

Aalto-yliopisto  
Perustieteiden korkeakoulu  
Teknillisen fysiikan ja matematiikan tutkinto-ohjelma

Ensimmäisen asteen stokastinen dominanssi  
kuljetusverkoston  
riskienhallintatoimenpiteiden valinnassa

MS-E2108 Systemianalyysin erikoistyö  
26.1.2016

Joonas Lanne

Valvoja & Ohjaaja: Prof. Ahti Salo

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla.  
Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

# Sisältö

<b>1</b>	<b>Johdanto</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Kirjallisuuskatsaus</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Mallinnusviitekehys</b>	<b>4</b>
3.1	Verkostomalli . . . . .	4
3.2	Vikaantumiset ja suorituskyky . . . . .	5
3.3	Riskienhallintatoimenpiteet . . . . .	6
3.4	Optimaalisten toimenpideportfolioiden laskeminen . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Numeerinen esimerkki</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Johtopäätökset</b>	<b>14</b>

# 1 Johdanto

Kriittiset infrastruktuurit voidaan määritellä sellaisiksi fyysisiksi tai virtuaalisiksi systeemeiksi, jotka ovat yhteiskunnan kannalta niin elintärkeitä, että niiden vikaantumisella on yleistä turvallisuutta, taloudellista toimivuutta, terveyttä tai turvallisuutta heikentävä vaikutus (Moteff ja Parfomak, 2004). Yhdysvaltain Homeland Security -virasto määrittelee yhteiskunnan kannalta kriittisiksi infrastruktuureiksi maatalouden, pankkitoiminnan, kemianteollisuuden, maanpuolustuksen, hätä- ja ensiapupalvelut, energiaverkostot, ruoanjakelun, hallituksen, informaatio- ja puhelinyhteydet, posti- ja lähetyspalvelut, julkisen terveydenhuollon, kuljetusverkot ja vedenjakelun (Brown et al., 2006).

Edellä kuvatun kaltaisia infrastruktuureja voidaan usein mallintaa verkostoilla, joissa solmut on yhdistetty toisiinsa kaarilla. Verkoston komponenttien välisiin yhteyksiin kohdistuu usein joitakin fysikaalisia tai taloudellisia rajoitteita, kuten yksittäisen putken maksimivirtaus Alderson et al. (2014). Verkostomallin kaarilla kuvataan kaikki mahdolliset yhteydet solmujen välillä ja kaarien rajoittavat ominaisuudet kuvataan asettamalla niille maksimivirtaukset. Edellä mainituissa modernin yhteiskunnan systeemeissä tilanne voisi olla rautatieverkosto, jossa päärautatieasemaa mallinnetaan verkoston lähteenä ja se on yhdistetty kaarilla junien pääteasemia kuvaaviin verkoston nieluihin tai muihin solmuihin.

Kriittistä infrastruktuuria kuvaavan verkoston solmut tai kaaret voivat vikaantua toisistaan riippumatta esimerkiksi teknisen vian tai ilkeivallan seurauksena. Verkostot ovat riippumattomien vikaantumisten lisäksi alttiita yhteisvikaantumisille, kuten poikkeukselliset sääilmiöt, jotka voivat vikaannuttaa valtaosan verkoston solmuista ja kaarista. Tällaiset vikaantumiset alentavat tyypillisesti verkoston suorituskykyä, jota voidaan mitata esimerkiksi rautatieverkoston tapauksessa tarkastelemalla kokonaiskysynnän täyttöastetta. Kokonaiskysynnän täyttöaste kuvaa rautatieverkoston onnistumista tehtävässään, joka on ihmisten ja hyödykkeiden kuljetaminen asemien välillä. Verkoston vikojen sietokykyä kutsutaan resilienssiksi, jota voidaan mallintaa esimerkiksi tarkastelemalla systeemin kokonaisuorituskyvyn alenemista tunnetun pituisen aikaikkunan sisällä (Omer et al., 2012). Verkoston resilienssiä voidaan parantaa esimerkiksi ennaltaehkäisevillä riskienhallintatoimenpiteillä, jotka pienentävät solmujen vikaantumistodennäköisyyksiä. Riskienhallintatoimenpiteiden valinta on kuitenkin tyypillisesti hankalaa, sillä (i) erilaisia toimenpideyhdistelmiä eli -portfolioita on toimenpiteiden lukumäärään suhteutettuna eksponentiaali-

nen määrä, (ii) toimenpiteiden vaikutus verkoston resilienssiin on vahvasti epälineaarinen ja (iii) toimenpiteiden kustannuksen ja hyödyn tasapaino riippuu päätöksentekijän mieltymyksistä.

Tässä työssä kehitetään analyttinen malli, jonka avulla voidaan valita ei-dominoidut riskienhallintatoimenpideportfoliot kuljetusverkostossa, jossa tavoitteena on täyttää eri solmujen kysynät kaarien virtausta rajoittavien maksimikapasiteettien puitteissa. Työssä tarkastellaan määrätyn pituista aikaikkunaa, jonka aikana solmu toimii joko täydellisesti tai ei ollenkaan. Dominanssin määritelmää käytetään ensimmäisen asteen stokastista dominanssia, kun eri portfolioiden vaikutuksia tarkastellaan usean eri täyttöasterajan ylittämisen todennäköisyyteen samalla minimoiden portfolioon aiheuttamia kustannuksia. Työssä keskitytään tarkastelemaan toimenpiteitä, joilla voidaan pienentää verkoston solmujen riippumatonta vikaantumistodennäköisyyttä tai suojata verkosto yhteisvikaantumisen vaikutuksilta. Mallin käyttöä esitellään numeerisen esimerkin avulla.

Työn rakenne on seuraavanlainen. Luvussa 2 tarkastellaan aiheesta kirjoitettua kirjallisuutta ja aiempia lähestymistapoja. Luvussa 3 esitellään verkostomalli ja ei-dominoitujen portfolioiden valinta-algoritmi, joiden käyttöä havainnollistetaan numeerisen esimerkin valossa luvussa 4. Luvussa 5 tehdään johtopäätökset ja pohditaan mallin käyttötarkoituksia, rajauksia ja laskennallisia haasteita.

