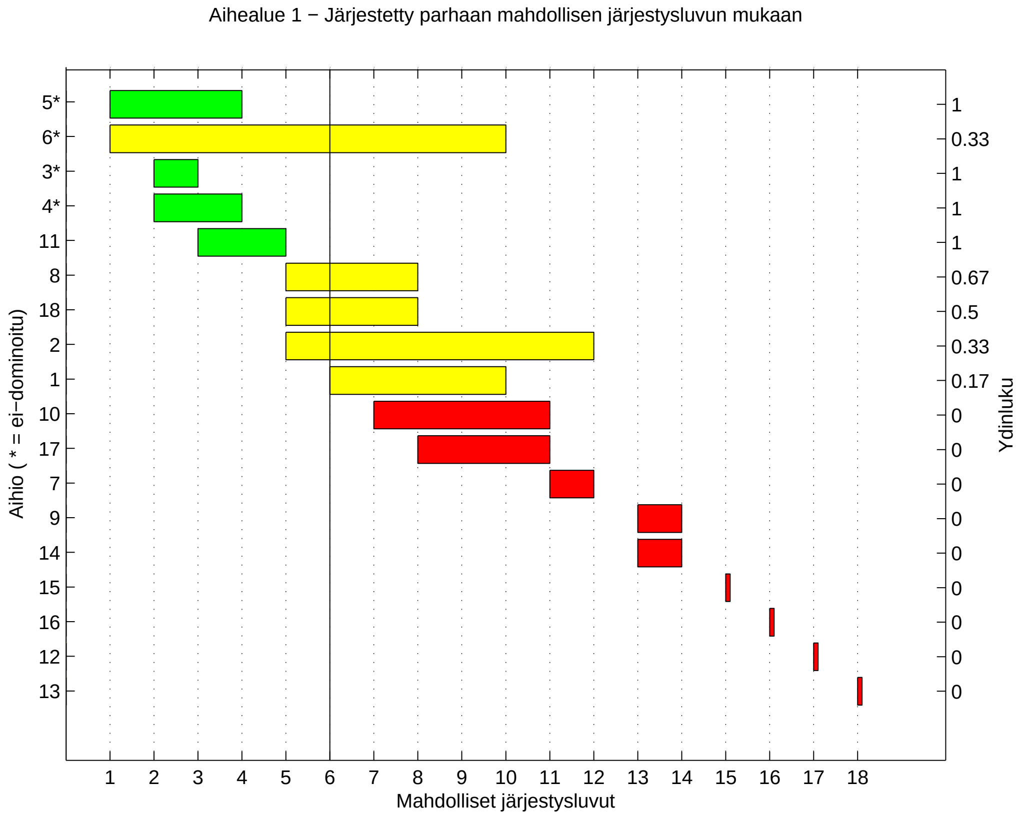
Tulosten perusteella mahdollisista järjestysluvuista voitiin yhtä poikkeusta lukuunottamatta päätellä ydin- ja ulkoaihiot. Poikkeus voidaan selittää seuraavasti: Aihio $x^k$ on kaikilla käyvillä kriteeripainoilla $r^+(x^k)$:n parhaan aihion joukossa. Jos $r^+(x^k) \leq K$, niin $x^k$ kannattaa valita aina, kun muodostetaan joillakin käyvillä painoilla optimaalista portfoliota. Tällöin $x^k$ kuuluu kaikkiin niin sanottuihin *potentiaalisesti optimaalisiin* portfolioihin (Hazen, 1986). Vastaavasti rajatapaukset kuuluvat osaan potentiaalisesti optimaalisista portfolioista ja ulkoaihiot eivät kuulu yhteenkään. RPM-menetelmässä ydinluvut taas määritellään ei-dominoitujen portfolioiden (12) kautta. Kaikki ei-dominoidut portfoliot eivät kuitenkaan ole välttämättä potentiaalisesti optimaalisia (Hazen, 1986).

Tarkastellussa tapauksessa mahdolliset järjestysluvut toimivat RPM-menetelmän approksimatiivisena herkkyysanalyysinä, koska niistä voidaan likimäärin päätellä ydin- ja ulkoaihiot portfolion koon funktiona. RPM-menetelmän vahvuus on kuitenkin mahdollisuudessa mallintaa projektien keskinäisiä riippuvuuksia, kuten synergiaetuja tai toisensa poissulkevia vaihtoehtoja. Tällöin ydinlukujen riippuvuutta portfolion enimmäiskoosta voidaan analysoida etsimällä ei-dominoidut portfoliot usealla $K$:n arvolla (Liesiö et al., 2008).

