Aalto-yliopisto
Perustieteiden korkeakoulu

Optimaaliset riskinalentamisportfoliot vikapuuanalyysissä (valmiin työn esittely)

Markus Losoi

30.9.2013

Ohjaaja: *DI Antti Toppila*

Valvoja: *prof. Ahti Salo*

Systeemianalyysin laboratorio

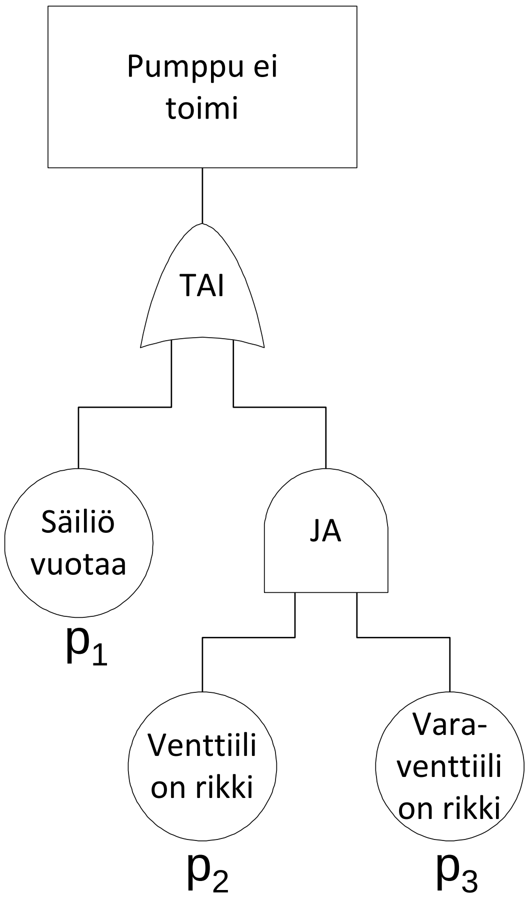
Sisältö

1. Johdanto
2. Optimointimalli järjestelmän epäluotettavuuden minimoimiseen
3. Epäluotettavuus riskinalentamisbudjetin funktiona
4. Epävarmuusanalyysi

Yhteenveto

1. Johdanto

- Vikapuumallista saadaan järjestelmän epäluotettavuus
- Epäluotettavuus Q on tulosummalauseke
  - Esim. $Q = p_1 + p_2 p_3$
  - Komponentin i vikaantumistodennäköisyys p_i
- Toimenpiteillä pienennetään vikaantumistodennäköisyyksiä: $p_i \to p_i^r < p_i$
  - Kustannus c_i
- Valitut toimenpiteet muodostavat riskinalentamisportfolion



2. Optimointimalli järjestelmän epäluotettavuuden minimoimiseen (1/2)

- Kahden komponentin esimerkkijärjestelmä: $Q = p_1 p_2$
- Binääripäätösmuuttujat b_i merkitsevät, suoritetaanko toimenpide komponentille i
- Päätösmuuttujat q_i muodostavat epäluotettavuuden Q

$$
\begin{array}{llcll}
\min & q_2 & & & \\
s.e. & b_1, b_2 & \in & \{0,1\} & \\
 & c_1 b_1 + c_2 b_2 & \leq & B & \text{(Budjettirajoite)} \\
 & q_1 & = & \begin{cases} p_1, & b_1 = 0 \\ p_1^r, & b_1 = 1 \end{cases} & \\
 & q_2 & = & \begin{cases} q_1 p_2, & b_2 = 0 \\ q_1 p_2^r, & b_2 = 1 \end{cases} &
\end{array}
$$

- Mallin voi muotoilla lineaariseksi kokonaislukutehtäväksi (MILP)