## 2 Kirjallisuuskatsaus

Verkostojen riskejä ja niiden resilienssiä sekä niiden tarkasteluun vaadittavia työkaluja on tutkittu laajasti vuosituhanen alusta lähtien. Perinteiset menetelmät pyrkivät löytämään mahdollisimman luotettavia verkstorakenteita siten, että solmujen väliset yhteydet säilyvät mahdollisimman hyvinä vikaannuttavan tapahtuman jälkeen (Latora ja Marchiori, 2005), (Israeli ja Wood, 2002). Tämänkaltaisissa menetelmissä verkstorakenteiden luotettavuutta mitataan solmujen välisten yhteyksien määrällä tai niiden pituuksilla.

Vaikka verkstorakenteiden tarkastelu antaa mielenkiintoisia tuloksia rakenteiden suunnittelusta, niistä on vain vähän hyötyä tilanteisiin, joissa verkoston rakennetta on liian kallista muuttaa. Lisäksi solmujen välisten yhteyksien tarkasteleminen saattaa olla toimiva menetelmä muun muassa tietoliikenneverkkojen luotettavuuden mittaamiseen, mutta se voi olla riittämätön mittari tarkasteltaessa verkostoja, joiden tehtävänä on kuljettaa hyödykkeitä ja

matkustajia tehokkaasti paikasta toiseen (Scaparra ja Church, 2008).

Kuljetusverkostoissa hyödykkeet tai matkustajat liikkuvat kaaria pitkin nielusolmuihin, joiden kysyntä pyritään täyttämään. Kuljetusverkostojen luotettavuuden arviointiin sopii paremmin kokonaiskysynnän odotusarvoinen täyttöaste. Omer et al. (2012) esimerkiksi tarkastelevat kokonaiskysynnän täyttöastetta kuljetusverkostoissa, joissa hyödykkeet liikkuvat meriteitse satamien välillä. Toimintakyvytön satama ei voi vastaanottaa rahtialuksien toimittamia hyödykkeitä riippumatta yhteyksien pituuksista ja niiden määrästä. Tämä alentaa kokonaiskysynnän täyttöastetta.

Kuljetusverkostoihin liittyvät vikaantumistapahtumat voivat johtua esimerkiksi älykkään vastapuolen verkostoon kohdistamista hyökkäyksistä. Tällaisilta hyökkäyksiltä suojautumisen tueksi on kehitetty peliteoreettisia malleja (ks. esim. Brown et al. (2006)). Tässä työssä rajoitutaan kuitenkin tarkastelemaan yleisimpiä tahattomia vaurioita, kuten komponenttien hajoamiset, poikkeukselliset sääilmiöt ja inhimilliset virheet (Murray, 2013). Nämä voidaan jakaa (i) solmujen riippumattomiin vikaantumisiin, kuten komponenttien hajoamiset, joiden tapahtuminen ei vaikuta muiden solmujen vikaantumisten todennäköisyyksiin ja (ii) harvinaisempaan yhteisvikaan, joka vikaannuttaa useita verkoston solmuja (Botev et al., 2012).

Systeemin sietokykyä vikaantumisia vastaan voidaan kuvata resilienssillä. Omer et al. (2012) määrittelevät systeemin resilienssin sen kyvyksi ottaa vastaan vikaannuttava tapahtuma ja järjestäytyä uudelleen muutoksen jälkeen saavuttaakseen alkuperäistä vastaavan toiminnallisuuden, rakenteen ja tasapainon. Resilientin systeemin kokemalla vikaantumistapahtumalla on vähäinen vaikutus systeemin toimintoihin (Alderson et al., 2014). Murray (2013) tarkastelee kuljetusverkoston resilienssiä sen läpi kulkevan maksimivirtauksen avulla, jolloin vikaantumisten aiheuttamat alenemat maksimivirtauksessa vaikuttavat kokonaiskysynnän täyttöön.

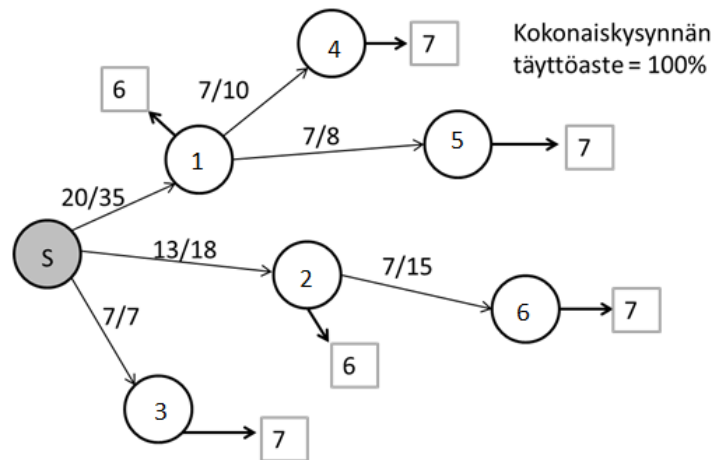
Resilienssiä voidaan parantaa toimenpiteillä, jotka vahvistavat systeemiä ja joiden seurauksena systeemi voi vaurioitumisen jälkeen jatkaa operatiivista toimintaansa nopeammin (Omer et al., 2012). Vugrin et al. (2009) mittaavat systeemin resilienssiä todennäköisyydellä, jolla sen suorituskyky on riittävällä tasolla jonkin ajan kuluttua vikaantumisesta. Tässä asetelmassa verkoston resilienssiä voidaan parantaa pienentämällä yksittäisten solmujen korjaamisaikoja. Kangaspunta ja Salo (2014) kehittävät menetelmän, jonka avulla voidaan tarkastella eri vikaantumistapahtumien vaikutuksia kuljetusverkoston resilienssiin. Tällä menetelmällä voidaan löytää kustannustehokkaat riskienhallintatoimenpideportfoliot eli yhdistelmät yksittäisten solmujen vikaantumistodennäköisyyksiä pienentävistä riskienhal-

lintatoimenpiteistä. Tässä työssä näitä menetelmiä hyödynnetään luomalla malli, jossa riskienhallintatoimenpideportfolioiden joukosta etsitään sellaiset ei-dominoidut portfoliot, jotka parantavat kustannustehokkaasti verkoston todennäköisyyttä ylittää sille asetetut suorituskykyraajat.

