Aalto-yliopisto
Perustieteiden korkeakoulu
Teknillisen fysiikan ja matematiikan tutkinto-ohjelma

Jalkapallovedonlyöntistrategioiden simulointi ja evaluointi

Kandidaatintyö
19. maaliskuuta 2019

Aleksi Avela

Aalto-yliopisto
Perustieteiden
korkeakoulu

Aalto-yliopisto, PL 11000, 00076 AALTO
www.aalto.fi

Tekniikan kandidaatintyön tiivistelmä

Tekijä Aleksi Avela			
Työn nimi Jalkapallovedonlyöntistrategioiden simulointi ja evaluointi			
Koulutusohjelma Teknillisen fysiikan ja matematiikan tutkinto-ohjelma			
Pääaine Matematiikka ja systeemitieteet		**Pääaineen koodi** SCI3029	
Vastuuopettaja Prof. Ahti Salo			
Työn ohjaaja(t) DI Juho Roponen			
Päivämäärä 19.3.2019	**Sivumäärä** 37 + 7		**Kieli** suomi

Tiivistelmä

Työssä käsitellään jalkapallovedonlyöntimarkkinoita ja -strategioita suosituimman urheiluvedonlyöntimuodon, pitkävedon, näkökulmasta. Aluksi tarkastellaan vedonlyöntimarkkinoita ja -strategioita käsittelevää kirjallisuutta sekä tutustutaan vedonlyönnin matemaattisiin malleihin ja käsitteisiin. Lisäksi työssä tutkitaan historiallisia jalkapallovedonlyöntiaineistoja sekä niiden ominaisuuksien vaikutuksia erilaisissa strategioissa. Strategiat jaetaan ominaisuuksiensa pohjalta riippuviin ja riippumattomiin, joista jälkimmäisenä mainittuihin tämä työ keskittyy.

Tarkasteltavia strategioita ovat kirjallisuudessa esitetyt martingaali- ja Fibonacci-strategia sekä työssä kehitetty dynaaminen malli. Työn simulointiosassa näitä kolmea strategiaa simuloidaan todellisella historiallisella aineistolla, ja strategioiden toimivuutta ja riskejä evaluoidaan eri alkupääomilla. Strategioita simuloidaan myös joustavalla pääomalla, jossa vaadittu pääoma määritetään vasta simuloinnin jälkeen. Lisäksi työssä tutkitaan vedonlyöntimarkkinoiden tehokkuutta sekä kirjallisuudessa esitettyä oletusta mahdollisen tehottomuuden keskittymisestä tasapelikertoimiin.

Tutkimuksessa osoitetaan, että strategiat ovat epästabiileja ja niihin sisältyy suuria riskejä. Kehitetyn dynaamisen strategian riski osoitetaan tutkituista strategioista pienimmäksi. Saadut tulokset ovat linjassa aiemman kirjallisuuden kanssa: tässäkin työssä todetaan, että kyseisten strategioiden soveltaminen käytännössä ei ole järkevää. Aineistolle suoritetun tehokkuustutkimuksen tulokset puoltavat myös aiemman kirjallisuuden johtopäätöksiä, sillä myös tässä työssä osoitetaan, että tutkimusaineistossa tasapelikertoimet on keskimäärin hinnoiteltu tehottomasti.

Avainsanat Jalkapallo, vedonlyönti, vedonlyöntistrategiat, markkinoiden tehokkuus, simulointi

Sisältö

1 Johdanto

Urheiluvedonlyönti on suuri ja kansainvälinen liiketoiminnan ala, jossa vedonlyöntitoimistot antavat urheilutapahtumiin erilaisia kohteita, joiden tulos yleisimmin riippuu kohteen lopputuloksesta, ja jossa vedonlyöjät asettavat panoksiaan haluamiinsa kohteisiin valitsemilleen tuloksille. Kohteen jokaisella lopputuloksella on palautuskerroin, jonka kertaisena vedonlyöjä voittaa panoksensa takaisin osuessaan oikeaan. Tämä kerroin on kääntäen verrannollinen tuloksen ennakoituun todennäköisyyteen. Vedonlyöntimarkkinat ovat kasvaneet rajusti Euroopassa parin viime vuosikymmenen aikana. Erityisesti kasvu on näkynyt jalkapalloon kohdistuvassa vedonlyönnissä (Archontakis & Osborne 2007).

Internet on mahdollistanut vedonlyöntimarkkinoiden entistä suuremman kasvun sekä monimuotoisuuden. Myös kansallisten monopolien poistuminen on vaikuttanut markkinoiden kasvuun (Demir, Danis & Rigoni 2012). Internetin avulla ihmiset ympäri maailman voivat asettaa vetoja eri maissa pelattaviin otteluihin. Vetoa voi lyödä lähes jokaisesta ottelutapahtumasta sekä ennakkoon että reaaliaikaisesti dynaamisilla kertoimilla.

Tässä työssä tutkitaan jalkapalloon liittyvää vedonlyöntiä. Jalkapallo on maailman suosituin joukkueurheilulaji (Dunning 1999), joten lajiin liittyvää kirjallisuutta on paljon. Jalkapallovedonlyöntiä käsittelevä kirjallisuus on kuitenkin enimmäkseen melko uutta, sillä aiemmin vedonlyöntiä on tutkittu paljon esimerkiksi ravien, amerikkalaisen jalkapallon ja koripallon kannalta (Demir et al. 2012). Jalkapallon suosiosta johtuen tutkimusaineistoa, eli otteluhistoriaa ja historiallisia kertoimia, on paljon tarjolla. Työssä keskitytään tarkastelemaan perinteisintä urheiluvedonlyönnin muotoa eli ottelun lopputuloksen veikkaamista ennen ottelun alkua.

Lopputuloksen veikkaaminen eli pitkäveto on kotimaisen vedonlyöntitoimiston Veikkaus Oy:n suosituin ja vanhin urheiluvedonlyönnin muoto (Veikkaus Oy 2018a). Siinä vedonlyöntitoimisto antaa kertoimen mahdollisille lopputuloksille, joita normaalisti ovat kotivoitto (1), tasapeli (X) ja vierasvoitto (2). Jalkapallossa nämä kaikki kolme merkkiä ovat lähes aina käytössä, sillä suurin osa peleistä voi päättyä tasan. Lisäksi ne pelit, joissa voittaja on pakko selvittää, lasketaan vedonlyönnin näkökulmasta tasapeleiksi, jos ne ovat tasatilanteessa täyden normaalin peliajan jälkeen. Nykyaikaisessa vedonlyönnissä on mahdollista asettaa vetoja liittyen lähes kaikkiin ottelutapahtumiin sekä reaaliaikaisesti että ennakkoon.

Urheiluvedonlyönti, ja erityisesti vedonlyöntistrategioiden kehittäminen, on mielenkiintoinen matemaattinen aihe, sillä strategiat vaativat usein kehittyneitä tilastollisia malleja sekä todennäköisyyslaskentaa. Vedonlyönnin kannattavuus liiketoimintana perustuu siihen, että kohteiden - pois lukien alihinnoiteltujen sisäänheittokohteiden - tuoton odotusarvo on positiivinen vedonlyöntitoimistolle. Kun toistoja on paljon, todellinen tuotto on hyvin lähellä odotusarvoa.

Vedonlyöntiin on kehitetty paljon strategioita, ja niitä on tutkittu taloustieteen ja matematiikan näkökulmista. Vedonlyönnissä kohteet saavuttavat lopullisen arvonsa nopeasti, ja sijoituksen lopullinen arvo on luonnollisesti helppo todentaa (Avery & Chevalier 1999). Tämän takia vedonlyönti toimii hyvänä alustana taloustieteen teorioiden tehokkaaseen tutkimiseen.

Tämän työn pääinnoittajana on toiminut Archontakisin ja Osbornen (2007) tutkimus, joka esitteli Fibonaccin lukujonoon perustuvan vedonlyöntistrategian ja tutki strategian tuottoja ja riskejä sekä vedonlyöntimarkkinoiden ominaisuuksia yleisesti. Tässä työssä esitellään kyseinen strategia, muita samanlaisia vedonlyöntistrategioita ja tutustutaan vedonlyöntimarkkinoiden toimintaan. Lisäksi perustellaan tarve kehittää Archontakisin ja Osbornen esittämää Fibonacci-strategiaa ja toteutetaan paranneltu malli. Strategioiden teoriaa käsitellään, ja niitä simuloidaan todellisella historiallisella aineistolla.

Simulointitutkimuksella on kaksi päätavoitetta: tutkia ja vertailla strategioiden tuottoja ja riskejä sekä testata oletusta, jonka mukaan tasapelit olisivat paras kohde systemaattisille strategioille. Kertoimien hinnoittelun tehokkuutta testataan tasapanostusstrategialla, jossa jokaisen ottelun tietylle lopputulokselle asetetaan aina samansuuruinen panos. Jos tutkitut markkinat ovat tehokkaat, tällä strategialla pelaajan tulisi odotusarvoisesti jäädä pitkällä aikavälillä aina yhtä paljon tappiolle jokaiselle lopputulokselle panostettaessa.

2 Aikaisempi tutkimus

Johtuen muun muassa urheiluvedonlyönnin suuresta kasvusta liiketoimintana, vedonlyöntimarkkinoita sekä -strategioita käsitteleviä tieteellisiä tutkimuksia on paljon. Aiheen kirjallisuus on keskittynyt lähinnä tehokkaiden markkinoiden oletuksen testaamiseen, mihin vedonlyöntimarkkinat antavat erinomaiset lähtökohdat, sillä – toisin kuin pörssimarkkinoilla – kohteet saavuttavat nopeasti lopullisen arvonsa (Avery & Chevalier 1999). Tehokkaiden markkinoiden hypoteesi on teoria kauppatieteissä, joka edustaa ihannetilaa, jossa osakkeiden hinnat heijastavat aina kaikkea saatavilla olevaa relevanttia informaatiota (Malkiel & Fama 1970). Vedonlyöntimarkkinoilla tästä seuraa, että tehokkailla markkinoilla ei pitäisi olla olemassa strategiaa, joka voisi tuottaa voittoja pitkällä aikavälillä. Markkinoiden tehottomuuden osoittaminen ei kuitenkaan käytännössä takaa, että olisi olemassa voittava strategia, jonka riski ei olisi hallitsemattoman suuri (Pope & Peel 1989).

Thaler ja Ziemba (1988) esittivät, että vedonlyöntimarkkinat voidaan jakaa heikosti ja vahvasti tehokkaisiin. Teorian mukaan heikosti tehokkaat markkinat eivät kaikilta osin täytä tehokkaiden markkinoiden hypoteesia mutta ovat riittävän tehokkaita, jotta näillä markkinoilla yhdenkään vedonlyöntistrategian tuoton odotusarvo ei voi olla positiivinen vedonlyöjän kannalta. Vahvasti tehokkailla markkinoilla kertoimet ovat aina täysin oikeita. Toisin sanottuna jokaisen kohteen tuoton odotusarvo vedonlyöntitoimistolle on tasan (1 - palautusprosentti) $\times$ panostettu summa.

Monet tutkimukset ovat osoittaneet, että vedonlyöntimarkkinat vaikuttaisivat olevan osittain tehottomia, tai ainakaan ne eivät ole vahvasti tehokkaita. Evan Osborne (2001) löysi tutkimuksessaan vedonlyöntistrategioita, jotka tuottivat voittoja Yhdysvaltojen National Football Leaguessa. Vedonlyöntimarkkinoiden osittaiseen tehottomuuteen viittaavia tuloksia saivat tutkimuksissaan myös esimerkiksi Sauer (1998), joka tutki erilaisia anomalioita tehokkaiden markkinoiden oletuksessa liittyen vedonlyöntiin, sekä Dixon ja Coles (1997), joiden esittämä Poisson-jakautunut malli tuotti positiivisia tuottoja tietyille aineistoille.

Vedonlyöntistrategiat voidaan jakaa kahteen pääkategoriaan: veikattavan kohteen joukkueista riippuviin ja riippumattomiin strategioihin. Ensimmäisenä mainitut strategiat vaativat laajaa tietämystä lajista sekä kyseessä olevien joukkueiden suoritushistoriasta. Käytännössä kyseiset strategiat vaativat kehittyneitä dynaamisia tilastollisia malleja. Joukkueista riippumattomat strategiat sen sijaan eivät vaadi ennakkotietoja joukkueista eivätkä välttämättä edes itse lajista, vaan ne hyödyntävät jotain ennalta määrättyä systemaattista mallia. (Stefani 1983)

Esimerkki riippumattomista eli systemaattisista vedonlyöntistrategioista on rulettiin esitetty martingaalistrategia, joka perustuu panoksen tuplaamiseen jokaisen hävityn vedon jälkeen, kunnes veto tuottaa voiton (Archontakis & Osborne 2007). Teoreettisesti strategia on voittava, ja se tuottaa jokaisen vedonlyöntikierroksen jälkeen yhden yksikön voiton, jos palautuskerroin on tasan kaksi ja kierros on aloitettu yksikön suuruisella panoksella. Esimerkiksi Nigel Turner (1998) osoitti, että teoreettisesti tuplausstraregialla pelaaja saa parempia tuloksia kuin vertailukohtana käytetyllä tasapanostusstrategialla.

Martingaalistrategiaa ei kuitenkaan ole mahdollista soveltaa pitkällä aikavälillä äärellisellä pääomalla. Archontakis ja Osborne (2007) esittelivät tutkimuksessaan muunnoksen martingaalistrategiasta, jossa tuplaamisen sijaan panoksia kasvatetaan noudattaen Fibonaccin lukujonoa. He perustelivat kehittämänsä strategian sisältävän pienemmän riskin kuin martingaalistrategia, sillä Fibonaccin lukujonoa käyttämällä panokset kasvavat hitaammin kuin martingaalistrategiassa. Archontakis ja Osborne simuloivat Fibonaccistrategiaa historiallisilla jalkapallotuloksilla. Tutkimuksessa ei käytetty todellisia vedonlyöntikertoimia, vaan aineistosta laskettiin Bernoullin jakaumaa hyödyntäen tasapelin todennäköisyys sekä varianssi. Näistä määritettiin kiinteä kerroin tasapelille, jossa huomioitiin myös mahdollinen vedonlyöntitoimiston voittomarginaali.

Archontakis ja Osborne perustivat tutkimuksensa oletukselle siitä, että pitkävedossa tasapeli on vedonlyöntitoimistoille vaikein tulos ennustaa (Pope & Peel 1989). Dixonin ja Popen (2004) tutkimus puolsi myös oletusta tehottomuuden keskittymisestä tasapelikertoimiin, sillä he näyttivät, että Dixonin ja Colesin vuonna 1997 kehittämällä Poisson-jakautuneella mallilla tasapeleille panostaminen tuotti pienempiä tappioita kuin panostaminen koti- tai vierasvoitoille. Dixon ja Pope näyttivät, että useiden vedonlyöntitoimistojen arvioimat todennäköisyydet koti- ja vierasvoitoille ovat jakautuneet selkeän multimodaalisesti, mutta tasapelien arvioitujen todennäköisyyksien jakaumat ovat vain yksipiikkisiä. Lisäksi tasapelien todennäköisyyksien jakauma on usein melko kapea koti- ja vierasvoittojen todennäköisyysjakaumiin verrattuna. He totesivat vedonlyöntitoimistojen aliarvioivan tasapelien varianssin ja tarjoavan suhteellisen tasaisia kertoimia niille, mikä helpottaa systemaattisen strategian soveltamista.

Boyle (1994) esitti tutkimuksessaan koti- ja vierasvoittojen kaksipiikkisten jakaumien johtuvan siitä, että tasapelien todennäköisyydet ovat ensimmäiset, jotka kohteeseen määritetään, minkä jälkeen asetetaan kertoimet koti- ja vierasvoitoille. Tasapelikertoimien oletetulle tehottomuudelle saattaa olla muitakin selityksiä: vaikka kertoimet riippuvat todennäköisyyksistä, voidaan niitä asettaa myös muilla periaatteilla. Kertoimet saattavat esimerkiksi ennakoida tai pyrkiä vaikuttamaan vetojen jakaumiin ja volyymiin (Milliner et al. 2009). Näin voi olla, että mahdollinen tehottomuus tasapelikertoimissa johtuisi siitä, että koti- ja vierasvoitot ovat yleisesti todennäköisyyksiin nähden suosituimpia kohteita vedonlyöjille. Voiton veikkaaminen voidaan kokea mielekkäämmäksi, tai esimerkiksi kotijoukkueen voiton todennäköisyys voidaan yliarvioida. Vergin ja Sosik (1999) tutkivat kotietua amerikkalaisessa jalkapallossa ja totesivat, että kotiedun kasvanut huomiointi on saattanut vaikuttaa urheiluvedonlyöntimarkkinoiden tehokkuuteen.