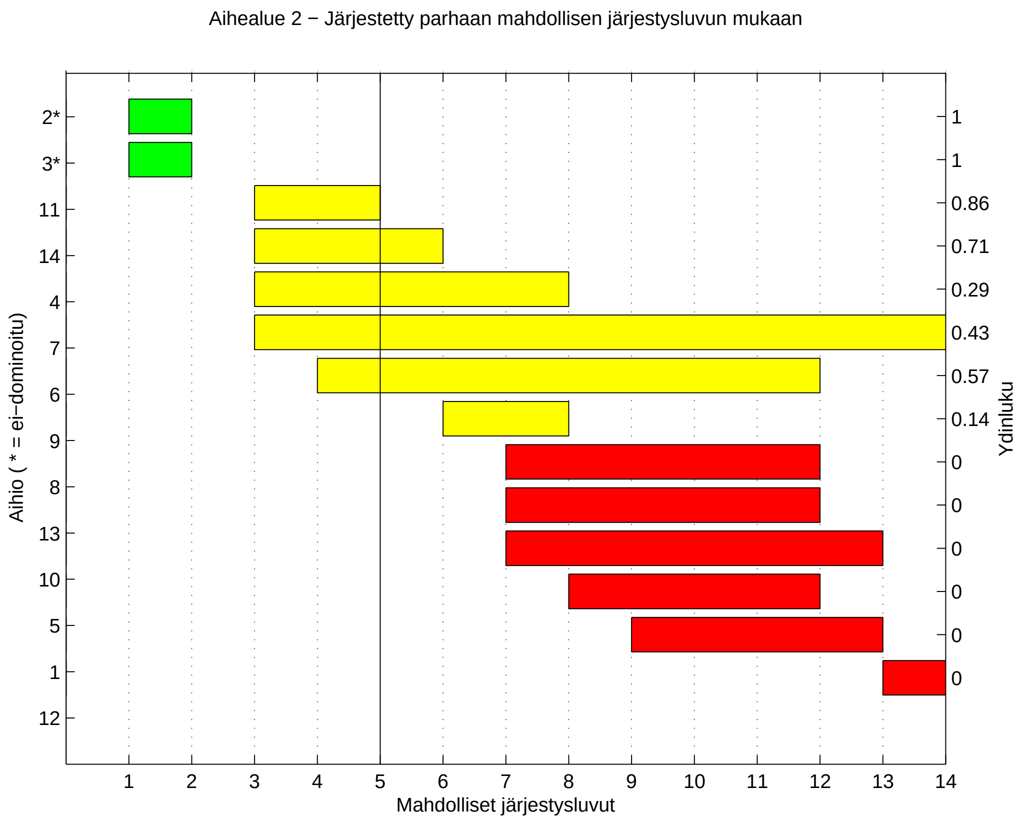
## 4.2 Prioriteettien ymmärrettävyys

Ihmiselle on luontaista jäsennellä tietoa järjestämällä asioita ominaisuuksien, kuten esimerkiksi hinnan tai koon mukaan. Maallikolle on siksi luultavasti helpompi selittää mahdollisten järjestyslukujen idea kuin ydinluvut. Ydin- ja ulkotapauksissa päätössuositukset ovat selkeitä, mutta rajatapauksien keskinäisessä vertailussa ei ole luonnostaan selvää, mitä erot ydinluvuissa kertovat aihioiden paremmuudesta. Mahdolliset järjestysluvut taas kertovat selvästi, miten aihiot vertautuvat toisiinsa.