### 3 Mallinnusviitekehys

#### 3.1 Verkostomalli

Tarkastellaan verkostoa  $G(V, E)$ , joka koostuu solmuista  $V = \{S, 1, \dots, n\}$  ja suunnatuista kaarista  $E \subseteq \{(i, j) | i, j \in V\}$ . Tässä solmu  $S$  on lähde ja solmujoukko  $W \subseteq \{1, \dots, n\}$  on nieluja. Solmujen kysynät ovat  $d_i$  siten, että  $d_i = 0, \forall i \in V \setminus W$ . Virtausmuuttuja  $f_{ij}$  kuvaa virtausta kaarella  $(i, j)$ , ja sitä rajoittaa kyseisen kaaren maksimikapasiteetti  $r_{ij}$ . Esimerkki verkostosta on kuvassa 1. Kaarien maksimikapasiteetit ja niiden optimaaliset virtaukset on esitetty kaarien vieressä ja solmuista ulospäin suuntautuvat neliöt kuvaavat solmujen kysyntöjä.

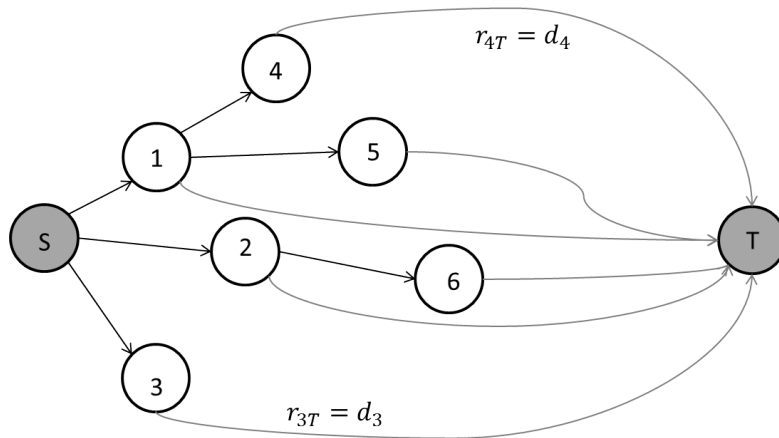


Kuva 1: Esimerkkiverkosto

Solmujen kysynnän täyttävä virtaus voidaan ratkaista määrittelemällä jokaisesta solmusta  $i \in \{1, \dots, n\}$  kaari  $(i, T)$  keinotekoiseen loppusolmuun  $T$  ja asettamalla jokaisen kaaren kapasiteettirajoitteeksi sen alkupisteenä olevan solmun kysyntä ( $r_{iT} = d_i$ ). Solmujen yhdistäminen loppusolmuun  $T$  tapahtuu kuten kuvassa 2. Verkoston  $G(V, E)$  suurin mahdollinen kokonaiskysynnän täyttö saadaan maksimoimalla loppusolmuun  $T$  virtaavien hyödykkeiden tai

palveluiden määrää, kun solmuihin  $\{1, \dots, n\}$  tuleva ja sieltä lähtevä virtaus rajoitetaan yhtä suuriksi. Kokonaiskysynnän täytön maksimointi voidaan muotoilla LP-tehtävänä (1).

$$\begin{aligned} \max_f F(G(V, E)) &= \sum_{i=1}^n f_{iT} \\ \text{s.t. } 0 \leq f_{ij} &\leq r_{ij}, \quad i, j \in V \\ 0 \leq f_{iT} &\leq d_i, \quad i \in V \\ f_{Sj} + \sum_{i \neq j} f_{ij} &= \sum_{k \neq j} f_{jk} + f_{jT}, \quad j \in V \end{aligned} \quad (1)$$

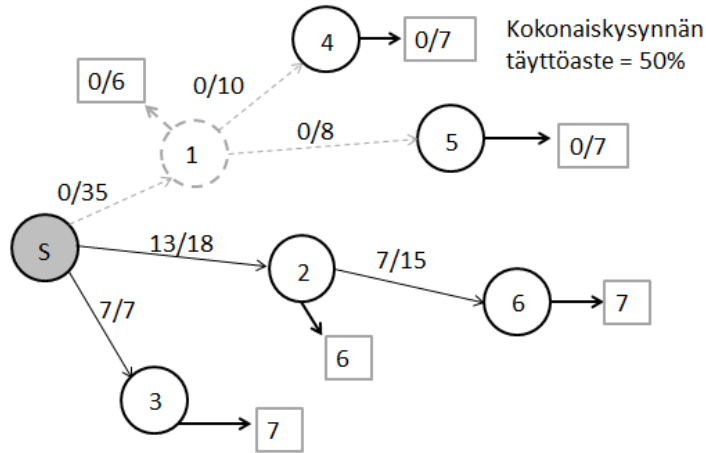


Kuva 2: Loppusolmu T

Tämän maksimivirtaustehtävän ratkaisemiseen käytetään valmista ratkaisumenetelmää (Boykov ja Kolmogorov, 2004).

### 3.2 Vikaantumiset ja suorituskyky

Oletetaan, että solmut  $\{1, \dots, n\}$  voivat vikaantua (i) toisistaan riippumatta todennäköisyyksillä  $p = [p_1, \dots, p_n]$ ,  $p_i \in [0, 1] \forall i$  ja (ii) yhteisvian seurauksena todennäköisyydellä  $p_C \in [0, 1]$ . Yhteisvian seurauksena kaikki verkoston solmut vikaantuvat. Vikaantuneen solmun korjaamiseen kuuluu kaikille solmuille sama aika. Vikaantumisia voidaan kuvata binäärisellä vektorilla  $z(h) = [z_1(h), \dots, z_n(h)]$ , missä  $h \subseteq V$  on vikaantuneiden solmujen muodostama joukko ja  $h_i = 1$  jos ja vain jos solmu  $i$  on vikaantunut. Vikaantunut verkosto on tällöin  $G(V', E')$ , missä  $V' = V \setminus h$  ja  $E' = E \setminus \{(i, j) | i \in h \vee j \in h\}$ . Solmun 1 vikaantuessa kuvan 1 esimerkkiverkosto on kuten kuvassa 3.