Jalkapallo soveltuu hyvin tasapeleille panostavan strategian kohteeksi, sillä tasapelien tilastollinen todennäköisyys eurooppalaisissa huippusarjoissa on noin 30 %, kun taas esimerkiksi NFL:ssä tasapelit ovat huomattavasti harvinaisempia. Archontakis ja Osborne (2007) totesivat, että tämänkaltainen pelkille tasapeleille panostava strategia eroaa monesta aiemmin tehdystä tutkimuksesta liittyen urheiluvedonlyöntiin, sillä useat tutkimukset ovat keskittyneet lajeihin, joissa tasapelit ovat todella harvinaisia. Tutkimuksessa käytetystä aineistosta tasapelin tilastolliseksi todennäköisyydeksi määritettiin $p(D) = 0,2976$. Archontakis ja Osborne totesivat tämän arvion olevan linjassa eurooppalaisia jalkapallosarjoja käsittelevien Dixonin ja Colesin (1997) ja Stefanin (1983) tutkimusten kanssa. Tästä todennäköisyydestä Archontakis ja Osborne johtivat tasapelin kertoimeksi 2,99, joka ylittää Fibonacci-strategian vaatiman minimikertoimen 2,618.

Archontakis ja Osborne osoittivat, että vaikka tasapelin tilastollinen todennäköisyys on melko suuri, suuren varianssin takia strategian soveltaminen sisältää huomattavan riskin. He myös osoittivat, että äärellinen pääoma ei riitä strategian soveltamiseen pitkällä aikavälillä. Rajallisella aineistolla strategia kuitenkin tuotti voittoja. Vertailukohtana tutkimuksessa toimivat martingaalistrategia sekä tasapanostus. Näistä ensimmäinen tuotti isomman voiton kuin Fibonacci-strategia mutta vaati kuitenkin moninkertaisen pääoman. Tasapanostus osoittautui tappiolliseksi strategiaksi.

Demir et al. (2012) jatkoivat artikkelissaan Fibonacci-strategian tutkimista simuloimalla sitä kahdeksan eurooppalaisen huippusarjan otteluhistorialla kausilta 2005/06 - 2008/09. Tämä tutkimus nojasi myös oletukseen siitä, että vedonlyöntimarkkinat ovat tehottomimmat tasapelien ennakoimisessa, mutta toteutettiin todellisilla historiallisilla vedonlyöntikertoimilla. Myös Demir et al. raportoivat positiivisia tuottoja kaikissa tutkituissa sarjoissa. Demir et al. sovelsivat Value at Risk -mittaria määrittäen tarvittavan pääoman tietyillä luottamustasoilla. Tutkimuksessa sovellettiin myös ehdollista riskimittaa eli odotettua vajetta.

Demir et al. testasivat strategian robustisuutta, sekä oletusta siitä, että tasapeli olisi vedonlyöntitoimistoille vaikeimmin ennakoitava tulos. He vertasivat pelkille tasapeleille panostamista satunnaiseen panostukseen noudattaen kuitenkin edelleen Fibonacci-sääntöä panosten suuruudessa. Satunnaista strategiaa sekä Fibonacci-strategiaa toistettiin alkuperäisestä aineistosta generoidulle tutkimusaineistolle tuhat kertaa. He osoittivat tasapeleille panostamisen tuottavan suuremman voiton ja totesivat tämän eron olevan tilastollisesti merkittävä valtaosassa otoksia. Näin ollen myös tämä tutkimus puoltaa väitteitä vedonlyöntimarkkinoiden tehottomuudesta sekä siitä, että tehottomuus on pitkävedossa keskittynyt tasapelikertoimiin. He myös totesivat tasapelien olevan sopivin panostuskohde, sillä tutkimuksessa käytetyissä aineistoissa kotivoittojen kertoimien keskiarvot olivat pienempiä kuin vaadittu 2,618, ja vierasvoittojen kertoimet puolestaan olivat todella volatiileja.

Myös joukkueista riippuvia strategioita käsittelevää kirjallisuutta on paljon. Esimerkiksi Englannin Valioliigaan kehitetyllä tilastollisella regressiomallilla onnistuttiin saavuttamaan 8 prosentin tuotto aineiston molemmilla kausilla 1999 ja 2000 huhti- ja toukokuussa sekä positiivisia tuottoja kausien aluissa ja lopuissa (Goddard & Asimakopoulos 2004). Samoin Dixonin ja Colesin vuonna 1997 kehittämä Poisson-jakautunut malli täyttää riippuvan vedonlyöntistrategian määritelmän. Tilastolliseen analyysin perustuvien strategioiden päämäärä on määrittää tapahtumien todennäköisyydet ja etsiä vedonlyöntitoimistojen tarjoamia ylikertoimia. Monet vedonlyöntivinkkejä jakavat sivustot esittelevät näiden niin sanottujen ylikertoimien hyödyntämiseen liittyviä strategioita. Ylikertoimien hyödyntämisestä on tehty myös tieteellistä tutkimusta: esimerkiksi eräs tapa määrittää optimaalinen panos ylikerroinkohteelle on Kellyn kaava (Maclean, Thorp & Ziemba 2010).

Tätä työtä varten tehdystä katsauksesta aiempaan urheiluvedonlyöntiä käsittelevään kirjallisuuteen on vaikea tehdä yhtä selkeää johtopäätöstä vedonlyöntistrategioista ja -markkinoista. Useat tutkimukset osoittavat, että vedonlyöntimarkkinoilla saattaa olla tehottomuutta, mutta sen hyödyntäminen käytännössä on osoittautunut mahdottomaksi tai vähintäänkin haastavaksi. Toisaalta jotkut tutkimukset puoltavat osaltaan hypoteesia vedonlyöntimarkkinoiden tehokkuudesta. Graham ja Stott (2008) totesivat artikkelissaan, että jos todellisuudessa tuottoisia strategioita olisi löytynyt, niitä ei olisi ikinä julkaistu.

3 Vedonlyöntistrategiat

3.1 Urheiluvedonlyönti

Pitkävedossa vedonlyöntitoimistot määrittävät jokaiselle lopputulokselle todennäköisyyden, jonka pohjalta palautuskerroin lasketaan. Kohteen mahdolliset lopputulokset ovat kotivoitto (1), tasapeli (X) ja vierasvoitto (2). Palautuskerroin on kääntäen verrannollinen todennäköisyyteen, ja lisäksi siitä vähennetään usein pieni marginaali, jolla pyritään varmistamaan, että vedonlyöntitoimiston tuoton odotusarvo on positiivinen. Kohteen palautusprosentti kuvaa, kuinka paljon asetetuista panoksista maksetaan keskimäärin takaisin. Palautusprosentti on siis yhtä suuri kuin yksi miinus vedonlyöntitoimiston keskimääräinen voittomarginaali.

Veikkaus antoi pitkävedossa 10.9.2018 Ykkösen peliin HIFK - FF Jaro kertoimet 1,78, 3,45 ja 3,75 (Veikkaus Oy 2018b). Tästä seuraa, että kotivoiton todennäköisyys on $\frac{1}{1{,}78} \approx 0,56$, tasapelin $\frac{1}{3{,}45} \approx 0,29$ ja vierasvoiton $\frac{1}{3{,}75} \approx 0,27$. Näiden todennäköisyyksien summa on kuitenkin 1,12. Todelliset todennäköisyydet saadaan jakamalla edellä mainitut niiden summalla, josta saadaan: 0,5, 0,26 ja 0,24. Tästä nähdään, että kyseisen kohteen palautusprosentti on $\frac{1}{1{,}12} \approx 0,89$. Jos kohde olisi hinnoiteltu reilusti vedonlyöjän kannalta - eli palautusprosentti olisi tasan 100 % - kertoimet olisivat suuremmat: 1,99, 3,86 ja 4,19.

Yleisesti, kun kohteen kertoimet ovat $C = (C_1, C_2, C_3)$, lopputuloksen $n \in \{1, 2, 3\}$ todennäköisyys p_n on

$$p_n = \frac{\frac{1}{C_n}}{\sum_{i=1}^{3} \frac{1}{C_i}} = \frac{1}{C_n \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{C_i}}.$$

Palautusprosentti osoittaa, kuinka suuren osuuden kaikesta kohteeseen panostetusta rahasta vedonlyöntitoimisto joutuu maksamaan takaisin, jos asetetut vedot ovat jakautuneet vedonlyöntitoimiston määrittämien todennäköisyyksien mukaan. Jos asetettujen vetojen jakauma on yhtenevä todennäköisyyksien kanssa, palautettava summa on aina sama riippumatta ottelun lopputuloksesta. Muun muassa tästä syystä vedonlyöntitoimistot saattavat muuttaa kertoimia ennen ottelun alkamista. Vedonlyöntitoimistot saattavat myös käyttää kertoimia vetojen jakauman ohjailuun tai ennakoida kertoimissaan esimerkiksi toisen joukkueen voiton ylipanostamista (Milliner et al.

2009). Ylipanostamista saattaa tapahtua esimerkiksi Veikkauksen maaottelukohteeseen, jossa toinen joukkue on Suomi.

Jos kaikkien kohteeseen asetettujen panosten summa on S, ja panokset ovat jakautuneet lopputuloksille palautuskertoimien implikoiman todennäköisyysjakauman mukaisesti, tulokselle n asetettujen panosten summa s_n on

$$s_n = \frac{S}{C_n \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{C_i}}.$$

Kun ottelu päättyy lopputulokseen n, vedonlyöntitoimiston tuotto P on

$$\begin{aligned} P = S - C_n s_n &= S - C_n \frac{S}{C_n \sum_{i=1}^{3} \frac{1}{C_i}} \\ &= S\left(1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{3} \frac{1}{C_i}}\right). \end{aligned}$$

Tällöin vedonlyöntitoimiston tuottoprosentti on $1 - \frac{1}{\sum_{i=1}^{3} \frac{1}{C_i}}$ riippumatta ottelun lopputuloksesta. Tästä seuraa, että palautusprosentti on $\frac{1}{\sum_{i=1}^{3} \frac{1}{C_i}}$. Jos vedonlyöntimarkkinat toteuttavat tämän ominaisuuden, kutsutaan niitä vahvasti tehokkaiksi (Thaler & Ziemba 1988).

Edellä mainittujen ominaisuuksien takia urheiluvedonlyönti on kannattava liiketoiminnan ala. Pitkällä aikavälillä vedonlyöjä häviää lähes aina, ja vedonlyöntitoimisto voittaa aina. Vedonlyöntiin on kuitenkin kehitetty monia strategioita, jotka useimmiten perustuvat niin sanottujen ylikertoimien etsimiseen.

Tämänkaltaiset strategiat perustuvat siihen, että vedonlyöntitoimistot hinnoittelevat tuhansia pelikohteita päivittäin, ja kohteet tulee hinnoitella hyvissä ajoin ennen ottelun alkamista. Lisäksi vedonlyöntitoimistojen tulee huomioida panosten jakaumien vaikutus kertoimien asettamisessa. Vedonlyöjä voi saada edun puolelleen, jos hän saa tietää ottelun lopputulosten todennäköisyyksiin vaikuttavia asioita juuri ennen ottelun alkua, tai on perehtynyt esimerkiksi juuri kyseisen sarjan joukkueisiin ja voimasuhteisiin vedonlyöntitoimistoa paremmin. Vedonlyöjä voi myös pyrkiä hyödyntämään panosten jakauman vaikutuksia kertoimiin.

Strategiat eivät siis suinkaan perustu siihen, että vedonlyöjä osaisi ennustaa ottelun lopputuloksen. Pitkällä aikavälillä - jos kertoimet todella ovat merkittävästi liian suuria, eli vedonlyöjä on pystynyt määrittämään todennäköisyydet vedonlyöntitoimistoa tehokkaammin - tällaisten strategioiden pitäisi kääntää etu vedonlyöjän puolelle. Luonnollisesti on huomattava, että tässä yhteydessä käsiteltävät todennäköisyydet ovat vain arvioita. Ottelun eri lopputuloksien todennäköisyyksien ennustaminen on oma aiheensa, johon tämä työ ei ota kantaa.

Ylikertoimiin perustuvien strategioiden yksi kulmakivistä on Kellyn kaava, jolla voidaan määrittää optimaalinen panos kohteen valittuun lopputulokseen, jos kohde näyttäisi sisältävän ylikertoimen (Maclean et al. 2010). Kellyn kaava (Kelly 1956) on

$$f^* = \frac{Bp - q}{B},$$

missä B on kohteen voittokerroin (eli palautuskerroin $C - 1$), p on veikattavan tapahtuman todennäköisyys ja $q = 1 - p$ on vedon häviämisen todennäköisyys. f^* osoittaa kuinka suuri osuus vedonlyöntipääomasta kannattaa sijoittaa kohteeseen pitkän aikavälin voittojen takaamiseksi. Kellyn kaavan mukaan järkevin panos on $b = f^*E$, missä E on vedonlyöjän kassa. Jos $f^* \leq 0$ kohteeseen sijoittaminen ei ole järkevää. Toisin sanottuna Kellyn kaava edellyttää, että kohteen hinnoittelu on tehoton, jotta siihen kannattaa panostaa:

$$\begin{aligned} f^* &= \frac{Bp - q}{B} \\ &= \frac{pC - 1}{C - 1} > 0 \\ C &> \frac{1}{p}. \end{aligned}$$

Jos $C_n > \frac{1}{p_n}$ kohde n on tehottomasti hinnoiteltu, sillä kerroin on määritelty $C_n = \frac{1}{p_n} - \alpha$, missä $\alpha \geq 0$ on jokin vedonlyöntitoimiston asettama marginaali.

Edellä kuvatut strategiat, jotka perustuvat ylikertoimien etsimiseen, vaativat kehittyneitä tilastollisia malleja, jotta lopputulosten todennäköisyydet voidaan määrittää vedonlyöntitoimistoa tehokkaammin. Toisin sanoen nämä strategiat ovat joukkueista riippuvia. Vedonlyöntistrategioiden toinen pääkategoria koostuu strategioista, jotka ovat lähes täysin riippumattomia kohteen joukkueista ja niiden voimasuhteista. (Stefani 1983)

3.2 Riippumattomat vedonlyöntistrategiat

Riippumattomat eli systemaattiset vedonlyöntistrategiat perustuvat ennalta määrätyn kaavan toistamiseen. Systemaattisten strategioiden soveltaminen on yksinkertaista peleissä, joissa palautuskerroin on vakio. Ruletissa, johon martingaalistrategiaa on esitetty sovellettavaksi, pelaaja voi esimerkiksi veikata onko arvottu numero parillinen vai pariton. Ruletissa on käytössä 37 numeroa, joista 18 on parillisia, parittomia 18 ja lisäksi yksi nolla, jota ei lasketa kummaksikaan. Palautuskerroin parittomalle sekä parilliselle numerolle on aina 2, ja molempien todennäköisyys on $p(pariton) = p(parillinen) = \frac{18}{37} \approx 0,486$.

Pitkällä aikavälillä pelaaja voittaa $48,6$ % ja häviää $51,4$ % peleistä. Kun palautuskerroin on 2, pelaajan tuoton odotusarvo on $-2,8$ %, joten kohteen palautusprosentti on siis $1-0,028 = 0,972$. Martingaalistrategian soveltamisen kannalta suurin ongelma vedonlyöjän kannalta piilee kuitenkin jaksoissa ilman voittoa, sillä näiden jaksojen aikana panokset saattavat karata pääomaan nähden liian suuriksi. Vaikka vedonlyöjällä olisikin iso pohjakassa, ongelma ei poistuisi, sillä useilla kasinoilla on asetettu maksimipanos, jonka pöydässä saa asettaa.