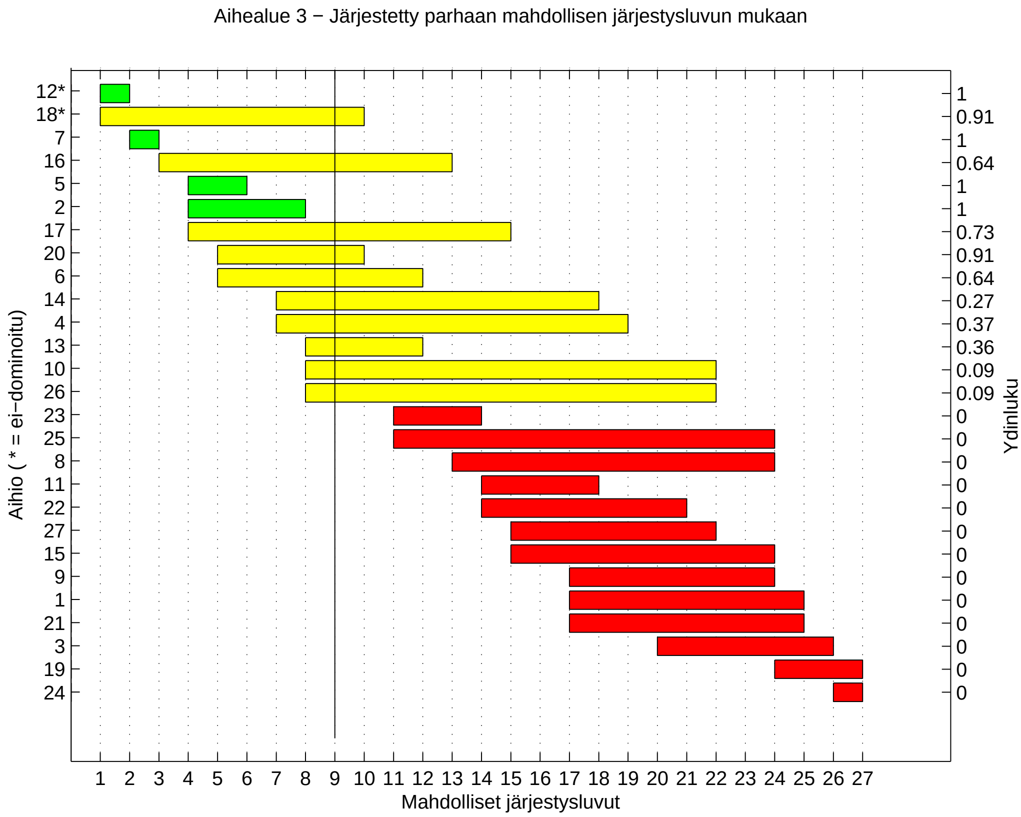
Ei ole yksikäsitteisesti selvää, kumpi kahdesta aihiosta on parempi, jos mahdollisten järjestyslukujen vaihteluvälit ovat päällekkäiset. Valinnassa voidaan käyttää päätössääntöjä, jotka kuvaavat päätöksentekijän asennetta. Säännöillä vertaillaan tyypillisesti yksittäisten aihioiden (Salo ja Hämäläinen, 2001) tai portfolioiden (Liesiö et al., 2007) kokonaisarvojen vaihteluväliä, mutta niitä voisi soveltaa myös mahdollisiin järjestyslukuihin. Tunnettujen päätössääntöjen sovelluksia voisivat olla *minimin*: "valitse aihio, jolla on pienin paras mahdollinen järjestysluku", tai *minimax*: "valitse aihio, jolla on pienin huonoin mahdollinen järjestysluku".




Kuva 4: Aihealue 1 – Mahdolliset järjestysluvut, ydinluvut ja ei-dominoidut aihiot




Kuva 5: Aihealue 2 – Mahdolliset järjestysluvut, ydinluvut ja ei-dominoidut aihiot. Kuvasta nähdään, että aihion $x^9$ paras mahdollinen järjestysluku $r^-(x^9) = 6$ on suurempi kuin portfolion kokorajoitus $K = 5$, vaikka aihio on rajatapaus ($CI = 0,14$).




Kuva 6: Aihealue 3 – Mahdolliset järjestysluvut, ydinluvut ja ei-dominoidut aihiot

# 5 Tarkastelu ja johtopäätökset

Tässä kandidaatintyössä vertailtiin aihioiden priorisointia ennakointihankkeissa (i) dominanssien ja mahdollisten järjestyslukujen sekä (ii) robustin portfoliomallinnuksen (RPM) avulla, kun preferenssi-informaatio oli epätäydellistä. Aihiot oli arvioitu usean kriteerin suhteen ja niiden kokonaisarvoa kuvattiin additiivisella arvofunktiolla. Osana työtä luotiin sovellus, jolla laskettiin dominanssit ja mahdolliset järjestysluvut eräästä puuteollisuuden ennakointihankkeen aineistosta. Tuloksia verrattiin samalle aineistolle tehtyyn portfolioanalyysiin. Aihioiden kriteerikohtaiset arvot tunnetaan tarkasti ja preferenssit tunnettiin kriteerien tärkeysjärjestyksen muodossa.