Kuva 3: Verkoston vikaantumiset

Verkoston kokonaiskysynnän täyttöaste  $\tilde{F}(G', h)$  voidaan laskea vertaamalla vikaantuneen verkoston kysynnän täyttöä  $F(G', h)$  sellaisen verkoston kysynnän täyttöön  $F(G)$ , jonka yksikään solmu ei ole vikaantunut. Kuvan 3 esimerkkiverkoston kokonaiskysynnän täyttöaste on 50%.

$$\tilde{F}(G, h) = \frac{F(G', h)}{F(G)}, \quad F(G) \neq 0 \quad (2)$$

### 3.3 Riskienhallintatoimenpiteet

Tarkastellaan tilannetta, jossa verkostolle voidaan tehdä solmujen riippumattomia vikaantumistodennäköisyyksiä pienentäviä riskienhallintatoimenpiteitä. Toimenpiteen seurauksena solmun  $i$  vikaantumistodennäköisyys pienenee  $p_i$ :stä  $p'_i$ :hin. Toimenpiteet muodostavat binäärisen portfolion  $y = [y_1, \dots, y_n]$ , jossa indeksit  $i = 1, \dots, n$  kuvaavat riskienhallintatoimenpiteitä siten, että  $y_i=1$ , jos ja vain jos toimenpide  $i$  on valittu portfolioon. Riskienhallintatoimenpideportfolion kustannukset koostuvat yksittäisten toimenpiteiden kustannuksista  $c_i, i = 1, \dots, n$ . Riskienhallintatoimenpiteillä vahvistetussa verkostossa  $G$  solmun  $i$  vikaantumistodennäköisyys on  $p_i$ , jos  $y_i = 0$  ja  $p'_i$ , jos  $y_i = 1$ .



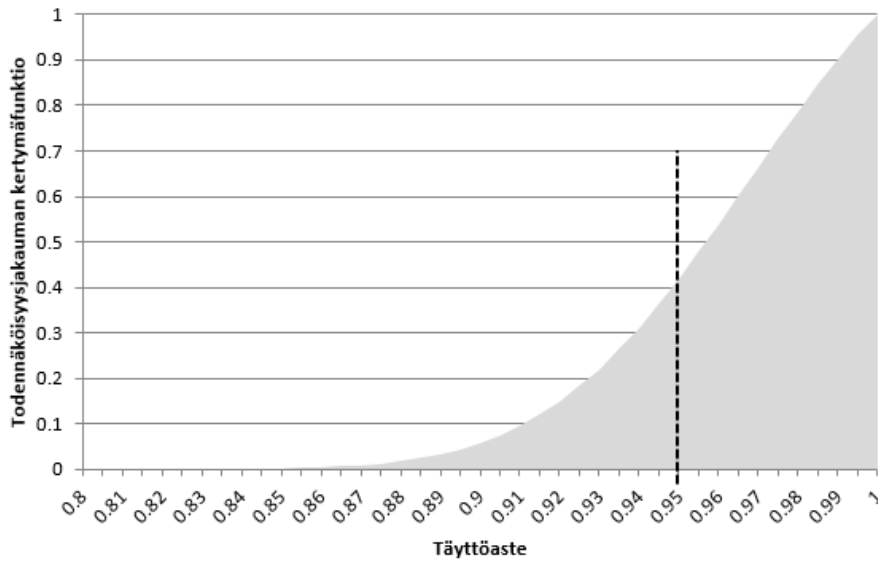
### 3.4 Optimaalisten toimenpideportfolioiden laskeminen

Vikaantumiskombinaatioiden määrä kasvaa eksponentiaalisesti solmujen määrän kasvaessa, jolloin laskenta-aika pitenee merkittävästi tuottaen vain vähän lisäarvoa huomioimalla kaikkein epätodennäköisimmät kombinaatiot. Pelkistä riippumattomista vikaantumisista koostuvien vikaantumiskombinaatioiden mahdollinen määrä  $n$  solmusta koostuvassa verkostossa on  $2^n$ . Rajataan kaikkein epätodennäköisimmät vikaantumiskombinaatiot tarkastelun ulkopuolelle asettamalla vikaantumisten lukumäärälle yläraja  $|\mathbf{h}| = \sum_{i=1}^n z_i(h) \leq u$ . Tällöin erilaisia vikaantumiskombinaatioita on yhteensä  $M = \sum_{l=1}^u \binom{n}{l}$  kappaletta. Näitä vikaantumiskombinaatioita  $h^m, m = 1, \dots, M$  kuvataan binäärisillä vektoreilla  $z(h^m)$ . Vikaantumiskombinaation  $h^m$  todennäköisyys riskienhallintatoimenpideportfoliolla  $y$  vahvistetussa verkostossa voidaan laskea kaavalla (3)

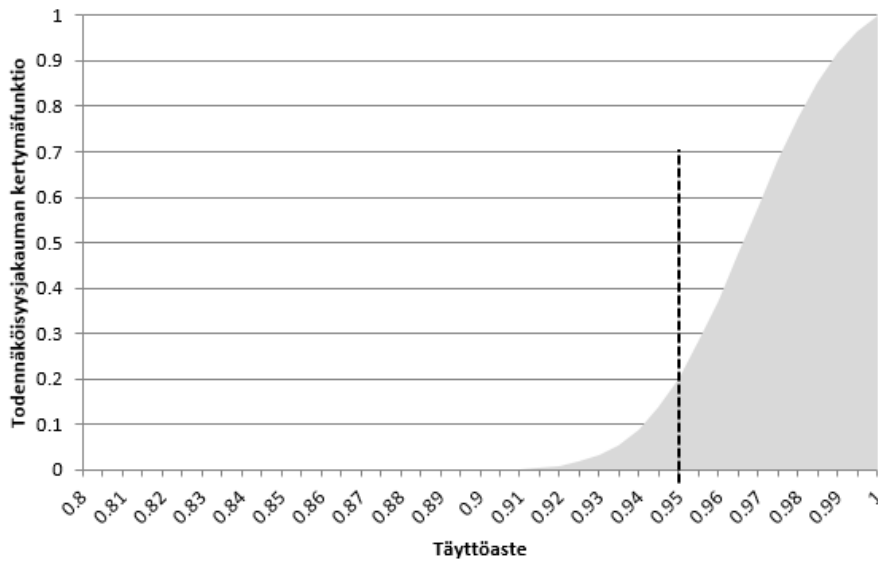
$$P(h^m, y) = \prod_{i=1}^n [z_i(h^m)((1 - p_C)(p_i(1 - y_i) + p'_i y_i) + p_C) + (1 - z_i(h^m))(1 - p_C)((1 - p_i)(1 - y_i) + (1 - p'_i)y_i)]. \quad (3)$$

Vikaantumiskombinaation todennäköisyys on tulo yksittäisten solmujen todennäköisyyksistä olla vikaantumiskombinaation osoittamassa tilassa. Jos solmulle ei ole valittu vikaantumistodennäköisyyttä vahvistavaa toimenpidettä, sen vikaantumistodennäköisyys on  $p_i$  ja toimimistodennäköisyys on  $1 - p_i$ . Jos solmulle on valittu vikaantumistodennäköisyyttä vahvistava toimenpide, sen vikaantumistodennäköisyys on  $p'_i$  ja toimimistodennäköisyys on  $1 - p'_i$ . Yhteisvika tapahtuu todennäköisyydellä  $p_C$  ja jää tapahtumatta todennäköisyydellä  $1 - p_C$ .