Ruletissa voiton - sekä luonnollisesti tappion - todennäköisyys on kiinteä. Edellä mainituista todennäköisyyksistä voidaan määrittää voitottomien jaksojen jakauma sekä varianssi. Jalkapallossa sen sijaan todennäköisyydet ensinnäkin eivät ole kiinteitä, vaan ne vaihtelevat ottelukohtaisesti. Lisäksi todennäköisyydet, eli kertoimet, ovat vain arvioita. Kertoimista johdettujen todennäköisyyksien keskiarvoja voidaan kuitenkin vertailla otteluhistoriasta eri lopputuloksille laskettuihin tilastollisiin todennäköisyyksiin. Taulukossa 1 on esitetty tilastolliset sekä Pinnaclen kertoimista (Buchdahl 2018) johdetut todennäköisyydet kotivoitoille, tasapeleille ja vierasvoitoille kauden 2017/18 aikana Italian Serie A:ssa ja Serie B:ssä sekä kotimaisessa Veikkausliigassa kaudella 2017.

Taulukon 1 otos sisältää otteluita yhden kauden ajalta kolmesta sarjasta ja yhden vedonlyöntitoimiston kertoimet, joten siinä esitetyistä tuloksista ei voida vetää suoraan johtopäätöksiä vedonlyöntimarkkinoista yleisesti. Siitä kuitenkin nähdään, että tilastolliset todennäköisyydet eroavat vedonlyöntitoimiston määrittämistä todennäköisyyksistä jopa viidellä prosenttiyksiköllä. Lisäksi taulukosta nähdään, että tässä pienessä otoksessa tasapelien todennäköisyydet ovat keskimäärin tehottomimmin määritetty vedonlyöntitoimiston puolesta.

Taulukko 1: Otteluiden lopputulosten todennäköisyyksien keskiarvoja tilastollisesti sekä kertoimien pohjalta määritettynä.

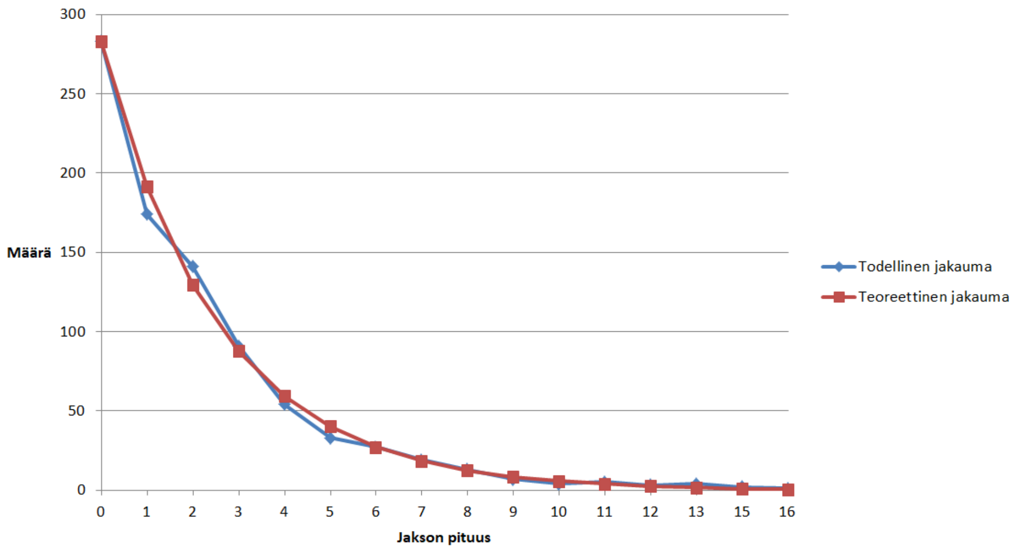
	1	**X**	**2**
Serie A 2017/18			
Tilastollinen todennäköisyys	0,430	0,219	0,351
Kertoimista johdettu todennäköisyys	0,450	0,238	0,312
Serie B 2017/18			
Tilastollinen todennäköisyys	0,409	0,343	0,248
Kertoimista johdettu todennäköisyys	0,445	0,290	0,265
Veikkausliiga 2017			
Tilastollinen todennäköisyys	0,415	0,285	0,300
Kertoimista johdettu todennäköisyys	0,439	0,268	0,303

Systemaattisiin strategioihin on mahdollista soveltaa erilaisia riskimittoja, joiden avulla voidaan hahmottaa, millaisella todennäköisyydellä strategian soveltaminen vaatii tietyn kokoisen pääoman. Systemaattisten strategioiden riski liittyy oleellisesti siihen, kuinka pitkiä jaksoja ilman toivottua tulosta esiintyy ja millainen jakauma näillä jaksoilla on. Kun toivottu tulos on tasapeli, sen todennäköisyys on $p(D)$ ja muiden lopputulosten, eli koti- tai vierasvoiton, todennäköisyys on $1 - p(D)$.

Olettaen tasapelien todennäköisyys olevan noin 30 % Euroopan huippusarjoissa (Archontakis & Osborne 2007), ja kun otteluiden kertoimet ovat toisistaan riippumattomia, todennäköisyys sille, että seuraava ottelu päättyy tasapeliin (eli todennäköisyys nollan ottelun mittaiselle jaksolle ilman tasapeliä) on $p_0 = p(D) = 0,3$. Tästä seuraa, että tasan yhden ottelun mittainen jakso ilman tasapeliä tapahtuu todennäköisyydellä $p_1 = (1 - p(D))p(D) = 0,7 \times 0,3 = 0,21$. Eli yleisesti $p_n = (1 - p(D))^n p(D)$.

Tätä teoreettista jakaumaa voidaan verrata todellisiin jakaumiin. Demir et al. (2012) havaitsivat, että kahdeksasta tutkimastaan eurooppalaisesta huippusarjasta suurin todennäköisyys tasapelille oli Ranskan Ligue 1:ssä ja Ligue 2:ssa sekä Italian Serie B:ssä. Lisäksi Serie B:ssä tasapelien jakauma oli homogeenisin. Aineisto koostui kausista 2005/06 - 2008/09, ja tästä voidaan päätellä tutkituista sarjoista Serie B:n olevan sopivin tasapeleille panostaville systemaattisille strategioille.

Serie B:n otteluhistoriasta kuuden vuoden ajalta kausilta 2012/13 - 2017/18 laskettu tilastollinen todennäköisyys tasapelille on $p(D) = 0,3234$. Aineisto on kerätty sivustolta football-data.co.uk [24], ja kausikohtaisen datan yhdistämiseen ja analysointiin on käytetty tätä työtä varten kehitettyä ohjelmistokoodia. Aineisto sisältää 2 662 ottelua tuloksineen sekä Pinnaclen tarjoamat kertoimet otteluihin (Buchdahl 2018). Kuvassa 1 on esitetty tämän aineiston sisältämä jakauma sekä skaalattu teoreettinen jakauma.



Kuva 1: Tasapelittömien jaksojen teoreettinen sekä toteutunut jakauma Serie B:ssä kausilla 12/13 - 17/18.

Eräs perinteinen tapa mitata riskiä on varianssi. Se ei kuitenkaan ota huomioon jakauman vinoutta (Duffie & Pan 1997). Vedonlyöntistrategioiden riskin arviointiin on käytettykin Value at Risk -mittaria (Demir et al. 2012). VaR_p on jakauman arvo, jota ei ylitetä todennäköisyydellä p.

Demir et al. näyttivät tutkimuksessaan, että heidän käyttämällään aineistolla, joka sisälsi otteluita Euroopan huippusarjoista kausilta 2005/06 - 2008/09, $VaR_{95\%} = 143$, kun ensimmäinen panos oli yksi. Odotettu vaje on puolestaan arvo, jota ei ylitetä todennäköisyydellä p, jos kuitenkin VaR_p on ylitetty. Odotettua vajetta voidaankin kutsua ehdolliseksi Value at Risk -mitaksi. Demir et al. osoittivat odotetun vajeen olevan tälle aineistoille 1 194 yksikköä luottamusvälillä 95 %, kun alkupanos oli yhden yksikön suuruinen.

Ongelma vedonlyöjän kannalta liittyy siihen, että kohteiden häviämisen todennäköisyydet ovat toisistaan riippumattomia. Jos vedonlyöjä häviää n määrän otteluita peräkkäin todennäköisyydellä $p(n)$, on ehdollinen todennäköisyys tämän tapahtumisen jälkeen hävitä edelleen seuraavat n ottelua täsmälleen sama $p(n)$. Vedonlyöjän asettamat panokset sen sijaan kasvavat koko ajan eksponentiaalisesti.

Systemaattisten strategioiden riskien arvioiminen on haastavaa, sillä suurimmat tappiot liittyvät harvinaisiin tapahtumiin. Lisäksi pitkällä aikavälillä tarvittavan pääoman jakauman häntä on rajoittamaton. Toisin sanottuna, kun strategiaa sovelletaan tarpeeksi pitkään, riski kasvaa äärettömän suureksi. Näistä ominaisuuksista johtuen Value at Risk ei ole paras mittari riskin arvioimiseen. Tässä työssä riskiä käsitellään sijoitetun pääoman tuottoasteella.

Aiemmin tässä työssä on esitetty oletus siitä, että jos vedonlyöntimarkkinoilla esiintyy tehottomuutta, se on keskittynyt nimenomaan tasapelien kertoimiin. Tietylle lopputulokselle panostavien systemaattisten strategioiden kannalta on myös mielenkiintoista tutkia ilman toivottua lopputulosta jatkuvien jaksojen jakaumia. Koska riski liittyy siihen, ettei toivottua lopputulosta esiinny pitkään aikaan, näille strategioille paras panostettava lopputulos voisi olla se, jonka esiintyvyydessä ei ole suurta varianssia ja jonka tilastollinen todennäköisyys on suhteellisen suuri.

3.3 Martingaali- ja Fibonacci-strategia

Urheiluvedonlyönnissä voidaan soveltaa ruletissa käytettyä martingaalistrategiaa, joka perustuu panoksen tuplaamiseen kunnes veto tuottaa voiton. Kun palautuskerroin on 2, tällä strategialla voiton odotusarvo vedonlyöntikierroksen päätteeksi on aina alkuperäinen panos. Jos ensimmäinen panos on b_1, sitä seuraavat $b_2 = 2b_1, b_3 = 4b_1, b_4 = 8b_1$ ja niin edelleen. Vedolla n panos on siis $2^{n-1}b_1$ ja tähän mennessä yhteensä panostettu summa on $\sum_{i=1}^{n} 2^{i-1}b_1 = (2^n - 1)b_1$. Kun voitto tapahtuu vedolla n ja palautuskerroin on 2, pelaajalle palautetaan $2 \times 2^{n-1}b_1$. Näin ollen pelaajan voitto P_n on

$$
\begin{aligned}
P_n &= 2 \times 2^{n-1}b_1 - (2^n - 1)b_1 \\
&= 2^n b_1 - 2^n b_1 + b_1 \\
&= b_1.
\end{aligned}
$$

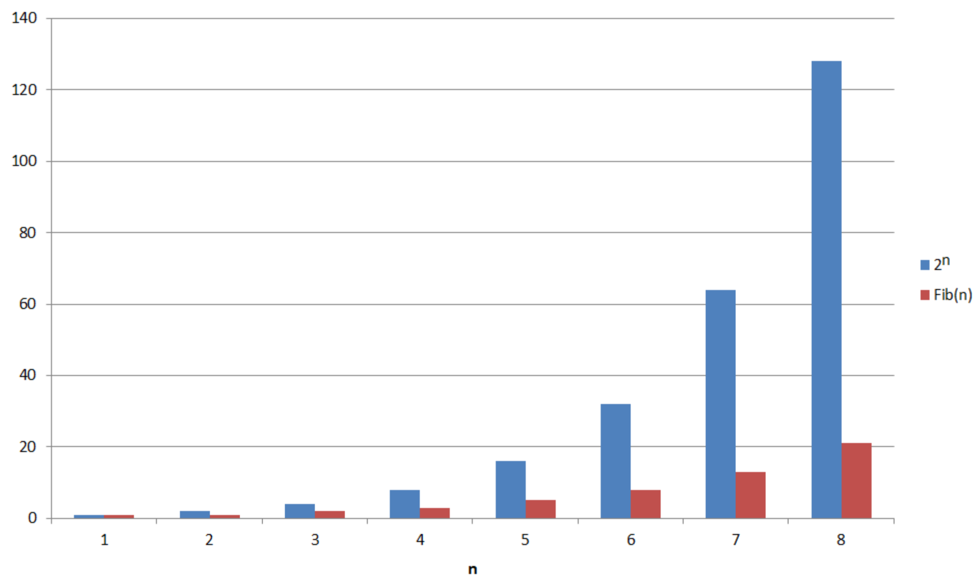
Strategian ongelma luonnollisesti on se, että panokset kasvavat nopeasti todella suuriksi.

Fibonacci-strategia on muunnos martingaalistrategiasta, jossa asetettavat panokset seuraavat Fibonaccin lukujonoa. Fibonaccin lukujono on määritelty

$$
\begin{aligned}
F_1 &= 1\\
F_2 &= 1\\
F_n &= F_{n-2} + F_{n-1}, n \geq 2,
\end{aligned}
$$

missä $n \in \mathbb{Z}_+$.

Etu martingaalistrategiaan verrattuna on se, kuinka paljon hitaammin Fibonaccin lukujono kasvaa verrattuna sarjaan 2^n. Kuvassa 2 on esitetty kahdeksan ensimmäistä jäsentä kummastakin jonosta.



Kuva 2: Fibonacci ja 2^n.

Strategiassa panosta nostetaan aina seuraavaan jonon jäseneen, kunnes voitto tapahtuu. Kun ensimmäinen panos on b_1, sitä seuraavat $b_2 = b_1, b_3 = b_1 + b_2, b_4 = b_3 + b_2$ ja niin edelleen. Tässä strategiassa panoksen suuruus vedolla n on siis

$$b_n = F_n = \frac{\varphi^n - \psi^n}{\sqrt{5}},$$

missä $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ja $\psi = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$. $\varphi \approx 1,618$ tunnetaan myös kultaisena leikkauksena tai kultaisena suhteena.

Vedolla n yhteensä panostettu summa on

$$\sum_{i=1}^{n} b_i = \sum_{i=1}^{n} F_i = F_{n+2} - 1.$$

Kun voittokohteen kerroin vedolla n on C_n, pelaajan voitto P_n on

$$\begin{aligned} P_n &= C_n F_n - \sum_{i=1}^{n} F_i \\ &= C_n F_n - (F_{n+2} - 1). \end{aligned}$$

Tästä seuraa, että vedon tuottoprosentti π on

$$\pi = \frac{C_n F_n - (F_{n+2} - 1)}{F_{n+2} - 1}.$$

Demir et al. (2012) ratkaisivat artikkelissaan tuottoprosentit eri suuruisille vakiokertoimille, kun $n \to \infty$. Nämä tuottoprosentit ja kertoimet on esitetty taulukossa 2.

Taulukko 2: Tuottoprosentti kiinteille kertoimille, kun $n \to \infty$.

π	C
1 %	2,644
5 %	2,7558
10 %	2,9089
15 %	3,08
20 %	3,2725

Tutkimuksessa (Demir et al. 2012) käytetyssä aineistossa kaikissa sarjoissa keskiarvokerroin tasapelille ylitti 10 %:n tuottoon vaaditun rajan. Esimerkiksi Veikkausliigassa kaudella 2017 Pinnaclen tarjoamien tasapelikertoimien (Buchdahl 2018) keskiarvo oli 4,0, ja kauden tutkimuskelpoisen aineiston 200 ottelusta vain 38 sisälsi pienemmän kertoimen, mitä vaadittaisiin 20 %:n tuottoon.