Aihiot voitiin luokitella likimääräisesti RPM-menetelmää vastaaviin ydin- ja ulkoaihioihin työssä laskettujen mahdollisten järjestyslukujen perusteella. Portfolioon valittavien aihioiden lukumäärä oli ainoa rajoitusehto RPM:ssä. Tässä erikoistapauksessa mahdolliset järjestysluvut toimivat RPM:n approksimatiivisena herkkyysanalyysinä, koska niistä voidaan päätellä ydin- ja ulkoaihiot portfolion koon funktiona. Vastaavuus on likimääräinen, koska mahdollisten järjestyslukujen perusteella tehty luokittelu perustuu niin sanottuihin potentiaalisesti optimaalisiin portfolioihin ja RPM:n luokittelu taas ei-dominoituihin portfolioihin. Kaikki ei-dominoidut portfoliot eivät kuitenkaan ole välttämättä potentiaalisesti optimaalisia.

Mahdollisten järjestyslukujen käyttäminen priorisoinnissa on perusteltua, kun yksittäisiä vaihtoehtoja halutaan asettaa tärkeysjärjestykseen. Robusti portfoliomallinnus taas soveltuu parhaiten tehtäviin, joissa täytyy huomioida resurssirajoituksia tai vaihtoehtojen välisiä riippuvuuksia. Aihioiden prioriteetit riippuvat portfolioon valittavien vaihtoehtojen lukumäärästä, mutta lukumäärärajoitus saatta olla käytännössä joustava tai tarpeeton. Mahdolliset järjestysluvut antavat päätöksentekijälle tällöin RPM:ää paremmat mahdollisuudet vertailla vaihtoehtoja, koska lukumäärää ei tarvitse kiinnittää. Lisäksi päätöksentekijän saattaa olla käsitteellisesti helpompi ymmärtää paras ja huonoin mahdollinen järjestysluku kuin ydinluku.

Tarkastellussa hankkeessa täyttyivät edellytykset mahdollisten järjestyslukujen käyttämiselle. Sitä paitsi mahdollisten järjestyslukujen ratkaiseminen on laskennallisesti portfolioanalyysiä kevyempi tehtävä. Sillä on merkitystä aihioiden lukumäärän kasvaessa.

# Viitteet

Belton, V., Stewart, T. (2002). *Multiple criteria decision analysis: An integrated approach*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

Brummer, V. (2010). *Participatory approaches to foresight and priority-setting in innovation networks*. Väitöskirja, Aalto University School of Science and Technology, Systems Analysis Laboratory Research Reports A104. Multiprint Oy, Espoo.

Cuhls, K. (2003). *From forecasting to foresight processes – New participative foresight activities in Germany*. Journal of Forecasting **22**(2-3), 93–111.

Dyer, J., Sarin, R.K. (1979). *Measurable multiattribute value functions*. Operations Research **27**(4), 810–822.

Hazen, G.B. (1986). *Partial information, dominance, and potential optimality in multiattribute utility theory*. Operations Research **34**(2), 296–310.

Keeney, R., Raiffa, H. (1976). *Decisions with multiple objectives: Preferences and value tradeoffs*. Wiley, New York.

Könnölä, T., Brummer, V., Salo, A. (2007). *Diversity in foresight: Insights from the fostering of innovation ideas*. Technological Forecasting & Social Change **74**(5), 608–626.

Könnölä, T., Salo, A., Brummer, V. (2011). *Foresight for European coordination: Developing national priorities for the forest-based sector technology platform*. International Journal of Technology Management **54**(4), 438–459.

Liesiö, J., Mild, P., Salo, A. (2007). *Preference programming for robust portfolio modeling and project selection*. European Journal of Operational Research **181**(3), 1488–1505.

Liesiö, J., Mild, P., Salo, A. (2008). *Robust portfolio modeling with incomplete cost information and project interdependencies*. European Journal of Operational Research **190**(3), 679–695.

Punkka, A., Salo, A. (2011). *Ranking intervals in additive value models with incomplete preference information*. Käsikirjoitus.

Salo, A., Hämäläinen, R.P. (2001). *Preference ratios in multiattribute evaluation (PRIME) – Elicitation and decision procedures under incomplete information*. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part A: Systems and Humans **31**(6), 533–545.

Salo, A., Punkka, A. (2005). *Rank inclusion in criteria hierarchies*. European Journal of Operational Research **163**(2), 338–356.