Kokonaiskysynnän täyttöasteet  $\tilde{F}(G, h)$  ja niiden todennäköisyydet  $P(y, h^m)$  muodostavat jakauman. Jakauman muoto kuvaa verkoston luotettavuutta ja sitä voidaan parantaa riskienhallintatoimenpiteillä. Kuvassa 4 on esimerkki riskienhallintatoimenpiteillä vahvistamattoman verkoston täyttöastejakauman kertymäfunktioista. Kuvassa 5 esitellään riskienhallintatoimenpiteiden vaikutusta verkoston täyttöastejakaumaan. Tässä esimerkissä vähintään 0,95 suuruisen täyttöasteen saavuttamisen onnistuu ilman riskienhallintatoimenpiteitä noin 60% todennäköisyydellä ja riskienhallintatoimenpiteillä vahvistetussa verkostossa noin 80% todennäköisyydellä.



Kuva 4: Täyttöastejakauman kertymäfunktio ennen riskienhallintatoimenpiteitä



Kuva 5: Täyttöastejakauman kertymäfunktio riskienhallintatoimenpiteillä vahvistetussa verkostossa

Tarkastellaan tilannetta, jossa verkoston kokonaiskysynnän täyttöasteelle valitaan suorituskykytaso  $\tilde{F}_{min}^i$  ja lasketaan kunkin tason saavuttamisen

todennäköisyys  $\alpha^i(y)$ . Toimenpideportfoliolla  $y$  vahvistetun verkoston todennäköisyys rajan saavuttamiselle on

$$\alpha^i(y) = \sum_{m | \tilde{F}(G, h^m) \geq \tilde{F}_{min}^i} P(y, h^m). \quad (4)$$

Ei-dominoidut toimenpideportfoliot valitaan etsimällä sellaiset portfoliot, jotka ovat jokaisella suorituskykytasolla mitattuna parempia tai yhtä hyviä sekä aiheuttavat pienemmät tai samat kustannukset kuin dominoidut portfoliot ja lisäksi ovat vähintään yhdellä kriteerillä mitattuna aidosti parempia. Ei-dominoitujen portfolioiden joukko  $D$  voidaan määritellä seuraavasti.

$$\begin{aligned} y^k \in D \Rightarrow \nexists j : \alpha^i(y^j) \geq \alpha^i(y^k) \forall i \wedge \sum_{i=1}^n y_i^j c_i \leq \sum_{i=1}^n y_i^k c_i \wedge \\ \exists i : \alpha^i(y^j) > \alpha^i(y^k) \vee \sum_{i=1}^n y_i^j c_i < \sum_{i=1}^n y_i^k c_i \end{aligned} \quad (5)$$

Ratkaisumenetelmä on muotoiltu algoritmiksi 1.

---

**Algoritmi 1** Odotusarvoisen kysynnän täyttöasteen laskeminen

---

- 1: Muodostetaan vikaantumiskombinaatiot  $z(h^1), \dots, z(h^M)$ .
  - 2: **for**  $m = 1$  to  $M$  **do**
  - 3:     Lasketaan  $\tilde{F}(G, h^m)$  käyttäen kaavaa (2).
  - 4:     Lasketaan  $P(y, h^m)$  käyttäen kaavaa (3).
  - 5: **end for**
  - 6: Kiinnitetään suorituskykytasot  $\tilde{F}_{min}^i$  ja lasketaan  $\alpha^i(y) \forall i$  käyttämällä kaavaa (6).
  - 7: Lasketaan portfolion kustannus.
  - 8: Valitaan portfoliot, jotka kuuluvat joukkoon  $D$ .
- 

Tarkastellaan seuraavaksi tilannetta, jossa voidaan tehdä yhteisvian tapahtumisen ehkäisevä toimenpide. Tällaisen toimenpiteen vaikutusta verkoston resilienssiin tarkastellaan kiinnittämällä yksi suorituskykyraja  $\tilde{F}_{min}^i$  ja laske-  
malla tähän liittyvä saavuttamisen todennäköisyys  $\alpha^i$  sekä laske-  
malla verkoston kokonaiskysynnän odotusarvoinen täyttöaste. Kokonaiskysynnän odo-  
tusarvoinen täyttöaste on

$$\mathbb{E}_h[\tilde{F}(G, h, y)] = \sum_{m=1}^M P(y, h^m) \tilde{F}(G', h^m). \quad (6)$$

Näitä tuloksia vertaillaan tilanteeseen, jossa yhteisvian tapahtuminen on mahdollinen.

Mallin parametrit ja muuttujat on kerätty taulukkoon 1.