Jotta pelaaja jäisi voitolle yhden panostettavan yksikön verran jokaisen vedonlyöntikierroksen jälkeen, eli $P_n = 1$, kertoimen tulee olla

$$C_n = \frac{1 + \sum_{i=1}^{n} F_i}{F_n}.$$

Kun $n \to \infty$, voidaan ratkaista C_n

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{1 + \sum_{i=1}^{n} F_i}{F_n} = \frac{1 + F_{n+2} - 1}{F_n} \\ &= \frac{F_{n+2}}{F_n} = \frac{F_{n+1} + F_n}{F_n} \\ &= \frac{F_{n+1}}{F_n} + 1 \xrightarrow[n\to\infty]{} \varphi + 1 \approx 2,618. \end{aligned}$$

Strategia siis tuottaa voittoa, kun panostettavan kohteen palautuskerroin on vähintään $\varphi + 1$. Luonnollisesti kuitenkin huomataan, ettei $C_n = \varphi + 1$ tuota aina tasan yhtä yksikköä voittoa. Tarvittava kerroin yhden yksikön voittoon vedolla n on $\frac{1+\sum_{i=1}^{n} F_i}{F_n}$. Taulukossa 3 on esitetty kymmenen ensimmäistä minimikerrointa C_n, joille on kannattavaa panostaa vedolla n.

Taulukko 3: Kymmenen ensimmäistä panosta ja minimikerrointa, jotka tuottavat yhden yksikön voiton jokaisen vedonlyöntikierroksen jälkeen.

n	$b_n = F_n$	$\sum_{i=1}^{n} b_i = \sum_{i=1}^{n} F_i$	$C_{n,min} = \frac{1+\sum_{i=1}^{n} F_i}{F_n}$
1	1	1	2
2	1	2	3
3	2	4	2,5
4	3	7	2,667
5	5	12	2,6
6	8	20	2,625
7	13	33	2,615
8	21	54	2,619
9	34	88	2,618
10	55	143	2,618

Alkuperäisessä Fibonacci-strategiassa (Archontakis & Osborne 2007) rajoitusehtona panoksen asettamiselle oli, että kohteen palautuskerroin on suurempi kuin $\varphi + 1$. Tässä työssä strategiaa tutkitaan dynaamisesti määritellyn rajoitteen kautta. Vedolla n kertoimen C_n tulee siis olla suurempi kuin $\frac{1+\sum_{i=1}^{n} F_i}{F_n}$, jotta siihen panostettaisiin.

Archontakis ja Osborne olettivat, että vedonlyöntimarkkinoilla tehottomuutta ilmenee eniten tasapelien kertoimissa. Tämä voi johtua esimerkiksi siitä, että usein tavallinen vedonlyöjä haluaa lyödä vetoa toisen joukkueen voiton puolesta, ja näin ollen koti- ja vierasvoittojen kertoimia on saatettu hieman pienentää tasapelien kertoimien kustannuksella.

3.4 Dynaamisen strategian kehittäminen

Fibonacci-strategia on huomattavasti parempi riskin kannalta verrattuna martingaalistrategiaan, mutta siinäkin riski on suuri, kun osutaan pitkään jaksoon ilman tasapelejä. Serie B:ssä pisin jakso ilman tasapelejä kausien 2012/13 - 2017/18 aikana oli kuudentoista ottelun mittainen. Ensimmäisen panoksen ollessa yhden yksikön suuruinen, pitäisi vedonlyöjän huonoimmassa tilanteessa panostaa 987 yksikköä ja pääomaa tarvittaisiin 2 583 yksikköä.

Fibonacci-strategia vaatii, että kertoimen tulee olla suurempi kuin 2,618, mutta esimerkiksi edellä mainitulla ajanjaksolla Serie B:ssä tasapelikertoimet olivat keskimäärin 3,271, eli huomattavasti rajoitusehtoa suurempia. Aineisto sisälsi 2 662 ottelua, joista vain kahdessa tasapelikerroin oli pienempi kuin 2,618 ja keskimäärin ne olivat 0,653 suurempia kuin vaadittu kerroin.

Tällä on strategian soveltamiseen kaksi vaikutusta. Ensinnäkin, kun kertoimet ovat suurempia mitä vedonlyöntikierroksen yhden yksikön voittoon vaaditaan, myös voitot ovat suurempia, ja ne ovat sitä suurempia mitä pidemmälle panoksia ollaan jouduttu kasvattamaan. Toiseksi, kun panosten kasvattaminen liittyy kertoimien suuruuteen, tarkoittaa tämä sitä, että strategia tuottaisi voittoa, vaikka panoksia kasvatettaisiin hitaammin.

Aiemmissa tutkimuksissa on näytetty sekä martingaali- että Fibonacci-strategian tuottavan voittoja, mutta ongelman olevan strategioiden suuressa riskissä. Kun vaadittu pääoma rajoittaa strategioiden soveltamista eniten, motivoi tämä mahdollisuuden kehittää uusi strategia, jossa panoksia kasvatettaisiin vain sillä nopeudella, joka tuottaisi tasan yhden yksikön tuoton vedonlyöntikierroksen päätteeksi.

Tämä strategia on teoreettinen, sillä näin määritetyt panokset voivat olla mitä tahansa positiivisia reaalilukuja, ja vedonlyöntitoimistot antavat asettaa vain kokonaislukupanoksia. Strategiaa simuloidessa tämä rajoite on huomioitu, ja jokainen panos on pyöristetty ylöspäin lähimpään kokonaislukuun. Tämä luonnollisesti nopeuttaa panosten kasvua, sillä vedonlyöntikierroksella investoitu rahasumma on kohteen kertoimen ohella toinen tekijöistä, joka vaikuttaa seuraavan panoksen kokoon.

Jos voitto tapahtuu vedolla n, vedonlyöjän voitto vedonlyöntikierroksen jälkeen on

$$P_n = b_n C_n - \sum_{i=1}^{n} b_i = b_n(C_n - 1) - \sum_{i=1}^{n-1} b_i.$$

Tästä voidaan ratkaista panos, joka tuottaa tasan yhden yksikön voiton asettamalla $P_n = 1$

$$b_n = \frac{1 + \sum_{i=1}^{n-1} b_i}{C_n - 1}.$$

Kaksi ensimmäistä panosta ovat siis

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{C_1 - 1} \\ b_2 &= \frac{1 + b_1}{C_2 - 1} = \frac{1 + \frac{1}{C_1 - 1}}{C_2 - 1}. \end{aligned}$$

Panokset riippuvat oleellisesti kyseisen sekä vedonlyöntikierroksen aiempien kohteiden palautuskertoimista. Näin ollen strategian panos b_n voidaan esittää myös kertoimien tulojen avulla

$$\begin{aligned} b_n &= \frac{\prod_{i=1}^{n-1} C_i}{\prod_{j=1}^{n} (C_j - 1)} \\ &= \frac{1}{C_n - 1} \prod_{i=1}^{n-1} \frac{C_i}{C_i - 1} \\ &= \frac{1}{C_n - 1} \prod_{i=1}^{n-1} \left(1 + \frac{1}{C_i - 1}\right). \end{aligned}$$

Jos oletetaan kerroin vakioksi $C_n = C$, panos on

$$b_n = \frac{1}{C-1}\left(1 + \frac{1}{C-1}\right)^{n-1},$$

missä $\frac{1}{C-1} = b_1$. Näin ollen voidaan johtaa suhde R, jolla panokset kasvavat vakiokertoimella

$$R = \frac{b_{n+1}}{b_n} = 1 + \frac{1}{C-1}.$$

Panos b_n on siis

$$b_n = b_1 R^{n-1}.$$

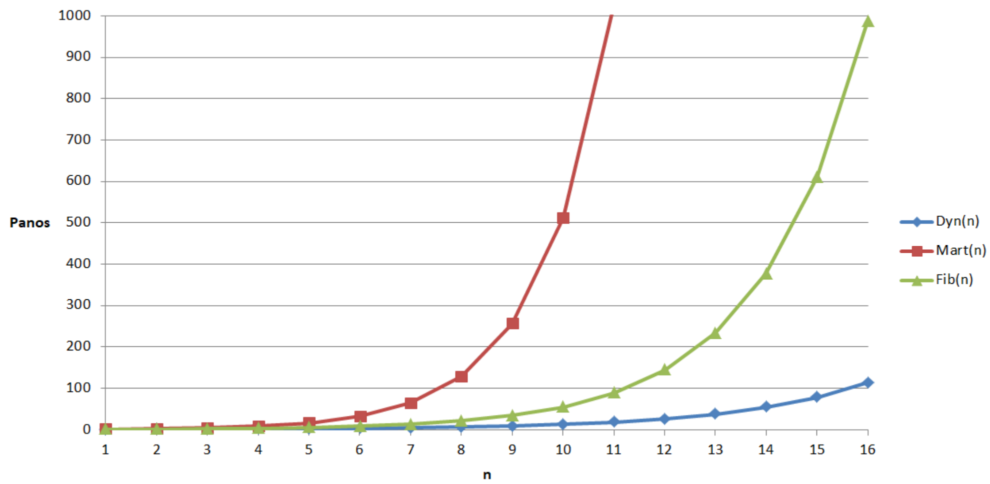
Martingaali- ja Fibonacci-strategian panosten kasvunopeutta on vertailtu tässä työssä. Dynaamisen strategian panoksiin vaikuttavat kuitenkin myös kertoimet, joten panosten vertailua varten täytyy määrittää estimaattori keskimääräiselle tasapelikertoimelle. Koska dynaamisessa strategiassa asetettava panos riippuu juuri palautuskertoimien tuloista, geometrinen keskiarvo on paras estimaattori kertoimelle C. Näin ollen panosten kasvattamisen kerroin R on

$$R = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} \frac{C_i}{C_i - 1}}.$$

Serie B:n kausien 2012/13 - 2017/18 tasapelikertoimista laskettu estimaattori on $R = 1,4473$. Kertoimien geometrinen keskiarvo puolestaan on $C = 3,2549$. Ensimmäinen panos on siis

$$b_1 = \frac{1}{C-1} = \frac{1}{2,2549} \approx 0,4435.$$

Kuvassa 3 on verrattu dynaamisen mallin kuuttatoista ensimmäistä panosta vastaaviin martingaali- ja Fibonacci-strategioissa.



Kuva 3: Martingaali- ja Fibonacci-strategian sekä dynaamisen mallin 16 ensimmäistä panosta.

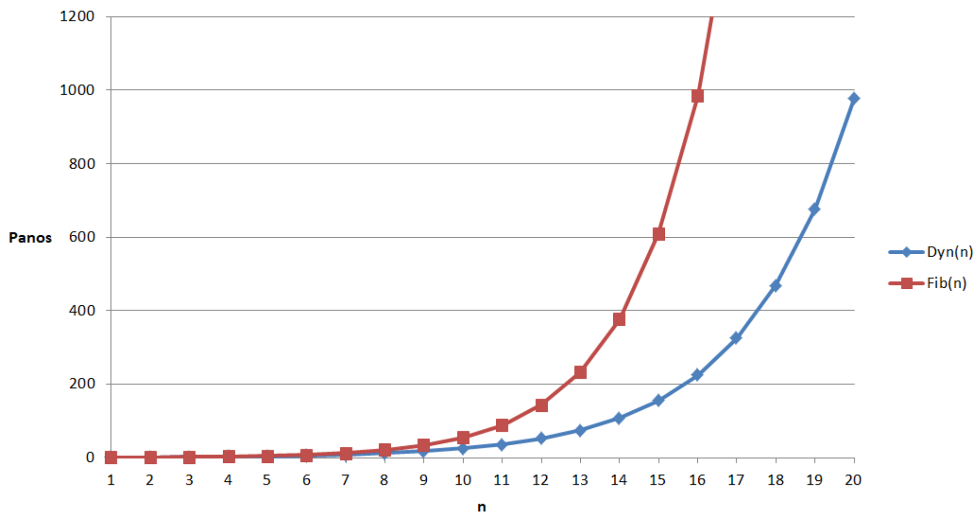
Jos teoreettisen mallin sijasta sovelletaan käytännössä toimivaa mallia ja jokainen panos pyöristetään ylöspäin lähimpään kokonaislukuun B_n, panokset kasvavat nopeammin. Tasapelikertoimien geometrisen keskiarvon avulla määritetyt ensimmäiset panokset ovat

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{C-1} \approx 0,4435 \Rightarrow B_1 = 1 \\ b_2 &= \frac{1+B_1}{C-1} \approx 0,8870 \Rightarrow B_2 = 1 \\ b_3 &= \frac{1+B_1+B_2}{C-1} \approx 1,3304 \Rightarrow B_3 = 2. \end{aligned}$$

Taulukossa 4 on esitetty kymmenen ensimmäistä panosta kokonaisluvuilla panostavassa dynaamisessa strategiassa sekä Fibonacci-strategiassa. Taulukosta nähdään, kuinka sarjat alkavat identtisesti, mutta Fibonacci-sarja alkaa kasvaa nopeammin mitä suuremmaksi n kasvaa. Tämä on esitetty myös kuvassa 4.

Taulukko 4: Kymmenen ensimmäistä panosta kokonaisluvuilla panostavassa dynaamisessa strategiassa sekä Fibonacci-strategiassa.

n	$Dyn(n)$	$Fib(n)$
1	1	1
2	1	1
3	2	2
4	3	3
5	4	5
6	6	8
7	8	13
8	12	21
9	17	34
10	25	55



Kuva 4: Fibonacci-strategian sekä kokonaisluvuin panostavan dynaamisen mallin 20 ensimmäistä panosta.

4 Vedonlyöntistrategioiden simulointi

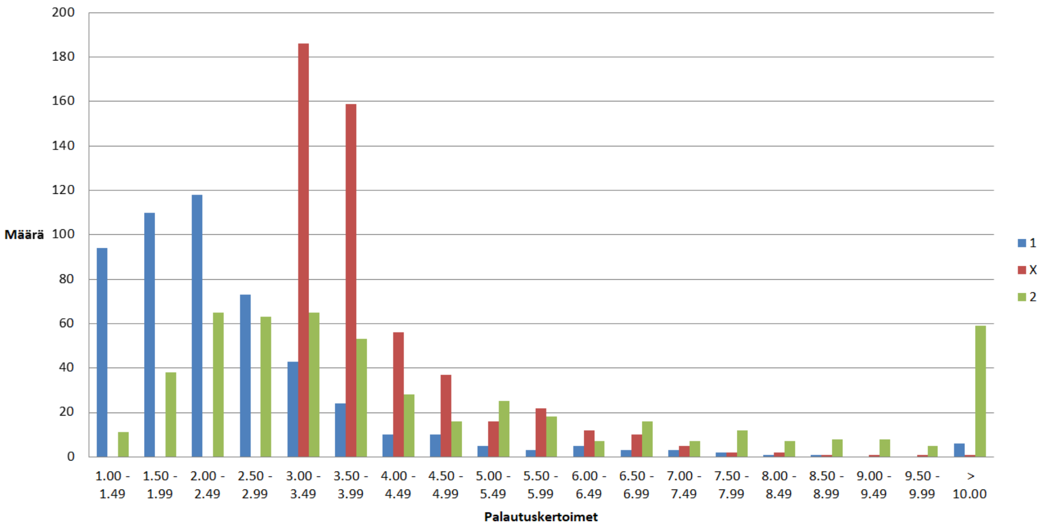
Tässä työssä simulointi suoritettiin kausikohtaisesti aineistolle käyttäen erisuuruisia lähtöpääomia. Aineisto, joka sisältää historiallisten otteluiden tulokset sekä kertoimet, on kerätty sivustolta football-data.co.uk (Buchdahl 2018). Aineisto sisältää useiden eri vedonlyöntitoimistojen historiallisia kertoimia sekä näiden keskiarvoja. Tästä aineistosta valittiin vain yksi vedonlyöntitoimisto, Pinnacle, jonka kertoimia simuloinnissa käytettiin, jotta tulokset olisivat mahdollisimman realistisia ja keskenään vertailukelpoisia. Myös muissa tässä työssä esitetyissä esimerkeissä on käytetty Pinnaclen kertoimia.

