



Aalto-yliopisto
Perustieteiden
korkeakoulu

Toistetun haukka-kyyhky -pelin numeerinen analysointi

Joonas Tarpila

19.11.2012

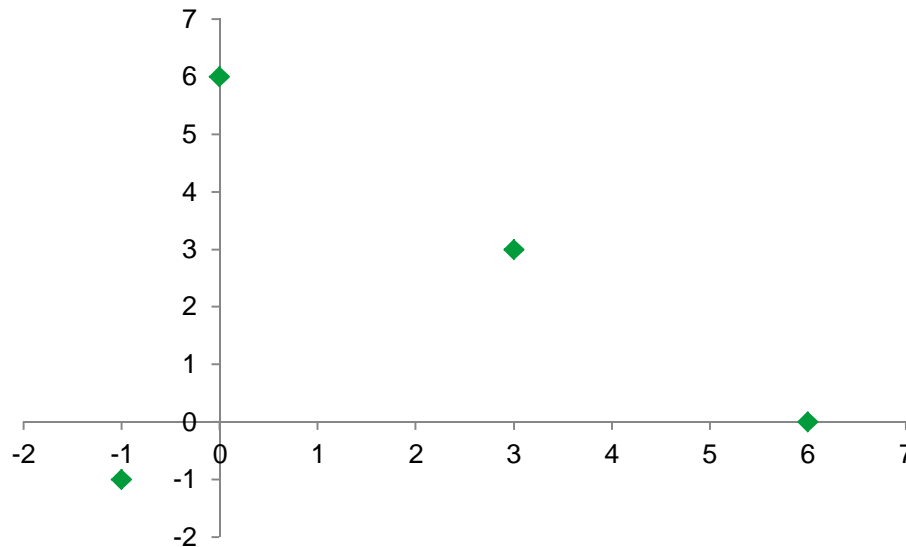
Ohjaaja: TkT *Kimmo Berg*

Valvoja: prof. *Harri Ehtamo*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Haukka-kyyhky -peli

	Haukka	Kyyhky
Haukka	$(-1, -1)$	$(6, 0)$
Kyyhky	$(0, 6)$	$(3, 3)$



-Pelaajien saamat tuotot, eli
Payoff-kuvaaja

Tausta

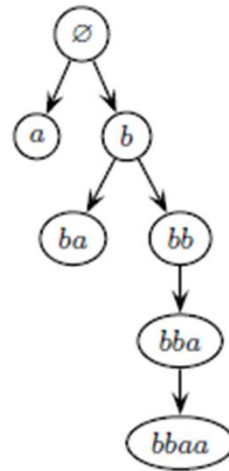
- Nashin tasapaino
 - Tiedetään pelaajien pelistrategioiden aiheuttamat tuotot.
 - Tasapaino kun voidaan valita itselle paras strategia riippumatta toisen pelaajan valinnoista. Tällöin kummankaan ei kannata poiketa omasta valinnastaan.
- Toistettu peli
 - Peliä voidaan toistaa joko äärellisen tai äärettömän monta kertaa
 - Pelin tuotot on diskontattu.
 - Diskonttaus kuvastaa pelaajien kärsivällisyyttä.
 - Diskonttauksesta riippuen voidaan löytää monia tasapainopolkuja.

Tavoitteet

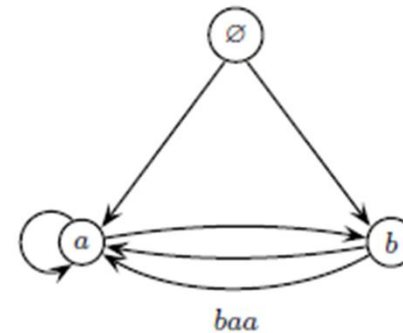
- Tutkimuksen tavoitteena analysoida numeerisesti toistettua haukka-kyyhky-peliä eri diskonttauskerroimilla.
 - Miten diskonttauskerroin vaikuttaa tasapainopolkujen määrään.
 - Miten tuloksia voidaan tulkita.
- Luoda MATLAB-ohjelmistolla koodi jonka avulla voidaan analysoida helposti eri diskonttauskerrointen vaikutuksia

Polkujen muodostus

- Aluksi käytettiin hyväksi algoritmia jonka avulla selvitettiin mahdolliset elementaariset osapolut.
- Tämän jälkeen muodostettiin algoritmilla osapoluista graafiesitys.