# A Lähtötiedot, mahdolliset järjestysluvut ja dominanssirelaatiot

Taulukoihin 1–3 on koottu aihioiden kriteerikohtaiset arvot ja ydinluvut, sekä tässä työssä lasketut tulokset, eli parhaat ja huonoimmat mahdolliset järjestysluvut sekä parittaiset dominanssit. Kriteerikohtaiset arvot ja ydinluvut on pyöristetty kahden desimaalin tarkkuuteen. Jokaisen taulukon otsikossa ilmoitetaan ydinlukujen laskemisessa käytetyn portfolion koko.

Taulukko 1: Aihealue 1 – Kriteerikohtaiset arvot, ydinluvut, mahdolliset järjestysluvut ja parittaiset dominanssit. $K = 6$

| $k$ | Merkitys | Uutusarvo | Toteutettavuus | Ydinluku | $r^-(x^k)$ | $r^+(x^k)$ | Dominoivat aihiot |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3,39 | 4,06 | 4,33 | 0,17 | 6 | 10 | 3, 4, 5, 8, 11 |
| 2 | 3,47 | 3,47 | 4,18 | 0,33 | 5 | 12 | 3, 4, 5, 11 |
| 3 | 4,53 | 3,47 | 4,47 | 1,00 | 2 | 3 | – |
| 4 | 3,67 | 4,00 | 4,82 | 1,00 | 2 | 4 | – |
| 5 | 5,25 | 3,13 | 4,06 | 1,00 | 1 | 4 | – |
| 6 | 2,94 | 4,72 | 4,94 | 0,33 | 1 | 10 | – |
| 7 | 2,88 | 4,24 | 4,47 | 0,00 | 11 | 12 | 1, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 17, 18 |
| 8 | 3,44 | 3,81 | 4,53 | 0,67 | 5 | 8 | 3, 4, 5, 11 |
| 9 | 2,67 | 3,82 | 4,12 | 0,00 | 13 | 14 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 17, 18 |
| 10 | 3,07 | 4,53 | 4,41 | 0,00 | 7 | 11 | 3, 4, 5, 11, 18 |
| 11 | 4,31 | 3,47 | 4,59 | 1,00 | 3 | 5 | 3, 5 |
| 12 | 2,20 | 3,47 | 3,20 | 0,00 | 17 | 17 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15, 16, 17, 18 |
| 13 | 1,54 | 3,92 | 2,93 | 0,00 | 18 | 18 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18 |
| 14 | 2,69 | 3,85 | 3,93 | 0,00 | 13 | 14 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 17, 18 |
| 15 | 2,62 | 3,38 | 3,73 | 0,00 | 15 | 15 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 17, 18 |
| 16 | 2,47 | 3,33 | 3,67 | 0,00 | 16 | 16 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15, 17, 18 |
| 17 | 2,94 | 4,00 | 4,81 | 0,00 | 8 | 11 | 3, 4, 5, 6, 8, 11, 18 |
| 18 | 3,22 | 3,94 | 5,06 | 0,50 | 5 | 8 | 3, 4, 5, 11 |

Taulukko 2: Aihealue 2 – Kriteerikohtaiset arvot, ydinluvut, mahdolliset järjestysluvut ja parittaiset dominanssit. $K = 5$

| $k$ | Merkitys | Uutusarvo | Toteutettavuus | Ydinluku | $r^-(x^k)$ | $r^+(x^k)$ | Dominoivat aihiot |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3,42 | 4,26 | 4,26 | 0,00 | 9 | 13 | 2, 3, 4, 9, 11, 14 |
| 2 | 4,47 | 5,37 | 5,79 | 1,00 | 1 | 2 | – |
| 3 | 4,65 | 5,18 | 5,53 | 1,00 | 1 | 2 | – |
| 4 | 3,50 | 5,00 | 5,11 | 0,29 | 3 | 8 | 2, 3 |
| 5 | 3,45 | 3,95 | 4,40 | 0,00 | 8 | 12 | 2, 3, 4, 9, 11, 14 |
| 6 | 4,00 | 3,65 | 3,53 | 0,57 | 4 | 12 | 2, 3 |
| 7 | 4,06 | 3,29 | 2,94 | 0,43 | 3 | 14 | 2, 3 |
| 8 | 3,33 | 4,39 | 4,61 | 0,00 | 7 | 12 | 2, 3, 4, 9, 11, 14 |
| 9 | 3,61 | 4,28 | 4,56 | 0,14 | 6 | 8 | 2, 3, 11, 14 |
| 10 | 3,21 | 3,95 | 4,84 | 0,00 | 7 | 13 | 2, 3, 4, 9, 11, 14 |
| 11 | 3,94 | 4,06 | 4,89 | 0,86 | 3 | 5 | 2, 3 |
| 12 | 2,61 | 3,94 | 4,24 | 0,00 | 13 | 14 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14 |
| 13 | 3,33 | 4,44 | 4,60 | 0,00 | 7 | 12 | 2, 3, 4, 9, 11, 14 |
| 14 | 3,65 | 4,10 | 5,25 | 0,71 | 3 | 6 | 2, 3 |