Simulointi toteutettiin tätä työtä varten kehitetyllä Python-ohjelmalla. Simuloinnissa huomioitiin se, että systemaattisissa strategioissa vedonlyöjän tulee tietää edellisen ottelun tulos ennen kuin seuraavaa panos voidaan asettaa. Näin ollen aineistosta on aina valittu seuraavaksi panostettavaksi kohteeksi sellainen ottelu, jonka alkamisaika on ollut vähintään kaksi tuntia edellisen kohteen alkamisajan jälkeen, sillä jalkapallo-ottelut kestävät kokonaisuudessaan noin 105 - 115 minuuttia. Jos samaan aikaan on alkanut useampi ottelu, panos asetetaan näistä aineistossa ensimmäisenä esitettyyn. Lisäksi simuloinnissa huomioitiin aiemmasta kirjallisuudesta poiketen Fibonacci-strategian dynaaminen minimikerroin yhden yksikön voittoon (taulukko 3).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Country	League	Season	Date	Time	Home	Away	HG	AG	Res	Odds H	Odds D	Odds A
2	Finland	Veikkausliiga	2017	5.4.2017	16:30	HJK	VPS	5	0	H	1.45	4.48	8.98
3	Finland	Veikkausliiga	2017	5.4.2017	17:30	SJK	Lahti	1	1	D	1.81	3.6	5.18
4	Finland	Veikkausliiga	2017	8.4.2017	14:00	Ilves	Lahti	1	1	D	2.08	3.3	4.17
5	Finland	Veikkausliiga	2017	8.4.2017	14:00	Mariehamn	JJK Jyvaskyla	5	2	H	1.47	4.36	8.51
6	Finland	Veikkausliiga	2017	8.4.2017	14:00	PS Kemi	HIFK	0	0	D	3.55	3.29	2.28
7	Finland	Veikkausliiga	2017	8.4.2017	14:00	VPS	SJK	1	3	A	3.26	3.1	2.53
8	Finland	Veikkausliiga	2017	10.4.2017	16:30	HJK	KuPS	2	0	H	1.27	6.22	12.97
9	Finland	Veikkausliiga	2017	12.4.2017	16:30	Inter Turku	Rovaniemi	6	2	H	1.9	3.52	4.65
10	Finland	Veikkausliiga	2017	15.4.2017	13:00	SJK	Ilves	1	2	A	1.72	3.66	5.87

Kuva 5: Otos tutkimukseen käytetystä aineistosta. Palautuskertoimet ovat Pinnaclen tarjoamia kertoimia ennen otteluita.

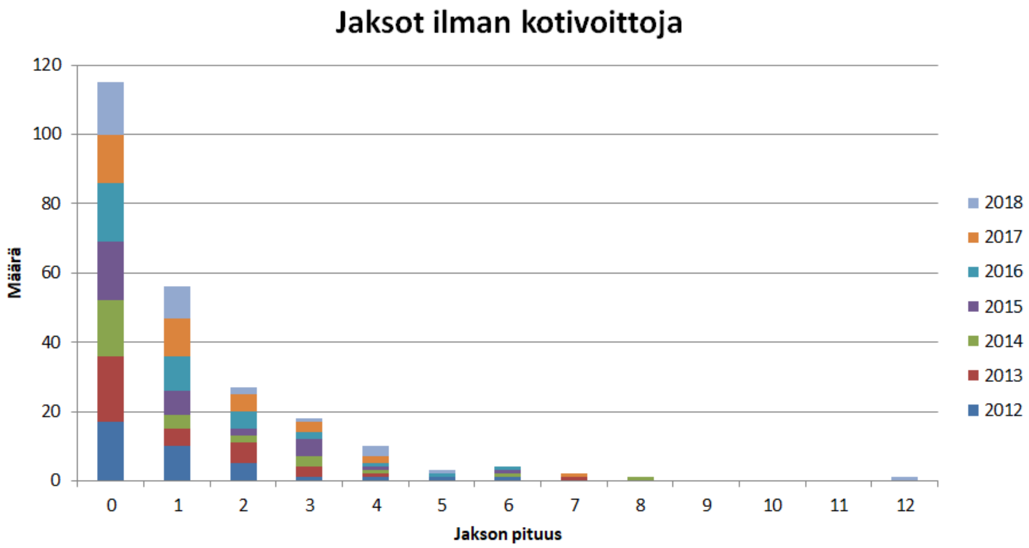
Aineisto sisältää Suomen miesten pääsarjatason Veikkausliigan ottelut sekä putoamiskarsintapelit kausilta 2012 - 2018. Kuvassa 5 on esitetty pieni otos käytetystä aineistosta. Aineiston rivit, jotka eivät sisällä kaikkea tarvittavaa tietoa, on jätetty pois tutkimuksesta. Tutkimuksen kannalta epäkelvollisia rivejä aineistossa oli yksitoista kappaletta. Näin ollen aineisto sisältää yhteensä seitsemän kokonaista kautta sekä näiden kausien karsintapelit, eli yhteensä 1 383 ottelua. Ottaen huomioon otteluiden päällekkäisyyden aiheuttamat rajoitteet, panostuskelpoisia otteluita on yhteensä 511 ja kausittain keskimäärin 73. Panostuskelpoisten otteluiden määrä kaudessa vaihtelee hieman, mutta tämä vastaa todellisia olosuhteita systemaattisten strategioiden soveltamiseen. Tarkasteltavia asioita evaluoinnissa ovat kassavirta kausikohtaisesti eri strategioilla, panosten suuruus ja vaihtelu, strategian riski sekä sijoitetun pääoman tuottoaste.



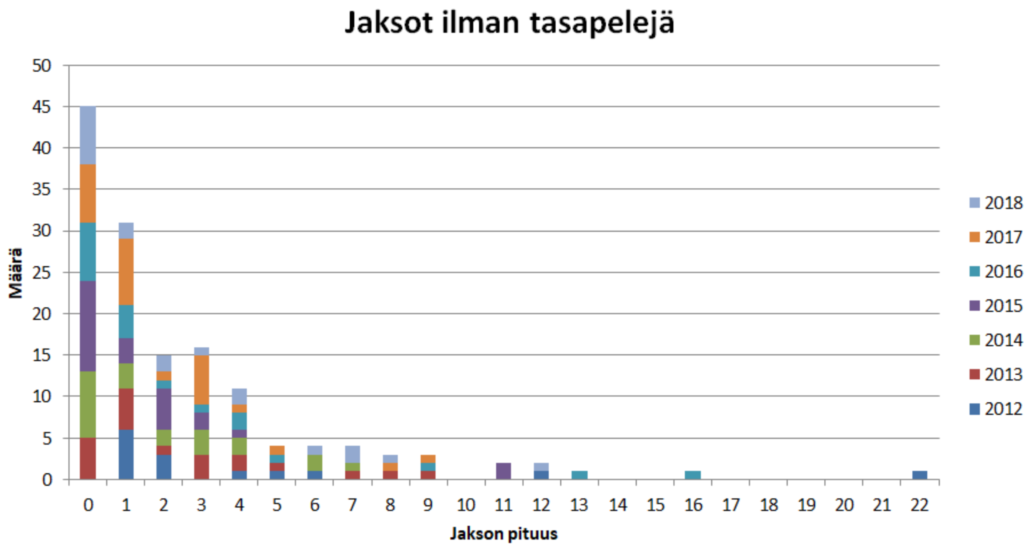
Kuva 6: Tutkimuksessa käytetyn aineiston kertoimien jakaumat.

Kuvasta 6 nähdään, että kotivoittojen ja tasapelien kertoimet ovat jakautuneet tiiviimmin kuin vierasvoittojen. Aineistossa kaikki tasapelikertoimet ovat suurempia kuin kolme. Dixon ja Pope (2004) arvioivat, että kapeasti jakautuneet kertoimet tarjoavat parhaat lähtökohdat systemaattisten strategioiden soveltamiseen. Jakaumasta voidaan päätellä, että tällä oletuksella vierasvoitot olisivat epäsopivin panostuskohde tutkittaville strategioille.

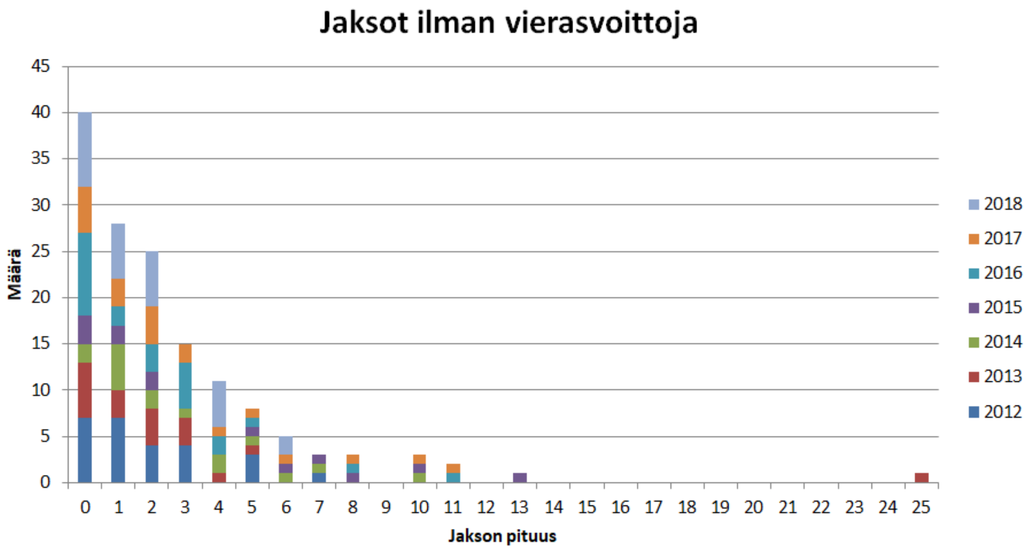
Yhdelle lopputulokselle panostavien systemaattisten strategioiden riski liittyy oleellisesti ilman toivottua lopputulosta jatkuviin jaksoihin ja niiden jakaumiin. Käytännössä näissä strategioissa on kaksi tapaa, joilla pelaaja jää tappiolle. Ensimmäinen on se, että pelaaja kohtaa niin pitkän jakson ilman toivottua lopputulosta, ettei kassa enää riitä panosten kasvattamiseen. Tätä tapaa kutsutaan tässä työssä vararikoksi, vaikka näissä tapauksissa usein kassaan jääkin vielä rahaa. Toinen tapa päätyä tappiolle on se, että pelaaja kohtaa aineiston lopussa jakson ilman toivottua lopputulosta ja kuluttaa kerrytetyt voitot - päätymättä kuitenkaan vararikkoon.



Kuva 7: Ilman kotivoittoa edettyjen otteluiden jaksojen jakauma tutkimusaineistossa eri kausilla.



Kuva 8: Ilman tasapeliä edettyjen otteluiden jaksojen jakauma tutkimusaineistossa eri kausilla.



Kuva 9: Ilman vierasvoittoa edettyjen otteluiden jaksojen jakauma tutkimusaineistossa eri kausilla.

Kuvista 7, 8 ja 9 nähdään, että kotivoitoille panostettaessa riski kohdata pitkä jakso ilman voittoa on selkeästi pienin aineistossa. Tasapelienkin kohdalla jakauma on melko tiivis, mutta aineistossa on myös muutamia pitkiä jaksoja ilman tasapeliä. Nämä jaksot ovat suurimpia riskejä systemaattisissa strategioissa, ja ilman suurta alkupääomaa ne luultavasti ajavat vedonlyöjän vararikkoon. Kotivoitoissa pisin jakso on 12 ottelua, tasapeleissä 22 ja vierasvoitoissa 25 ottelua.

Taulukossa 5 on esitetty näiden jaksojen ylittämiseen vaaditut pääomat martingaali- ja Fibonacci-strategialla. Taulukosta nähdään, että jakson kasvaessa vaaditut pääomat kasvavat eksponentiaalisesti. Toisaalta, jos pääoma riittää näiden jaksojen ylittämiseen, voitot kasvavat kiinteällä suhteella panoksia kasvattavissa strategioissa todella suuriksi, mikäli voiton osuessa palautuskerroin on hiemankin suurempi kuin yksikkövoittoon vaadittu kerroin. Tämä etu ei kuitenkaan koske dynaamista strategiaa, jossa panokset eivät kasva ennalta määrätyllä nopeudella. Simuloinnissa dynaamisen strategian panokset pyöristetään kuitenkin lähimpään kokonaislukuun ylöspäin, joten käytännössä suuremmat panokset tuottavat suhteellisesti suuremmat voitot.

Jos Fibonacci-strategiassa kahdentoista ottelun tasapelittömän sarjan jälkeen vedonlyöjän täytyy panostaa 233 ja yhteensä 609 yksikköä, dynaamisesti määriteltyjen panosten strategiassa tällöin panos olisi vain noin 29 yksikköä, ja kokonaisuutena vaadittu pääoma 113 yksikköä, kun käytetään tutkimusaineiston sisältämien tasapelikertoimien geometrista keskiarvoa $C_D \approx 3,9417$. Kotivoitoille ja vierasvoitoille palautuskertoimien geometriset keskiarvot puolestaan ovat $C_H \approx 2,2894$ ja $C_A \approx 4,0843$. Kahdentoista hävityn vedon jakso vaatisi siis kotivoitoille panostavalla dynaamisella strategialla pääomaa 2 705 yksikköä ja vierasvoitoille panostavalla 84 yksikköä.

Taulukko 5: Vaaditut pääomat eri panostuskohteiden pisimpien voitottomien jaksojen ylittämiseen, kun ensimmäinen panos on yksi yksikkö ja oletetaan, että jokaiseen kohteeseen asetetaan panos. Jakson pituus on n.

Panostuskohde	**n**	**Martingaali**	**Fibonacci**
Kotivoitto	12	8 191	609
Tasapeli	22	8 388 607	75 024
Vierasvoitto	25	67 108 863	317 810

Aiemmissa tutkimuksissa (Archontakis et al. 2007 ja Demir et al. 2012) Fibonacci-strategiaa sovellettiin panostamalla tasapeleille. Yksi perusteluista oli se, että tasapelien kertoimet ylittävät suurimmassa osassa aineistoja vaaditun minimipalautuskertoimen. Sen sijaan dynaamisessa strategiassa, jossa panosten suuruus riippuu kohteiden palautuskertoimista - eikä minimipalautuskerroinehtoa luonnollisesti ole - tämä syy ei ole enää relevantti perustelemaan juuri tasapeleille panostamista.

Teoreettisesti dynaamisen strategian maksimaalinen tuotto on parhaassa tapauksessa tasan toivotun lopputuloksen frekvenssi aineistossa, jos aineisto päättyy toivottuun tulokseen. Täytyy kuitenkin huomata, että todellisuudessa simuloitu aineisto ei aina pääty toivottuun tulokseen, jolloin on mahdollista, että kerrytetyt voitot kulutetaan ennen simuloinnin päättymistä. Tuotto on luonnollisesti suurempi, jos sovelletaan kokonaisluvuin panostavaa dynaamista strategiaa, jossa panokset pyöristetään aina ylöspäin. Riski puolestaan liittyy pisimpään jaksoon ilman toivottua lopputulosta, suhteutettuna panostetun lopputuloksen vaatimaan panosten kasvattamisnopeuteen.

Tuottoon vaikuttavien ominaisuuksien pohjalta voidaan olettaa, että dynaamiselle strategialle paras panostuskohde on kotivoitto, sillä sen yleisyys aineistossa on suurin, ja kotivoitottomien jaksojen jakauma on tiivein. Toisaalta aineistossa kotivoittojen palautuskertomien geometrinen keskiarvo on pienin, mikä tarkoittaa, että kotivoitoille panostettaessa dynaamisen strategian panosten kasvatusnopeus on kolmesta panostuskohteesta suurin. Optimaalista panostuskohdetta pyrittiin selvittämään simuloimalla strategiaa.

5 Tulokset

5.1 Tulosten esittely

Simulointia varten kehitetty ohjelma tuottaa kahdenlaista aineistoa strategioista kausikohtaisesti: dataa kassavirroista sekä tunnuslukuja strategian toimivuudesta. Näitä tunnuslukuja ovat tuotto, sijoitetun pääoman tuottoaste (ROI), asetettujen panosten määrä, keskiarvo ja maksimi, sekä binäärimuuttuja, joka osoittaa päätyikö kyseinen simulaatio vararikkoon vai ei. Jokaisessa simulaatiossa ensimmäinen panos on aina yhden yksikön suuruinen, lukuun ottamatta dynaamista strategiaa, jossa myös ensimmäinen panos riippuu palautuskertoimesta.