(a) Tree of FAF paths



(b) Multigraph of SPE paths

Aineistot

- Equilibrium Paths in Discounted Supergames, Kimmo Berg ja Mitri Kitti, 2012, *Käsikirjoitus*.
- Computing equilibria in discounted 2x2 supergames, Kimmo Berg ja Mitri Kitti, 2011, Computational Economics, *Springer Netherlands*.
- A Primer in Game Theory, Robert Gibbons, 1992. *Harvester Wheatsheaf*.
- Game Theory, Fudenberg D.A. ja Tirole D.F.J., 1991, *Mit Press*.

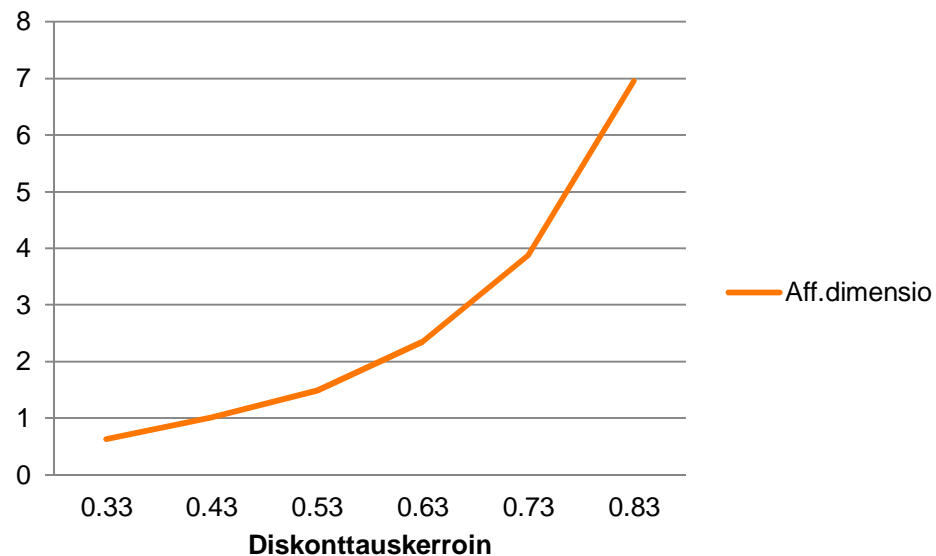
Tulokset

- Tulosten analysointiin käytettiin kolmea eri menetelmää:
 - Affiinisuusdimensiota
 - Payoff-kuvaaja
 - Pelaajien valintojen frekvenssejä