Taulukko 1: Mallissa käytetyt notaatiot

---

$n$	:	Solmujen lukumäärä verkostossa
$d_i$	:	Solmun $i$ kysyntä
$r_{ij}$	:	Kaaren $(i, j)$ kapasiteettirajoite
$f_{ij}$	:	Kaaren $(i, j)$ läpi kulkeva virtaus
$p_i$	:	Vahvistamattoman solmun riippumaton vikaantumistodennäköisyys
$p'_i$	:	Vahvistetun solmun riippumaton vikaantumistodennäköisyys
$p_C$	:	Solmun yhteisviasta johtuvan vikaantumisen todennäköisyys
$z(h)$	:	Vikaantumisrealisaatiota kuvaava binäärinen vektori
$u$	:	Yläraja vikaantumisten lukumäärälle
$c_i$	:	Solmun $i$ vikaantumistodennäköisyyden pienentämisen kustannus
$y$	:	Riskienhallintatoimenpiteitä kuvaava binäärinen vektori
$w$	:	Yläraja riskienhallintatoimenpiteiden lukumäärälle
$\tilde{F}_{min}^i$	:	Kokonaiskysynnän täyttöasteen suoritustaso
$\alpha^i$	:	Todennäköisyys, jolla kokonaiskysynnän täyttöaste saavuttaa vaaditun rajan $\tilde{F}_{min}^i$
$F(G)$	:	Kokonaiskysynnän täyttö verkostossa $G$
$\tilde{F}(G', h)$	:	Kokonaiskysynnän täyttöaste verkostossa $G'$ , jossa solmujoukko $h$ vikaantuu

Riskienhallintatoimenpideportfolio

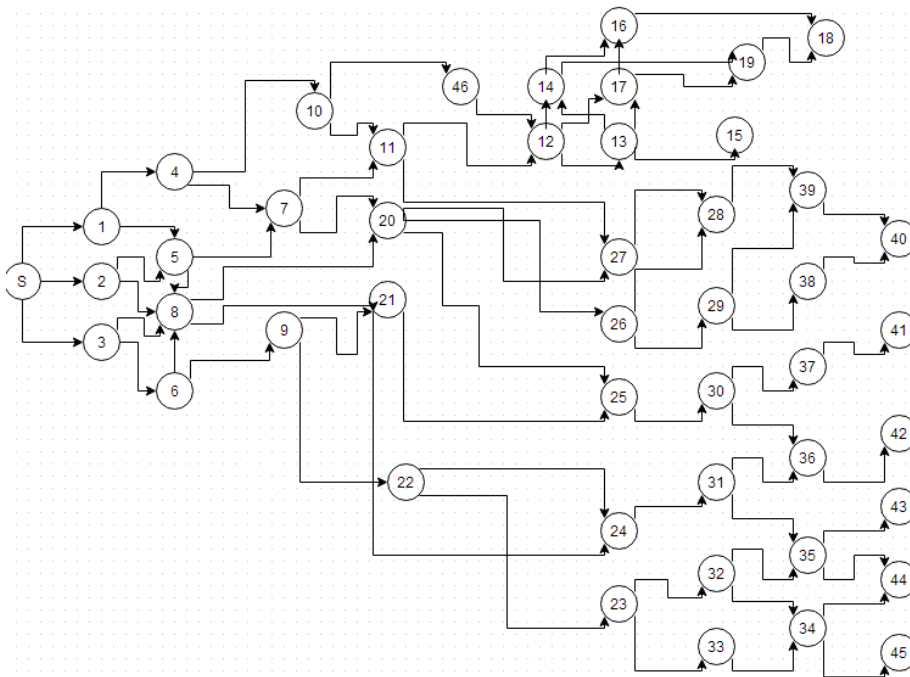
$$y_{1,\dots,n} = \begin{cases} 1, & \text{jos solmun } i \text{ vikaantumistodennäköisyyttä pienennetään} \\ 0, & \text{muuten} \end{cases}$$


---

## 4 Numeerinen esimerkki

Mallia havainnollistetaan esimerkinomaisella rautatieverkostolla, jonka tehtävänä on kuljettaa ihmisiä ja hyödykkeitä asemien välillä. Rautatieverkoston lähde on päärautatieasema ja nielut ovat junien pääteasemia, joihin ihmiset ja hyödykkeet liikkuvat. Riippumattoman vikaantumisen todennäköisyydeksi asetetaan kaikille solmuille  $p_i = 0.01 \forall i$  alkutilassa ja  $p'_i = 0.005 \forall i$  vahvistavan toimenpiteen jälkeen. Yhteisvian todennäköisyys on  $p_C = 0.005$ . Täyttöasteen suorituskykyrajoiksi valitaan  $\tilde{F}_{min}^1 = 0.75$ ,  $\tilde{F}_{min}^2 = 0.85$  ja  $\tilde{F}_{min}^3 = 0.95$ . Jokaisen nielun vikaantumistodennäköisyyttä pienentävän toimenpiteen aiheuttama kustannus on  $c_i = 1 \forall i$ .

Kuvassa 6 esitetystä esimerkiverkostossa on yksi lähde  $S$  ja 46 nielua. Koska näin monesta solmusta koostuvassa verkostossa vikaantumiskombinaatioiden määrä on suuri, rajoitetaan vikaantumisten määrä olemaan  $u = 4$ . Näin tekemällä katetaan silti 99,94% todennäköisyysjakaumasta kun riskienhallintatoimenpiteitä ei ole tehty. Asetetaan myös riskienhallintatoimenpiteiden lukumäärälle yläraja  $w = 4$ . Esimerkiverkoston parametrit on esitetty taulukossa 2.



Kuva 6: Numeerisen esimerkin verkostomalli

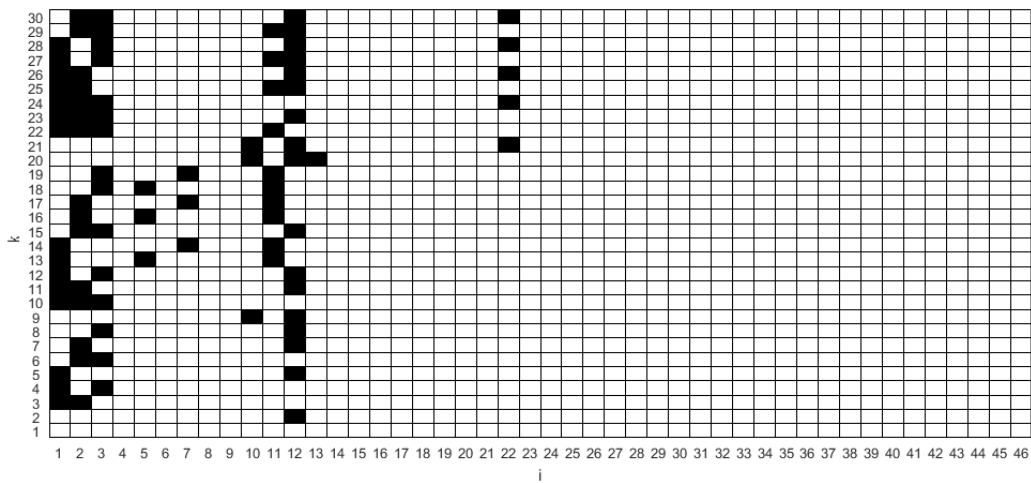
Taulukko 2: Numeerisen esimerkin parametrit