Kausi	Strategia	Panostus-kohde	Alkupääoma	Tuotto	Tuotto-aste	Asetettujen panosten määrä	Tuottoaste per panos	Suurin panos	Panosten keskiarvo	Vararikko
2012	Martingaali	X	1000	-511	-0.511	10	-0.0511	256	51.1	1
2013	Martingaali	X	1000	1914.24	1.91424	72	0.026586667	512	27.14	0
2014	Martingaali	X	1000	716.39	0.71639	63	0.01137127	128	10.21	0
2015	Martingaali	X	1000	-501.91	-0.50191	13	-0.038608462	256	39.54	1
2016	Martingaali	X	1000	-972.52	-0.97252	25	-0.0389008	512	43.16	1
2017	Martingaali	X	1000	1416.71	1.41671	80	0.017708875	512	21.95	0
2018	Martingaali	X	1000	-504.17	-0.50417	42	-0.012004048	512	40.71	1

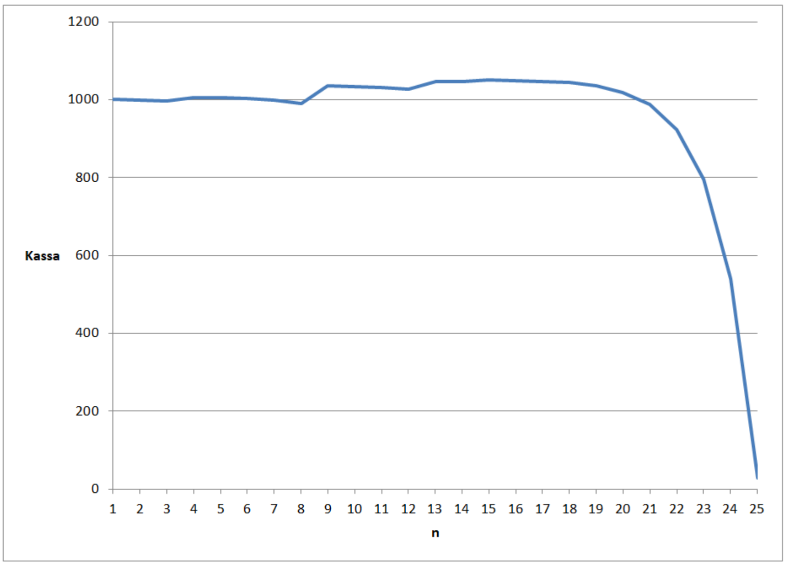
Kuva 10: Otos simulaation tuottamista strategia- ja kausikohtaisista tunnusluvuista.

Kuvassa 10 on esitetty otos simulaation tuottamasta datasta. Kuvassa nähdään kausikohtaisia tunnuslukuja tasapeleille panostavasta martingaalistrategiasta, jonka alkupääoma on 1 000. Panosten määrän vaihteluun liittyy oleellisesti se, päätyykö simulaatio vararikkoon, jolloin panosten asettaminen tälle kaudelle päättyy. Eroihin vaikuttaa myös se, kuinka moni kyseisen kauden panostuskohteista ylittää palautuskertoimen minimirajoitteen. Myös panostuskelpoisten otteluiden määrä vaihtelee kausittain.

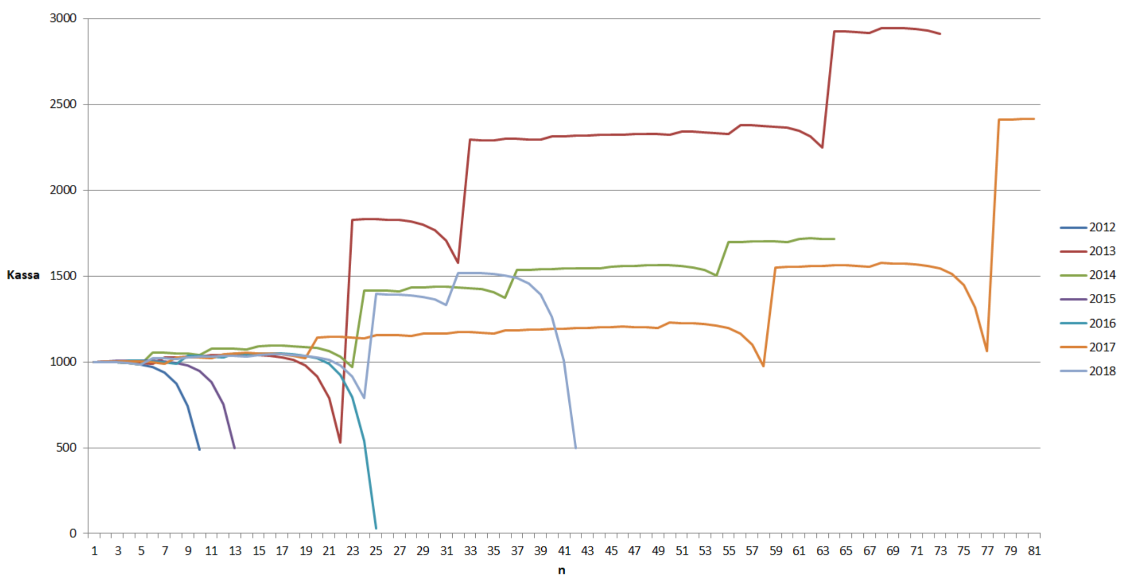
Jo tästä otoksesta nähdään, kuinka paljon strategian tuotto vaihtelee negatiivisesta positiiviseen. Kuvasta nähdään myös, kuinka suuria panokset ovat suhteutettuna siihen, että ensimmäinen panos on aina yhden yksikön suuruinen. Kausilla 2012, 2015, 2016 ja 2018 päädytään tällä strategialla, panostuskohteella ja alkupääomalla vararikkoon. Simulaatio tuottaa myös dataa kassavirran kehityksestä, josta voidaan tarkastella, miten tietyn kauden simulaatio eteni. Kauden 2016 kassavirta on esitetty kuvassa 11. Viimeisin asetettu panos on 512. Kun tälläkään vedolla ei tullut voittoa, seuraava panos olisi ollut 1 024. Näin ollen strategia päätyy tässä tapauksessa vararikkoon, ja kassaan jää 27,48 yksikköä.

Martingaali Panostuskohde: X

Kausi	n	Kassa	Panos	Tulos
2016	1	1000	1	-1
2016	2	999	2	-2
2016	3	997	4	9.16
2016	4	1006.16	1	-1
2016	5	1005.16	2	-2
2016	6	1003.16	4	-4
2016	7	999.16	8	-8
2016	8	991.16	16	43.68
2016	9	1034.84	1	-1
2016	10	1033.84	2	-2
2016	11	1031.84	4	-4
2016	12	1027.84	8	19.2
2016	13	1047.04	1	-1
2016	14	1046.04	2	4.44
2016	15	1050.48	1	-1
2016	16	1049.48	2	-2
2016	17	1047.48	4	-4
2016	18	1043.48	8	-8
2016	19	1035.48	16	-16
2016	20	1019.48	32	-32
2016	21	987.48	64	-64
2016	22	923.48	128	-128
2016	23	795.48	256	-256
2016	24	539.48	512	-512
2016	25	27.48	0	0
2016		27.48		



Kuva 11: Otos simulaation tuottamasta datasta strategia- ja kausikohtaisesta kassavirrasta sekä kuvaaja kassavirran kehityksestä tasapeleille panostavalla martingaalistrategialla. Taulukossa on esitetty jokaiselle vedolle asetettu panos sekä sen tuottama tulos.



Kuva 12: Tasapeleille panostavan martingaalistrategian kassavirrat kaikilla aineiston kausilla, kun alkupääoma on 1 000.

Kuvassa 12 on puolestaan esitetty jokaisen kauden kassavirran kehitys kyseiselle strategialle. Kuvaajassa nähdään neljä vararikkoon päätyvää sekä kolme voittoa tuottavaa simulaatiota. Voittoa tuottavissa simulaatioissa nähdään ero siinä, kuinka monta panosta niissä asetetaan. Aineistossa kaikkien tasapelien palautuskertoimet ovat suurempia kuin martingaalistrategian minimirajoite, joten tämä ero johtuu pelkästään panostuskelpoisten otteluiden määrän vaihtelusta kausittain. Tämä vaihtelu puolestaan johtuu otteluiden päällekkäisyysehdon aiheuttamista rajoitteista aineistossa.

5.2 Tulosten evaluointi

Useat tutkimukset (mm. Archontakis et al. 2007, Pope et al. 1989 ja Dixon et al. 2004) olettavat, että mahdollinen tehottomuus vedonlyöntimarkkinoilla on keskittynyt tasapelikertoimiin. Tässä työssä oletusta tutkittiin tasapanostusstrategialla. Taulukosta 6 nähdään tämän strategian keskimääräinen tuotto, kun alkupääoma on 100 ja jokainen panos yksikön suuruinen. Taulukosta nähdään, että tasapanostusstrategia tuottaa voittoa vain tasapeleille panostettaessa ja isoimman tappion kotivoitoille panostettaessa.

Tästä tuloksesta voidaan päätellä, että aineistossa tasapelit ovat keskimäärin tehottomasti hinnoiteltu - ja kotivoitot tehokkaimmin. Tämä johtopäätös sopii oletukseen siitä, että vedonlyöjät uskovat todennäköisyyksiin verrattuna liikaa kotijoukkueen voittoihin, ja että tasapeli puolestaan ei ole vedonlyöjille niin mielekäs tulos pelattavaksi, minkä takia vedonlyöntitoimistot kasvattavat hieman kotivoittojen kertomia tasapelikertoimien kustannuksella. Näin pienen aineiston tuottamista tuloksista ei kuitenkaan voida todeta sen tarkemmin mitään vedonlyöntimarkkinoiden tehokkuudesta kokonaisuudessaan. Lisäksi on hyvä huomata, että taulukossa 6 esitetyt tuotot ovat keskiarvoja seitsemän kauden ajalta, ja kausittaisissa tuotoissa on vaihtelua.

Taulukko 6: Tasapanostusstrategian keskimääräinen tuottoaste eri panostuskohteilla, kun alkupääoma on 100 ja jokainen panos on yhden yksikön suuruinen.

Panostuskohde	*Tuottoaste*
Kotivoitto	-3,7 %
Tasapeli	1,8 %
Vierasvoitto	-0,5 %

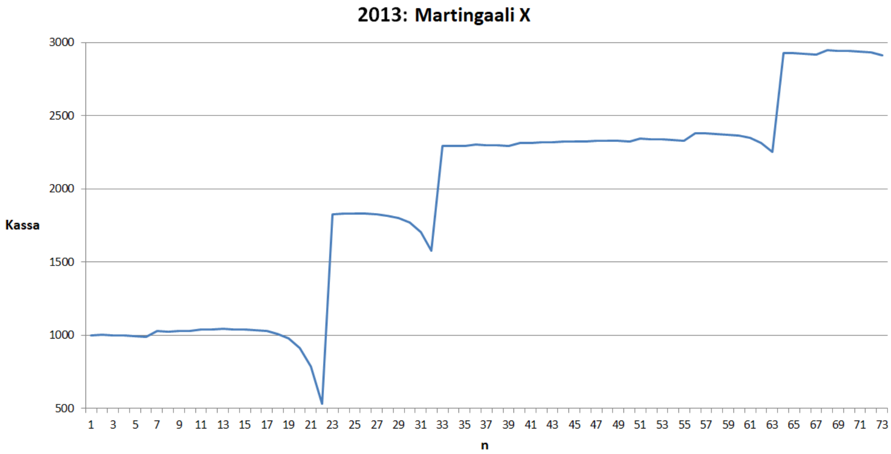
Vaikka aineistossa tasapelikertoimet ovatkin keskimäärin tehottomasti hinnoiteltuja, tämä ei välttämättä tarkoita, että tasapeli olisi paras panostuskohde tässä työssä tutkituille systemaattisille strategioille. Näiden strategioiden riskit ja tuotot liittyvät vahvasti toivottujen tulosten yleisyyteen ja ei-toivottujen tulosten jaksojen hajontaan. Lisäksi strategioiden toiminta riippuu oleellisesti alkupääoman suuruudesta: melko pienetkin erot pääoman suuruudessa voivat vaikuttaa siihen, päätyykö strategia vararikkoon vai tuottaako se voittoa.

Kaikkien strategioiden simulointien tulokset on esitetty liitteessä A. Strategioita simuloitiin kuudella eri alkupääomalla. Taulukoista 7 - 12 nähdään, että pienemmillä alkupääomilla kaikki strategiat ovat keskimäärin tappiollisia. Lisäksi todella suuri osa niistä päätyy vararikkoon. Kaikilla simuloiduilla alkupääomilla martingaalistrategia päätyy todennäköisimmin vararikkoon. Dynaamisen strategian todennäköisyys päätyä vararikkoon on puolestaan pienin viidessä tapauksessa kuudesta.

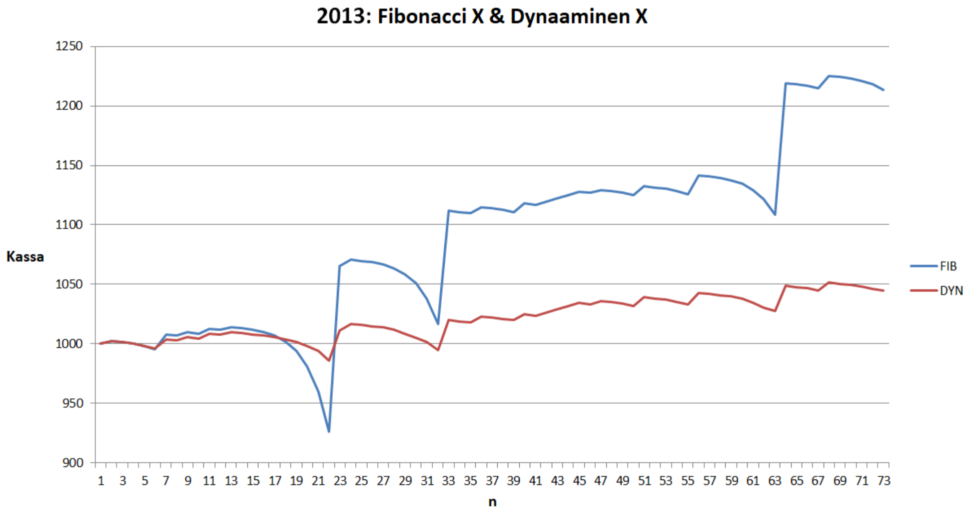
Kaudella 2013 kaikki strategiat tuottavat voittoa panostettaessa tasapeleille: martingaali- 191 %, Fibonacci- 21 % ja dynaaminen strategia 4 %. Kuvissa 13 ja 14 on esitetty kauden 2013 kassavirta tutkituilla strategioilla. Martingaalistrategian tuotto on selkeästi suurin. Sen kassavirrassa esiintyy myös suurinta heilahtelua: tästä johtuu se, että kyseinen strategia on kaikista riskialttein, ja kaikilla alkupääomilla martingaalistrategian todennäköisyys päätyä vararikkoon on kolmesta strategiasta selkeästi suurin.

Kuvassa 13 kassa on pienimmillään panoksen 22 jälkeen. Tämä veto tuottaa voiton, ja kassa kasvaa äkillisesti moninkertaiseksi. Jos kuitenkin tämäkin veto olisi päättynyt muuhun tulokseen kuin toivottuun tasapeliin, olisi kassassa ollut 19,5 yksikköä, ja simulaatio olisi päätynyt vararikkoon 98 % tappiolla. Tämä esimerkki kuvaa hyvin systemaattisten strategioiden - erityisesti martingaalistrategian - heikkoutta: pienikin ero aineistossa voi aiheuttaa valtavan muutoksen strategian tuloksessa. Tässä tapauksessa tuottoaste olisi pudonnut 191 prosentista -98 prosenttiin. Strategia on siis erittäin epästabiili.

Fibonacci-strategian ja dynaamisen strategian kassavirrat ovat huomattavan samannäköisiä, mutta dynaamisen strategian kassavirrassa on vähemmän heilahtelua, ja se myös päätyy selkeästi pienempään voittoon. Vaikka dynaaminen strategia vaikuttaa tässä esimerkissä melko riskittömältä, täytyy kuitenkin huomata, että myös 1 000:n yksikön alkupääomalla dynaaminen strategia päätyy kaikilla panostettavilla lopputuloksilla 14,3 %:lla kausista vararikkoon.