Tulokset

- Affiinisuusdimensio

$$\dim_A(V) = -\frac{\log \rho(D)}{\log \delta}$$

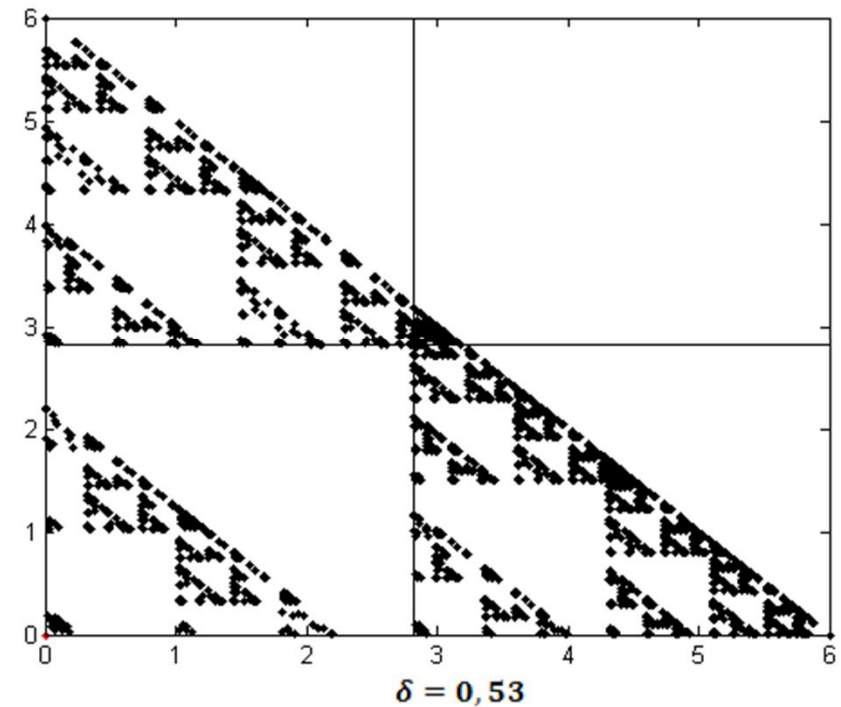
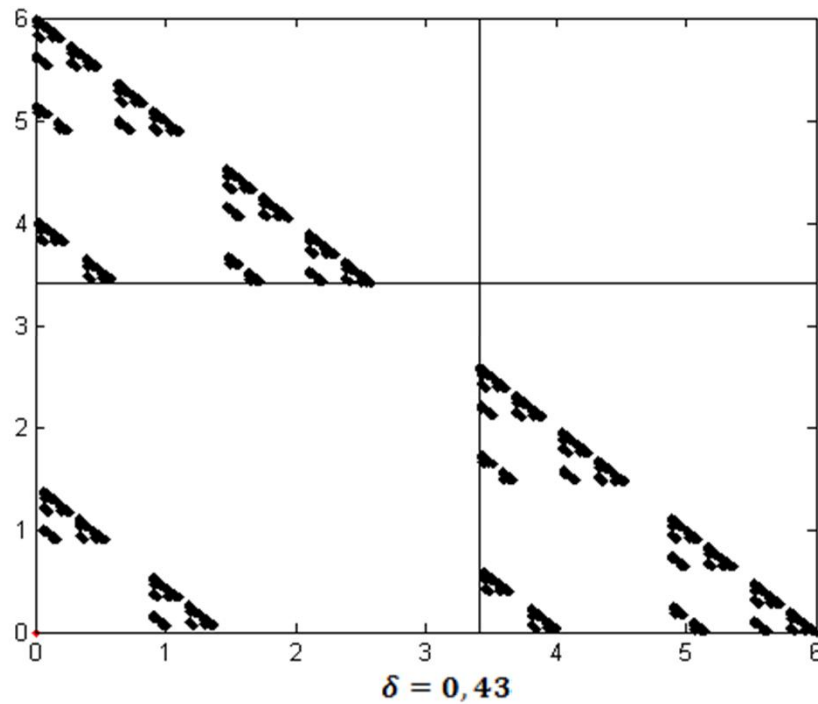


-Kun diskonttaus kerroin alle 0,5, affiinisuusdimensio on sama kuin Hausdorffin dimensio.