---

$n$	$= 46$
$d_i$	$= \begin{cases} 10, & i \in [1, 2, 3, 4, 5, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19] \\ 5, & \text{muuten} \end{cases}$
$r_{ij}$	$= \begin{cases} 100, & (i, j) \in [(S, 1), (S, 2), (S, 3), (1, 4), (4, 10), (5, 7), (7, 20)] \\ 90, & (i, j) \in [(11, 27), (20, 27)] \\ 80, & (i, j) \in [(3, 6), (11, 12)] \\ 70, & (i, j) \in [(2, 5), (2, 8), (12, 13)] \\ 60, & (i, j) \in [(1, 5), (4, 7), (5, 8), (6, 8), (6, 9), (7, 11), (8, 20)] \\ 50, & (i, j) \in [(3, 8), (8, 21), (9, 21), (9, 22), (10, 11)] \\ 40, & (i, j) \in [(12, 14), (20, 25), (20, 26), (21, 24), (21, 25), \\ & \quad (22, 23), (22, 24)] \\ 30, & (i, j) \in [(12, 17), (13, 14), (13, 17), (23, 32), (23, 33), \\ & \quad (24, 31), (25, 29), (25, 30), (26, 28), (26, 29)] \\ 20, & (i, j) \in [(13, 15), (14, 16), (14, 19), (17, 16), (17, 19), \\ & \quad (27, 28), (28, 39), (29, 37), (29, 38)] \\ 15, & (i, j) \in [(30, 36), (30, 37), (31, 35), (31, 36), (32, 34), \\ & \quad (32, 35), (33, 34)] \\ 10, & (i, j) \in [(16, 18), (19, 18), (36, 42), (37, 41), (38, 40), (39, 40)] \end{cases}$
$\tilde{F}_{min}^i$	$= \begin{cases} 0.75, & i = 1 \\ 0.85, & i = 2 \\ 0.95, & i = 3 \end{cases}$
$p_i$	$= 0.01 \forall i$
$p'_i$	$= 0.005 \forall i$
$p_C$	$= 0.05$
$c_i$	$= 1 \forall i$
$u$	$= 4$
$w$	$= 4$

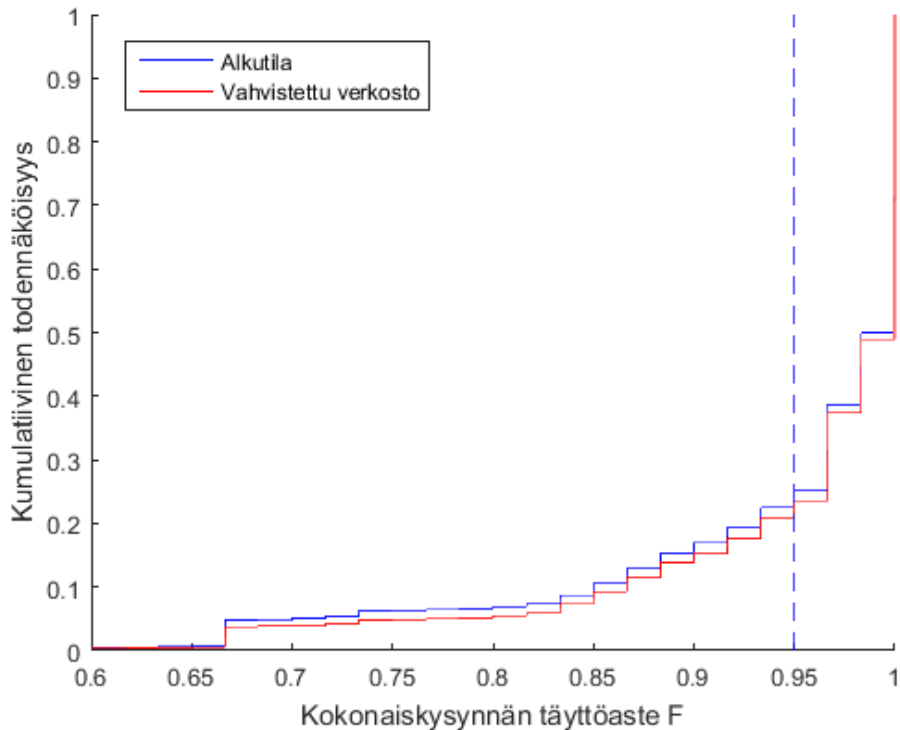
---

Ei-dominoidut portfoliot  $y^k$  on esitetty kuvaajassa 7. Mustat ruudut vastaavat toimenpiteen valitsemista portfolioon. Tuloksista nähdään, että verkoston alkupään solmujen 1, 2 ja 3 lisäksi sen toimivuuden kannalta tärkeitä solmuja ovat solmut 11, 12 ja 22, joiden toimivuus on kriittistä verkoston loppupään nielujen kysynnän täyttämiseksi. Verkoston loppupään solmuja ei ole tehokasta suojata vikaantumisilta. Kaksi tai sitä enemmän toimenpiteitä sisältäviä ei-dominoituja portfolioita on useita.



Kuva 7: Ei-dominoidut portfoliot

Kuvassa 8 nähdään sinisellä todennäköisyysjakauman kertymäfunktio ennen riskienhallintatoimenpiteitä ja punaisella kertymäfunktio, joka kuvaa ei-dominoidulla portfolioilla  $y^{30}$  vahvistettua verkostoa. Esimerkiksi 0.95 suuruisen kokonaiskysynnän täyttöasteen saavuttamisen todennäköisyys kasvoi noin 75%:sta 77%:iin.



Kuva 8: Todennäköisyysjakauman kertymäfunktio alkutilassa ja riskienhallintatoimenpiteiden jälkeen

Tarkastellaan seuraavaksi yhteisvialta suojaavaa riskienhallintatoimenpidettä, jolloin  $p_c=0$ . Tällainen toimenpide kasvattaa 0.95 täyttöasteen saavuttamisen todennäköisyyttä noin 75%:sta 83%:iin. Kokonaiskysynnän odotusarvoinen täyttöaste kasvaa 95%:sta 97%:iin. Yhteisvialta suojaautuminen on tehokas keino parantaa verkoston resilienssiä, mutta se on usein huomattavan vaikeaa tai kallista.