Kuva 13: Tasapeleille panostavan martingaalistrategian kassavirta kaudella 2013, kun alkupääoma on 1 000.



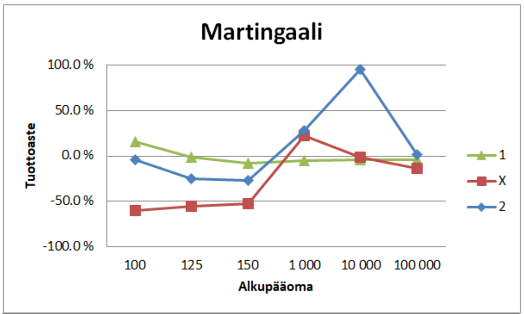
Kuva 14: Tasapeleille panostavien Fibonacci- ja dynaamisen strategian kassavirrat kaudella 2013, kun alkupääoma on 1 000.

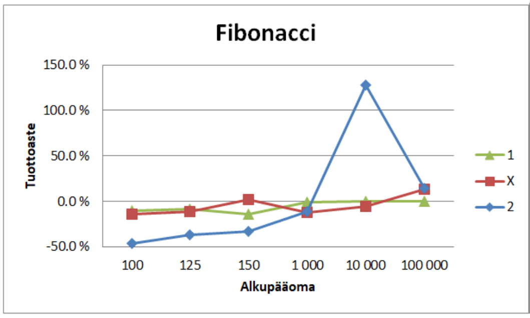
Vararikossa kassaan jää usein vielä suhteellisen paljon rahaa, sillä panokset kasvavat niin nopeasti. Tämä nähdään esimerkiksi siitä, että alkupääomalla 150 tasapeleille panostava martingaalistrategia päätyy vararikkoon jokaisella aineiston kaudella, mutta silti parhaimmillaan strategia jää vain 18,1 % tappiolle. Tämä johtuu siitä, että martingaalistrategiassa panokset kasvavat tutkituista strategioista nopeimmin.

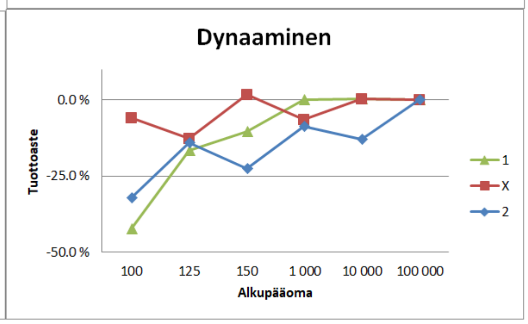
Alkupääoman kasvattaminen pienentää suurimmassa osassa tapauksia riskiä päätyä vararikkoon. Sen sijaan vaikutus strategioiden tuottoasteeseen on melko vaihteleva. Esimerkiksi kun pääomaa kasvatetaan 25 %:lla (taulukot 7 ja 8), kotivoitoille panostavan martingaalistrategian tuottoaste putoaa 16,1 prosentista -1,8 prosenttiin. Vastaavasti 50 %:n alkupääoman kasvatuksella (taulukot 7 ja 9) on päinvastainen vaikutus tasapeleille panostavaan Fibonacci-strategiaan, jonka tuottoaste nousee -14,3 prosentista 2,1 prosenttiin.

Alkupääoman vaikutusta strategioiden tuottoasteisiin on esitetty kuvassa 15. Kuvaajista nähdään, kuinka paljon keskimääräinen tuottoaste vaihtelee eri alkupääomilla. On kuitenkin huomioitava, että kuvaajissa on esitetty tuloksia vain kuudella eri pääomalla, joten tuloksista ei voida tehdä tarkkoja johtopäätöksiä. Lisäksi tulokset ovat hyvin aineistokohtaisia, joten ne eivät välttämättä kuvaa strategioiden toimintaa yleisesti.

Strategia	Alkupääoma					
	Keskimääräinen tuottoaste					
Panostuskohde	100	125	150	1 000	10 000	100 000
Dynaaminen	**-26.7 %**	**-14.4 %**	**-10.3 %**	**-5.0 %**	**-4.0 %**	**0.0 %**
1	-42.3 %	-16.6 %	-10.4 %	0.0 %	0.4 %	0.0 %
X	-5.8 %	-12.6 %	1.8 %	-6.5 %	0.4 %	0.0 %
2	-32.0 %	-13.9 %	-22.4 %	-8.6 %	-12.9 %	0.0 %
Fibonacci	**-23.6 %**	**-18.9 %**	**-15.0 %**	**-8.2 %**	**40.6 %**	**9.2 %**
1	-10.1 %	-8.1 %	-13.7 %	-0.9 %	-0.1 %	0.0 %
X	-14.3 %	-11.4 %	2.1 %	-12.6 %	-6.0 %	13.6 %
2	-46.4 %	-37.2 %	-33.4 %	-11.0 %	128.0 %	14.0 %
Martingaali	**-16.1 %**	**-27.5 %**	**-29.0 %**	**15.1 %**	**29.8 %**	**-5.5 %**
1	16.1 %	-1.8 %	-7.6 %	-5.1 %	-4.1 %	-3.9 %
X	-60.1 %	-55.4 %	-52.2 %	22.3 %	-1.6 %	-14.0 %
2	-4.2 %	-25.3 %	-27.2 %	28.0 %	95.3 %	1.3 %







Kuva 15: Alkupääoman vaikutus strategioiden keskimääräisiin tuottoasteisiin.

Myös asetettujen panosten keskimääräinen suuruus kasvaa, kun alkupääomaa kasvatetaan. Keskimääräiset panokset kasvavat selkeästi nopeimmin martingaalistrategiassa. Huomionarvoisia eroja ovat tasapeleille panostava dynaaminen strategia sekä kotivoitoille panostava Fibonacci-strategia, joiden asetettujen panosten keskiarvo ei merkittävästi nouse, kun pääomaa kasvatetaan. Maksimipanokset kasvavat monissa tapauksissa huomattavasti. On kuitenkin hyvä huomata, että useat kausista päätyvät vararikkoon. Nämä panokset eivät siis kerro suoraan sitä, minkä kokoiset panokset riittävät strategian kestävään soveltamiseen.

Martingaalistrategian todennäköisyys päätyä vararikkoon on suurin, Fibonacci-strategian toiseksi suurin ja dynaamisen strategian kaikista pienin. Pääomaa kasvattamalla myös vararikon todennäköisyys pienenee, mutta samalla keskimääräinen tuottoaste putoaa todella matalaksi. Yleisesti voidaan todeta, että systemaattiset strategiat ovat erittäin epästabiileja: niiden tuottoaste voi vaihdella huomattavasti negatiivisesta positiiviseen. Tuloksista ei myöskään ole nähtävissä, että tasapelit olisivat selkeästi paras kohde systemaattisten strategioiden soveltamiselle, vaikka ne ovatkin keskimäärin tehottomasti hinnoiteltu aineistossa.

Dynaamisen strategian riski on kaikista pienin, sillä siinä panokset kasvavat hitaimmin. Toisaalta sen voitot jäävät myös pieniksi, koska panokset on mitoitettu aina yhden yksikön voittoon. Pienentynyt riski ei näytä kaikissa tapauksissa korvaavan voittojen pienentymistä, sillä dynaaminen strategia on useimmissa tapauksissa keskimäärin tappiollinen. Isoilla pääomilla Fibonacci-strategia on tällä aineistolla toimivin: sen riski on pienempi kuin martingaalistrategiassa, mutta voitot selkeästi suuremmat kuin dynaamisella strategialla. Pienillä pääomilla myös Fibonacci-strategia on tappiollinen.

Jotta saataisiin parempi kuva tutkittujen strategioiden toiminnasta pidemmällä aikavälillä, strategioita simuloitiin käyttäen kaikkia kausia yhtenä aineistona. Tässä simulaatiossa panostettavia otteluita on siis 511 kappaletta. Yksi simulaatio yli isomman aineiston tasoittaa kausikohtaisten erojen vaikutusta strategioiden toimintaan sekä antaa paremman kuvan strategioiden toiminnasta pitkällä aikavälillä.

Nämä simulaatiot toteutettiin joustavalla pääomalla. Simulaation jälkeen määritetty strategiakohtainen vaadittu alkupääoma c_0 on

$$c_0 = max_{i \in A}(b_i - c_i),$$

missä A on panostettujen kohteiden joukko, b otteluihin asetetut panokset ja c pääoma kierroksella ennen panoksen asettamista, siten että $c_1 = 0$.

Joustavan pääoman soveltaminen tarkoittaa sitä, ettei vararikko ole mahdollinen lopputulos. Strategioiden riskiä voidaan sen sijaan arvioida vaaditun pääoman suuruudella. Simuloinnin tulokset on esitetty liitteen A taulukossa

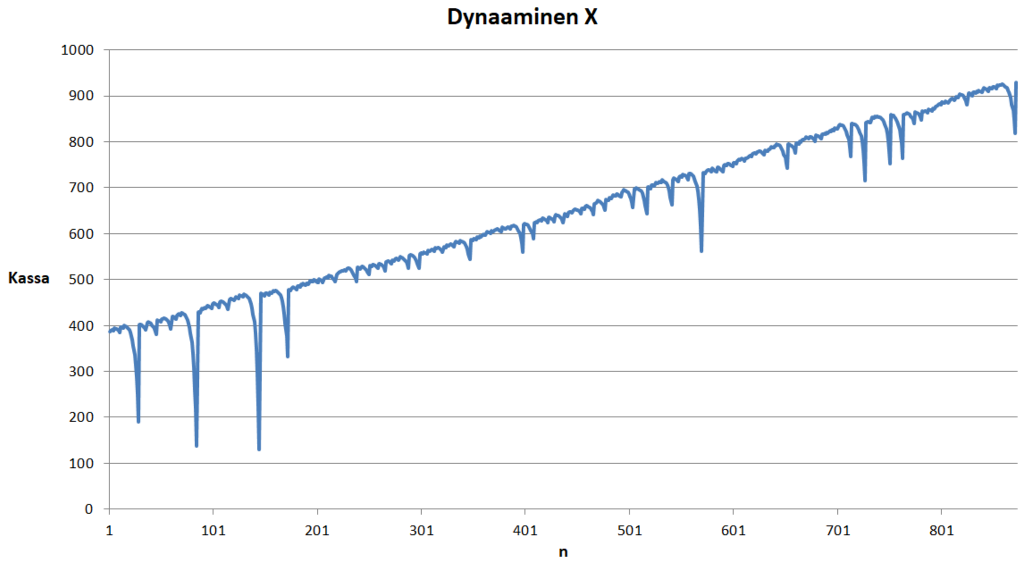
13. Taulukosta nähdään, että Fibonacci-strategia ja erityisesti martingaalistrategia vaativat todella suuria pääomia näin pitkällä aikavälillä. Tästä poikkeaa kotivoitoille panostava Fibonacci-strategia, jossa ero kuitenkin johtuu panostettujen otteluiden määrästä: vain 174 ottelua koko aineistosta ylittää Fibonacci-strategian vaatiman minimipalautuskertoimen. Vierasvoitot ovat - ennakoidusti kuvan 6 jakauman mukaan - panostettavista lopputuloksista epästabiileimmat.

Tuloksista nähdään, että dynaaminen strategia tarvitsee pienimmän pääoman toimiakseen. Kaikista pienin alkupääoma riittää tasapeleille panostavalle dynaamiselle strategialle, ja sillä on myös suhteellisen suuri tuottoaste. Lisäksi dynaamisessa strategiassa panostetaan kaikkiin aineiston otteluihin, ja panokset ovat selvästi pienimpiä: tasapeleille panostettaessa keskimääräinen panos on vain 7,1 yksikköä ja suurin panos koko aineiston aikana 362 yksikköä.

Jotta strategioiden toiminnasta saataisiin yleisesti parempi käsitys, simulointi suoritettiin vielä käyttäen aineistona kaikkia niitä rivejä, jotka olivat jääneet aiemmissa simuloinneissa pois otteluiden päällekkäisyysehdosta johtuen. Tässä simuloinnissa aineisto sisältää siis 872 ottelua eikä siinä ole otettu huomioon rajoitteita otteluiden alkamisajoissa. Nämä tulokset on esitetty liitteen A taulukossa 14.

Taulukosta nähdään, että vaaditut pääomat sekä voitot ovat suhteellisesti linjassa alkuperäisellä aineistolla suoritetun simuloinnin kanssa. Pääomat ovat kuitenkin edelliseen simulointiin verrattuna pienempiä ja voitot suurempia, joten voidaan päätellä, että jälkimmäinen aineisto on systemaattisille strategioille edullisempi. Tuloksissa on kuitenkin sama linja: vierasvoitot vaativat yleisesti isoimmat alkupääomat, ja dynaaminen strategia vaatii kotivoitoilla ja tasapeleillä selkeästi pienimmät pääomat. Näillä panostuskohteilla dynaaminen strategia tuottaa myös suhteellisesti suuret voitot.

Jos tarkastellaan molempien simulaatioiden tuloksia, voidaan tehdä johtopäätös, että dynaaminen strategia panostuskohteilla kotivoitto ja tasapeli on tutkituista strategioista paras. Kun huomioidaan riski - joka on näin epästabiilien strategioiden soveltamisessa merkittävä tekijä - voidaan todeta, että näistä kahdesta vaihtoehdosta paras on tasapeleille panostava dynaaminen strategia, sillä se vaatii keskimäärin pienemmän alkupääoman, ja sen keskimääräiset sekä suurimmat panokset ovat kaikista pienimmät. Tasapeleille panostavan dynaamisen strategian kassavirran kehitys vaihtoehtoisella aineistolla on esitetty kuvassa 16.



Kuva 16: Tasapeleille panostavan dynaamisen strategian kassan kehitys pitkällä vaihtoehtoisella aineistolla. Simuloinnin jälkeen määritetty alkupääoma on 386 yksikköä.

6 Yhteenveto

Tässä työssä tutkittiin urheiluvedonlyöntimarkkinoita ja -strategioita. Työssä käytiin läpi aiempaa tutkimusta aiheeseen liittyen sekä tutustuttiin vedonlyöntiin ja vedonlyöntimarkkinoihin liittyviin matemaattisiin käsitteisiin ja malleihin. Urheiluvedonlyöntistrategiat rajattiin riippuviin ja riippumattomiin sen mukaan, pitääkö vedonlyöjän määrittää itse niissä kohteiden lopputulosten todennäköisyyksiä, eli riippuuko strategian soveltaminen panostettavan kohteen joukkueista ja näiden suoritushistoriasta (Stefani 1983).

Työ rajattiin käsittelemään riippumattomia eli systemaattisia strategioita, ja näistä esiteltiin kaksi tunnettua ja aiemmassa kirjallisuudessa käsiteltyä versiota: martingaali- ja Fibonacci-strategia. Strategioiden teoriaan tutustuttiin, ja niiden mahdollisia vahvuuksia ja heikkouksia arvioitiin. Lisäksi tutustuttiin yleisesti systemaattisten strategioiden ominaisuuksiin sekä tutkimusaineiston vaikutuksiin näiden strategioiden soveltamisessa. Tämän tarkastelun pohjalta motivoitiin mahdollisuus kehittää parempi versio systemaattisista strategioista sekä toteutettiin kyseinen dynaaminen malli, jonka riski oletettiin pienemmäksi kuin jo tunnettujen systemaattisten strategioiden.

Tutkimusta varten kehitettiin Python-ohjelma, jolla pystyttiin simuloimaan eri strategioita historiallisella aineistolla, joka käsitti seitsemän kautta suomalaista pääsarjajalkapalloa. Simulaatioilla pyrittiin tutkimaan oletusta siitä, että urheiluvedonlyöntimarkkinoilla hintojen tehottomuus on keskittynyt tasapelikertoimiin, sekä tarkastelemaan strategioiden toimintaa ja ominaisuuksia todellisella aineistolla.