Taulukko 3: Aihealue 3 – Kriteerikohtaiset arvot, ydinluvut, mahdolliset järjestysluvut ja parittaiset dominanssit. $K = 9$

| $k$ | Merkitys | Uutusarvo | Toteutettavuus | Ydinluku | $r^-(x^k)$ | $r^+(x^k)$ | Dominoivat aihiot |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2,61 | 4,24 | 4,29 | 0,00 | 17 | 25 | 2, 4, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 16, 17, 18, 20, 23, 25, 26, 27 |
| 2 | 3,56 | 4,44 | 4,39 | 1,00 | 4 | 8 | 7, 12 |
| 3 | 2,89 | 4,06 | 3,41 | 0,00 | 20 | 26 | 2, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 23 |
| 4 | 2,94 | 4,41 | 4,65 | 0,37 | 7 | 19 | 2, 5, 7, 12, 17, 18 |
| 5 | 3,63 | 4,06 | 4,44 | 1,00 | 4 | 6 | 7, 12 |
| 6 | 3,59 | 4,06 | 4,12 | 0,64 | 5 | 12 | 5, 7, 12 |
| 7 | 3,82 | 4,19 | 4,88 | 1,00 | 2 | 3 | , 12 |
| 8 | 3,31 | 3,45 | 3,64 | 0,00 | 13 | 24 | 2, 5, 6, 7, 10, 12, 13, 14, 16, 18, 20, 23 |
| 9 | 2,75 | 3,73 | 4,47 | 0,00 | 17 | 24 | 2, 4, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 20, 23, 26, 27 |
| 10 | 3,50 | 3,31 | 3,69 | 0,09 | 8 | 22 | 2, 5, 6, 7, 12, 14, 16 |
| 11 | 3,06 | 4,13 | 4,25 | 0,00 | 14 | 18 | 2, 5, 6, 7, 12, 13, 16, 17, 18, 20, 23 |
| 12 | 4,31 | 4,44 | 4,50 | 1,00 | 1 | 2 | – |
| 13 | 3,40 | 4,33 | 4,20 | 0,36 | 8 | 12 | 2, 5, 7, 12, 18 |
| 14 | 3,53 | 3,43 | 4,00 | 0,27 | 7 | 18 | 2, 5, 6, 7, 12, 16 |
| 15 | 3,19 | 4,07 | 3,69 | 0,00 | 15 | 24 | 2, 5, 6, 7, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 20, 23 |
| 16 | 3,80 | 3,86 | 4,07 | 0,64 | 3 | 13 | 7, 12 |
| 17 | 3,25 | 4,36 | 5,21 | 0,73 | 4 | 15 | 7, 12, 18 |
| 18 | 3,41 | 4,69 | 5,50 | 0,91 | 1 | 10 | – |
| 19 | 2,19 | 4,07 | 4,13 | 0,00 | 24 | 27 | 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 22, 23, 25, 26, 27 |
| 20 | 3,50 | 3,86 | 4,57 | 0,91 | 5 | 10 | 7, 12 |
| 21 | 3,07 | 3,29 | 4,00 | 0,00 | 17 | 25 | 2, 5, 6, 7, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 20, 22, 23 |
| 22 | 3,29 | 3,71 | 3,85 | 0,00 | 14 | 21 | 2, 5, 6, 7, 12, 13, 14, 16, 18, 20, 23 |
| 23 | 3,31 | 4,06 | 4,06 | 0,00 | 11 | 14 | 2, 5, 6, 7, 12, 13, 16, 18, 20 |
| 24 | 2,47 | 4,50 | 3,36 | 0,00 | 26 | 27 | 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 25, 26, 27 |
| 25 | 2,73 | 4,62 | 4,46 | 0,00 | 11 | 24 | 2, 4, 5, 7, 12, 13, 17, 18, 20, 26 |
| 26 | 2,79 | 4,38 | 4,77 | 0,09 | 8 | 22 | 2, 4, 5, 7, 12, 17, 18 |
| 27 | 2,87 | 3,86 | 4,50 | 0,00 | 15 | 22 | 2, 4, 5, 6, 7, 12, 13, 16, 17, 18, 20, 23 |