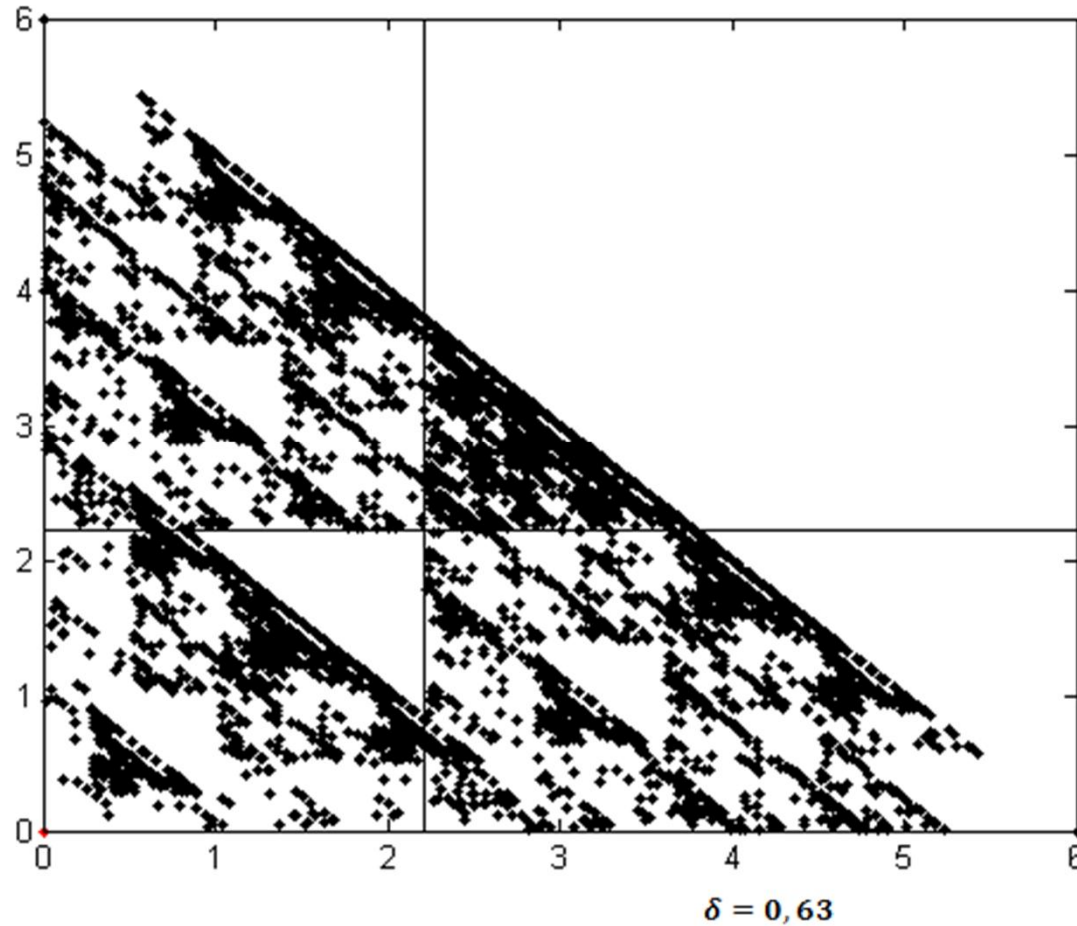
-Kun diskonttauskerroin on yli 0,5, eivät dimensiot enää yhdy. Hausdorff kuitenkin likimain aff. dimensio, ei kuitenkaan koskaan yli 2.

Tulokset

- Payoff-kuvaajat



Tulokset



-Nyt affinisuusdimensio on yli 2. Joissain kohdissa dimensio on täysi mutta toisaalla on vielä tyhjää tilaa.

Tulokset

- Frekvenssit

Diskonttaus	Maksimipolun pituus	Valinnat			
		1	2	3	4
0,68	10	18,46 %	27,08 %	27,08 %	27,37 %
0,68	8	18,65 %	26,73 %	26,73 %	27,90 %
0,68	6	21,62 %	25,20 %	25,20 %	27,99 %
0,53	15	11,88 %	31,56 %	31,56 %	25,00 %
0,53	10	12,06 %	31,25 %	31,25 %	25,44 %
0,53	5	12,65 %	30,61 %	30,61 %	26,14 %
0,50	18	19,53 %	22,01 %	22,01 %	36,46 %
0,50	12	19,53 %	22,00 %	22,00 %	36,47 %
0,50	6	19,35 %	21,58 %	21,58 %	37,49 %

Johtopäätökset

- Havaittiin että diskonttauskerroimen lisääminen aiheuttaa toistetulle pelille enemmän tasapainotiloja.
- Diskonttauskerroin vaikutti voimakkaammin affiinisuusdimensioon kuin valinta frekvensseihin.
- Affiinisuusdimension kasvu voitiin selkeästi nähdä payoff-kuvaajista.
- Jatkossa samankaltainen analysointi olisi mielekästä tehdä myös muille tunnetuille peleille.

Kiitos!

Kysymyksiä?