Tutkimustulokset ovat hyvin linjassa aiemman kirjallisuuden kanssa. Myös tässä työssä päädyttiin johtopäätökseen, että aineistossa tasapelikertoimet ovat tehottomimmin hinnoiteltu. Aiemmin vastaavia havaintoja ovat tehneet mm. Pope et al. (1989), Dixon et al. (2004) ja Archontakis et al. (2007). On kuitenkin hyvä huomata, että aineiston kapeuden takia tämän tutkimuksen pohjalta ei voida tehdä johtopäätöksiä vedonlyöntimarkkinoiden tehokkuudesta yleisesti.

Myös strategioiden simuloinnissa saadut tulokset ovat linjassa aiemman kirjallisuuden sekä tässä työssä tehtyjen oletusten kanssa. Fibonacci- ja erityisesti martingaalistrategia ovat todella riskialttiita ja epästabiileja käytännössä sovellettavaksi, vaikka parhaimmillaan ne tuottavatkin suuria voittoja. Yleisesti voidaankin todeta, ettei niiden soveltaminen todellisuudessa ole järkevää. Samankaltaisia tuloksia saivat myös Archontakis et al. (2007) ja Demir et al. (2012) tutkiessaan Fibonacci-strategiaa.

Vaikka tutkimusaineistossa tasapelikertoimet ovatkin keskimäärin hinnoiteltu tehottomasti, tämä ei suoraan näy strategioiden simulointien tuloksissa. Vaikka joissain tapauksissa martingaali- ja Fibonacci-strategia tuottavat ison voiton tasapeleille panostettaessa (taulukot 13 ja 14), tällöin vaadittu pääoma saattaa silti olla suurempi kuin muilla panostuskohteilla.

Tutkimuksessa havaittiin myös se, että panostuskelpoisten otteluiden määrä vaihtelee aineistossa eri kausilla. Tämä johtuu siitä, että systemaattisia strategioita sovellettaessa vedonlyöjän tulee tietää käynnissä olevan ottelun tulos ennen kuin hän voi asettaa panoksen seuraavan otteluun. Tämä ominaisuus ei pelkästään vaikuta tutkimustuloksiin, vaan tekee myös systemaattisten strategioiden soveltamisesta käytännössä epätehokasta ja työlästä.

Tässä työssä kehitetyn dynaamisen strategian simuloinnin tulokset osoittavat myös tämän mallin olevan epästabiili ja riskialtis. Dynaamisen mallin riski on kuitenkin - kuten oletettu - selkeästi pienempi. Strategiaa testattiin vielä toisella aineistolla, ja silläkin strategia tuotti hyviä tuloksia kotivoitoille ja tasapeleille panostettaessa. Tasapeli määritettiin parhaaksi panostuskohteeksi ottaen huomioon tuottoasteen sekä strategian riskin. Näin ollen työssä on onnistuttu kehittämään uusi systemaattinen strategia, joka tuottaa voittoa, mutta pitää sisällään huomattavasti pienemmän riskin martingaali- ja Fibonacci-strategiaan verrattuna.

Dynaamista strategiaa tulisi kuitenkin tutkia vielä useammilla aineistoilla, ennen kuin sen soveltamista käytännössä voisi pitää järkevänä. Täytyy muistaa, että myös Fibonacci- sekä martingaalistrategia tuottavat teoriassa voittoa: niiden ongelmat liittyvät valtaviin riskeihin. Dynaamisen strategian riskiä voisi tutkia enemmän erilaisilla aineistoilla.

Tämä työ antaa muutenkin jatkokehitysmahdollisuuksia dynaamiselle mallille: strategialle voisi olla mahdollista etsiä optimaalinen tavoitevoitto yhden yksikön sijaan. Tavoitevoiton optimoinnissa voitaisiin myös päätyä lopputulokseen, jossa myös tavoitevoitto olisi dynaamisesti määritelty kiinteän luvun sijaan. Toinen jatkotutkimuskohde liittyy riippuviin strategioihin, joita tässä työssä käsiteltiin vain pintapuolisesti.

Viitteet

[1] Dunning, E. "Sport matters: Sociological studies of sport, violence and civilisation."Routledge (1999). Lontoo.

[2] Archontakis, F. & Osborne, E. "Playing it safe? A Fibonacci strategy for soccer betting."Journal of Sports Economics 8.3 (2007): 295-308.

[3] Demir, E., Danis, H. & Rigoni, U. "Is the soccer betting market efficient? A cross-country investigation using the Fibonacci strategy."Journal of Gambling Business & Economics 6.2 (2012).

[4] Sauer, R. "The economics of wagering markets."Journal of Economic Literature 36.4 (1998): 2021-2064.

[5] Dixon, M. & Coles, S. "Modelling association football scores and inefficiencies in the football betting market."Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics) 46.2 (1997): 265-280.

[6] Avery, C. & Chevalier, J. "Identifying investor sentiment from price paths: The case of football betting."The Journal of Business 72.4 (1999): 493-521.

[7] Graham, I. & Stott, H. "Predicting bookmaker odds and efficiency for UK football."Applied Economics 40.1 (2008): 99-109.

[8] Dixon, M. & Pope, P. "The value of statistical forecasts in the UK association football betting market."International Journal of Forecasting 20.4 (2004): 697-711.

[9] Boyle, M. "Win at fixed odds betting."Oldcastle Books (1994). Harpenden.

[10] Goddard, J. & Asimakopoulos, I. "Forecasting football results and the efficiency of fixed-odds betting."Journal of Forecasting 23.1 (2004): 51-66.

[11] Thaler, R. & Ziemba, W. "Anomalies: Parimutuel betting markets: Racetracks and lotteries."Journal of Economic Perspectives 2.2 (1988): 161-174.

[12] Milliner, I., White, P. & Webber, D. "A statistical development of fixed odds betting rules in soccer."Journal of Gambling, Business and Economics 3.1 (2009): 89-99.

[13] Duffie, D. & Pan, J. "An overview of value at risk."Journal of Derivatives 4.3 (1997): 7-49.

[14] Malkiel, B. & Fama, E. "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work."The Journal of Finance 25.2 (1970): 383-417.

[15] Osborne, E. "Efficient markets? Don't bet on it."Journal of Sports Economics 2.1 (2001): 50-61.

[16] Maclean, L., Thorp, E. & Ziemba, W. "Long-term capital growth: the good and bad properties of the Kelly and fractional Kelly capital growth criteria."Quantitative Finance 10.7 (2010): 681-687.

[17] Kelly, J. "A new interpretation of information rate."Bell System Technical Journal 35.4 (1956): 917–926.

[18] Turner, N. "Doubling vs. constant bets as strategies for gambling."Journal of Gambling Studies 14.4 (1998): 413-429.

[19] Pope, P. & Peel, D. "Information, prices and efficiency in a fixed-odds betting market."Economica (1989): 323-341.

[20] Stefani, R. "Observed betting tendencies and suggested betting strategies for European football pools."The Statistician (1983): 319-329.

[21] Vergin, R. & Sosik, J. "No place like home: an examination of the home field advantage in gambling strategies in NFL football."Journal of Economics and Business 51.1 (1999): 21-31.

[22] Veikkaus Oy ”Veikkauksen vuosiraportti 2018” (2018a) https://www.veikkaus.fi/fi/yritys#!/yritystietoa/veikkaus-numeroina, viitattu 7.3.2019

[23] Veikkaus Oy ”Pitkäveto” (2018b) https://www.veikkaus.fi/fi/pitkaveto, viitattu 10.9.2018

[24] Buchdahl, J. ”Historical football results and betting odds data” (2018) http://www.football-data.co.uk/data.php, viitattu 5.11.2018

A Simuloinnin tulokset

Taulukko 7: Alkupääoma = 100

Strategia	Tuottoaste, ka.	Tuottoaste, maksimi	Panos, ka.	Panos, maksimi	Vararikkojen osuus
Tasapanostus	**-0,8 %**	**19,8 %**	**1,0**	**1**	**0,0 %**
1	-3,7 %	6,8 %	1,0	1	0,0 %
X	1,8 %	19,8 %	1,0	1	0,0 %
2	-0,5 %	19,0 %	1,0	1	0,0 %
Martingaali	**-16,1 %**	**329,1 %**	**7,5**	**128**	**81,0 %**
1	16,1 %	112,9 %	6,0	64	57,1 %
X	-60,1 %	-27,1 %	8,1	128	100,0 %
2	-4,2 %	329,1 %	8,3	128	85,7 %
Fibonacci	**-23,6 %**	**160,4 %**	**5,2**	**55**	**61,9 %**
1	-10,1 %	28,2 %	3,6	34	28,6 %
X	-14,3 %	160,4 %	5,6	55	71,4 %
2	-46,4 %	111,5 %	6,4	55	85,7 %
Dynaaminen	**-26,7 %**	**68,3 %**	**4,4**	**47**	**71,4 %**
1	-42,3 %	-14,7 %	5,7	47	100,0 %
X	-5,8 %	61,9 %	3,6	37	42,9 %
2	-32,0 %	68,3 %	4,1	35	71,4 %

Taulukko 8: Alkupääoma = 125

Strategia	Tuottoaste, ka.	Tuottoaste, maksimi	Panos, ka.	Panos, maksimi	Vararikkojen osuus
Martingaali	**-27,5 %**	**263,3 %**	**8,7**	**128**	**81,0 %**
1	-1,8 %	90,3 %	7,1	64	57,1 %
X	-55,4 %	-21,7 %	8,8	128	100,0 %
2	-25,3 %	263,3 %	10,1	128	85,7 %
Fibonacci	**-18,9 %**	**128,3 %**	**5,2**	**55**	**61,9 %**
1	-8,1 %	22,6 %	3,6	34	28,6 %
X	-11,4 %	128,3 %	5,6	55	71,4 %
2	-37,2 %	89,2 %	6,4	55	85,7 %
Dynaaminen	**-14,4 %**	**54,6 %**	**4,7**	**90**	**57,1 %**
1	-16,6 %	45,4 %	6,1	90	71,4 %
X	-12,6 %	49,5 %	4,0	37	42,9 %
2	-13,9 %	54,6 %	4,0	35	57,1 %

Taulukko 9: Alkupääoma = 150

Strategia	Tuottoaste, ka.	Tuottoaste, maksimi	Panos, ka.	Panos, maksimi	Vararikkojen osuus
Martingaali	**-29,0 %**	**219,4 %**	**9,6**	**128**	**81,0 %**
1	-7,6 %	75,2 %	8,0	64	57,1 %
X	-52,2 %	-18,1 %	9,8	128	100,0 %
2	-27,2 %	219,4 %	11,1	128	85,7 %
Fibonacci	**-15,0 %**	**142,1 %**	**6,2**	**89**	**52,4 %**
1	-13,7 %	18,8 %	4,4	55	28,6 %
X	2,1 %	142,1 %	7,0	55	57,1 %
2	-33,4 %	86,3 %	7,2	89	71,4 %
Dynaaminen	**-10,3 %**	**45,5 %**	**5,3**	**100**	**42,9 %**
1	-10,4 %	37,9 %	7,2	100	57,1 %
X	1,8 %	41,3 %	4,0	53	28,6 %
2	-22,4 %	45,5 %	4,6	95	42,9 %

Taulukko 10: Alkupääoma = 1 000

Strategia	**Tuottoaste, ka.**	**Tuottoaste, maksimi**	**Panos, ka.**	**Panos, maksimi**	**Vararikkojen osuus**
Martingaali	**15,1 %**	**191,4 %**	**28,9**	**512**	**42,9 %**
1	-5,1 %	44,3 %	20,4	512	28,6 %
X	22,3 %	191,4 %	33,4	512	57,1 %
2	28,0 %	140,4 %	32,8	512	42,9 %
Fibonacci	**-8,2 %**	**114,7 %**	**15,6**	**610**	**23,8 %**
1	-0,9 %	3,5 %	5,3	89	0,0 %
X	-12,6 %	28,6 %	20,3	610	28,6 %
2	-11,0 %	114,7 %	21,3	377	42,9 %
Dynaaminen	**-5,0 %**	**6,8 %**	**8,7**	**271**	**14,3 %**
1	0,0 %	5,7 %	10,3	201	14,3 %
X	-6,5 %	6,2 %	8,3	201	14,3 %
2	-8,6 %	6,8 %	7,4	271	14,3 %

Taulukko 11: Alkupääoma = 10 000

Strategia	**Tuottoaste, ka.**	**Tuottoaste, maksimi**	**Panos, ka.**	**Panos, maksimi**	**Vararikkojen osuus**
Martingaali	**29,8 %**	**512,2 %**	**121,9**	**8192**	**19,0 %**
1	-4,1 %	38,2 %	74,3	4096	14,3 %
X	-1,6 %	58,3 %	169,3	4096	28,6 %
2	95,3 %	512,2 %	122,1	8192	14,3 %
Fibonacci	**40,6 %**	**938,5 %**	**51,6**	**4181**	**9,5 %**
1	-0,1 %	0,3 %	5,3	89	0,0 %
X	-6,0 %	15,5 %	65,8	2584	14,3 %
2	128,0 %	938,5 %	83,7	4181	14,3 %
Dynaaminen	**-4,0 %**	**0,7 %**	**21,8**	**6370**	**4,8 %**
1	0,4 %	0,6 %	24,1	6370	0,0 %
X	0,4 %	0,6 %	6,9	362	0,0 %
2	-12,9 %	0,7 %	34,5	5448	14,3 %

Taulukko 12: Alkupääoma = 100 000

Strategia	Tuottoaste, ka.	Tuottoaste, maksimi	Panos, ka.	Panos, maksimi	Vararikkojen osuus
Martingaali	**-5,5 %**	**51,2 %**	**432,5**	**32768**	**14,3 %**
1	-3,9 %	3,8 %	157,0	16384	0,0 %
X	-14,0 %	5,8 %	766,4	32768	28,6 %
2	1,3 %	51,2 %	374,2	32768	14,3 %
Fibonacci	**9,2 %**	**93,9 %**	**89,5**	**28657**	**0,0 %**
1	0,0 %	0,0 %	5,3	89	0,0 %
X	13,6 %	92,6 %	161,1	28657	0,0 %
2	14,0 %	93,9 %	102,2	6765	0,0 %
Dynaaminen	**0,0 %**	**0,1 %**	**23,5**	**6370**	**0,0 %**
1	0,0 %	0,1 %	24,1	6370	0,0 %
X	0,0 %	0,1 %	6,9	362	0,0 %
2	0,0 %	0,1 %	39,3	6163	0,0 %

Taulukko 13: Joustava alkupääoma

Strategia & Panostus-kohde		Vaadittu pääoma	Tuotto	Tuotto-aste	Panosten määrä	Panos, maksimi	Panos, ka.
Martingaali	1	27083	-27083	-100,0 %	307	16384	151,4
Martingaali	X	8388607	16225077	193,4 %	511	4194304	16768,7
Martingaali	2	16775009	7458274	44,5 %	462	8388608	36397,8
Fibonacci	1	3961	690	17,4 %	174	1597	28,6
Fibonacci	X	75024	95394	127,2 %	511	28657	164,0
Fibonacci	2	17439	98224	563,2 %	384	6765	103,5
Dynaaminen	1	8351	349	4,2 %	511	6370	25,2
Dynaaminen	X	1744	331	19,0 %	511	362	7,1
Dynaaminen	2	17670	334	1,9 %	511	6163	39,0

Taulukko 14: Joustava alkupääoma vaihtoehtoisella aineistolla

Strategia & Panostus-kohde		**Vaadittu pääoma**	**Tuotto**	**Tuotto-aste**	**Panosten määrä**	**Panos, maksimi**	**Panos, ka.**
Martingaali	1	63970	70489	110,2 %	619	32768	116,1
Martingaali	X	42632	196662	461,3 %	872	32768	288,2
Martingaali	2	4113796	3563703	86,6 %	798	2097152	6160,1
Fibonacci	1	1530	1143	74,7 %	323	610	8,9
Fibonacci	X	1994	5544	278,1 %	872	987	16,7
Fibonacci	2	37806	17173	45,4 %	692	17711	105,7
Dynaaminen	1	309	635	205,2 %	872	448	6,0
Dynaaminen	X	386	542	140,5 %	872	130	4,7
Dynaaminen	2	1576	562	35,7 %	872	891	6,8