## 5 Johtopäätökset

Tässä työssä on kehitetty analyttinen malli tukemaan ei-dominoitujen riskienhallintatoimenpiteiden valintaa kuljetusverkostojen resilienssin parantamiseksi, kun resilienssillä tarkoitetaan systeemin sietokykyä vikaantumisia vastaan. Työssä on myös kehitetty laskennallinen algoritmi verkoston resilienssin määrittämiseen ja sen parantamiseen käyttäen riskienhallintatoimenpiteitä, jotka pienentävät yksittäisten solmujen vikaantumisto-



dennäköisyyksiä. Mallin tuloksia voidaan käyttää antamaan suosituksia verkoston resilienssin parantamiseen oikein kohdistetuilla riskienhallintatoimenpiteillä.

Työssä kehitetty malli on riittävän geneerinen tukeakseen kustannustehokasta riskienhallintatoimenpiteiden valintaa eri tyyppisille kriittisille infrastruktuureille, joiden tehtävänä on kuljettaa hyödykkeitä, matkustajia tai välittää palveluja asiakkaille. Verkoston mallinnuksessa on kuitenkin tehty yksinkertaistuksia, jotka useimmissa tapauksissa poikkeavat hieman todellisuudesta. Ensinnäkin, mallissa huomioidaan vain verkoston solmujen vikaantumiset. Tämä ei kuitenkaan ole rajoittava oletus, sillä kaarien vikaantumiset voitaisiin huomioida muuttaen verkoston rakennetta lisäämällä siihen vikaantumisille alttiita kaaria kuvaavia solmuja (Farley, 2009). Toiseksi, mallissa tarkastellaan vain määrätyn pituista aikaikkunaa. Todellisuudessa eri solmuilla voisi olla eri pituisia korjaamisaikoja.

Työssä on rajoitettu tarkastelemaan tilannetta, jossa jokaisen verkoston komponentin vikaantumistodennäköisyyttä pienennetään puolet tai ei ollenkaan. Todellisuudessa voisi olla mahdollista myös valita sellaisia riskienhallintatoimenpiteitä, joilla vikaantumistodennäköisyyden pienentäminen voisi olla resurssien käytöstä riippuen muutakin. Resilienssin kokonaiskysynnän täyttöasteen todennäköisyysjakaumaan pohjautuva tarkastelu toimii kuljetusverkostojen tapauksessa hyvin, mutta jättää huomioimatta kysynnän täytön epätasaisen jakautumisen, jota ei välttämättä voi kuvata lineaarisesti kysyntävajeen avulla.

Edellä kuvatut yksinkertaistukset on tehty muun muassa laskennallisista syistä. Laskennallisesta näkökulmasta tarkasteltuna mallin haastellisin osa on verkoston tilojen eksponentiaalisesti kasvava määrä solmujen määrän lisääntyessä. Verkoston, jossa on  $n$  solmua, mahdollisten vikaantumiskombinaatioiden määrä on  $2^{n+1}$  ja mahdollisten riskienhallintatoimenpideportfolioiden lukumäärä on  $2^n$ . Käymällä läpi kaikki  $2^{n+1}$  vikaantumiskombinaatiota ja  $2^n$  portfolioita laskenta-aika olisi epäkäytännöllisen pitkä. Rajoittumalla korkeintaan neljän vikaantumisen muodostamiin kombinaatioihin ja neljän toimenpiteen portfolioihin laskenta-aika saatiin lyhennettyä 15 tuntiin.

Työn malli luo pohjan pidemmälle vietyjen menetelmien rakentamiseksi, joissa esimerkiksi riskienhallintatoimenpiteisiin voitaisiin sisällyttää myös uusien kaarien rakentamiset. Näiden seurauksena vikaantuneen verkoston solmujen keskinäisen yhtenäisyyden parantaminen johtaisi parempaan resilienssiin.

## Viitteet

- D. Alderson, G. Brown, ja W. Carlyle. Assessing and improving operational resilience of critical infrastructures and other systems. *INFORMS Tutorials in Operations Research*, 180-215, 2014.
- Z. Botev, P. L'Ecuyer, ja B. Tuffin. Dependent failures in highly reliable static networks. *Simulation Conference (WSC), Proceedings of the 2012 Winter*, 1-12, 2012.
- Y. Boykov ja V. Kolmogorov. An experimental comparison of min-cut/max-flow algorithms for energy minimization in vision. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26:9, 1124-1137, 2004.
- G. Brown, M. Carlyle, J. Salmerón, ja K. Wood. Defending critical infrastructure. *INFORMS Interfaces*, 36:6, 530-544, 2006.
- T. Farley. Network reliability and resilience. *Design of Reliable Communication Networks*, 77-116, 2009.
- E. Israeli ja R. Wood. Shortest-path network interdiction. *Networks*, 40:2, 97-111, 2002.
- J. Kangaspunta ja A. Salo. A resource allocation model for improving the resilience of critical transportation systems. *Manuscript*, 2014.
- V. Latora ja M. Marchiori. Vulnerability and protection of infrastructure networks. *Physical Review E* 71, 1-4, 2005.
- J. Moteff ja P. Parfomak. Critical infrastructure and key assets: Definition and identification. *Library of Congress Washington DC Congressional Research Service*, 4-9, 2004.
- A. Murray. An overview of network vulnerability modeling approaches. *GeoJournal* 78, 209-221, 2013.
- M. Omer, A. Mostashari, R. Nilchiani, ja M. Mansouri. A framework for assessing resiliency of maritime transportation systems. *Maritime Policy and Management: The Flagship Journal of International Shipping and Port Research*, 39:7, 685-703, 2012.
- M. Scaparra ja R. Church. A bilevel mixed-integer program for critical infrastructure protection planning. *Computers and Operations Research* 35, 1905-1923, 2008.
- E. Vugrin, D. Warren, M. Ehlen, ja R. Camphouse. A framework for assessing

the resilience of infrastructure and economic systems. *Springer: Sustainable and Resilient Critical Infrastructure Systems*, 107-114, 2009.