2. Optimointimalli järjestelmän epäluotettavuuden minimoimiseen (2/2)

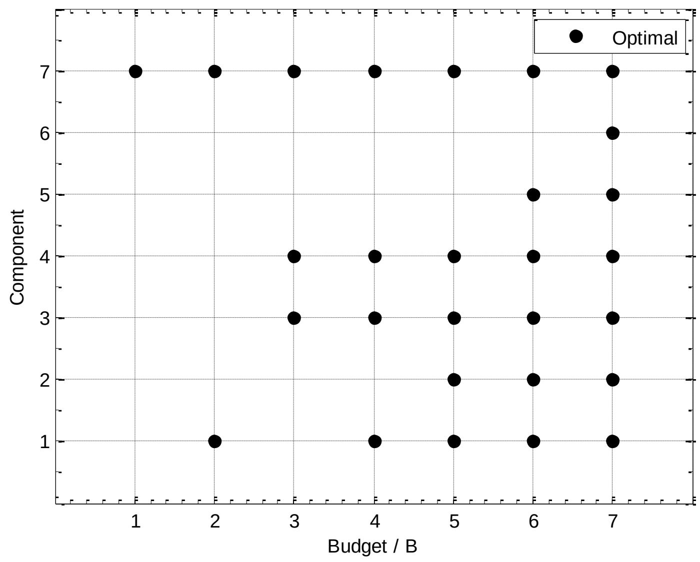
- Alkuperäiset todennäköisyydet: $p_1 = p_2 = 0{,}3$
- Parannetut todennäköisyydet: $p_1^r = 0{,}1$, $p_2^r = 0{,}2$
- Toimenpiteiden kustannukset: $c_1 = c_2 = 1$
- Budjetti: $B = 1$; vain toinen toimenpide voidaan toteuttaa

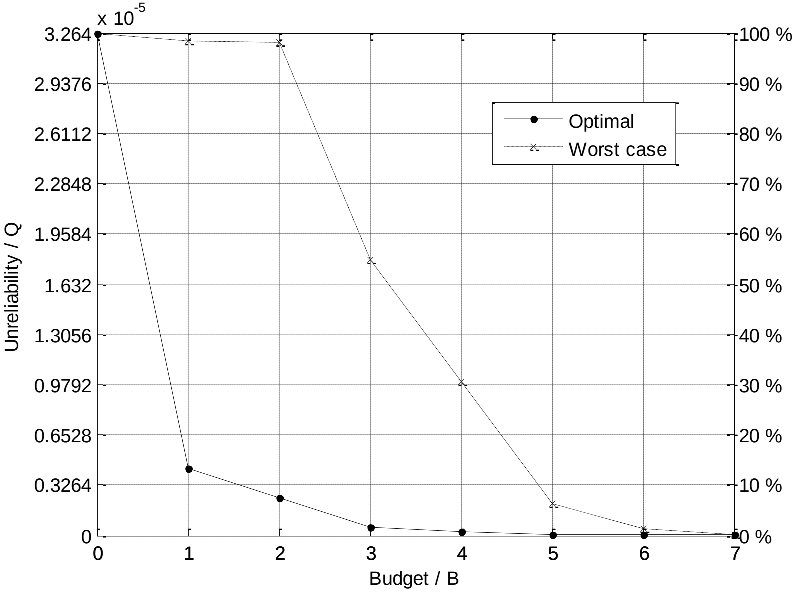
b_1	b_2	$\sum_{i=1}^{2} b_i c_i$	Käypä ratkaisu	q_1	$q_2 \; (= Q)$
0	0	0	Kyllä	$p_1 = 0{,}3$	$p_1 p_2 = 0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}9$
1	0	1	Kyllä	$p_1^r = 0{,}1$	$p_1^r p_2 = 0{,}1 \cdot 0{,}3 = 0{,}03$
0	1	1	Kyllä	$p_1 = 0{,}3$	$p_1 p_2^r = 0{,}3 \cdot 0{,}2 = 0{,}06$
1	1	2	Ei	$p_1^r = 0{,}1$	$p_1^r p_2^r = 0{,}1 \cdot 0{,}2 = 0{,}02$

- Epäluotettavuus Q minimoituu 1. toimenpiteellä

3. Epäluotettavuus riskinalentamis-budjetin funktiona

- Seitsemän komponentin esimerkkisysteemi
- Varmennustoimenpiteenä kahden komponentin rinnankytkentä
  - Yhteisvikaantumiset huomioitu β-faktorimallilla





4. Epävarmuusanalyysi: tn.intervallit ja dominanssirelaatio (1/5)

- Epävarmuutta vikaantumistodennäköisyyksissä mallinnettu todennäköisyysintervalleillla
  - Esim. $p_i \in [0{,}01; 0{,}03]$

- Portfolio $\boldsymbol{b}_1 \in \{0,1\}^n$ dominoi portfoliota $\boldsymbol{b}_2 \in \{0,1\}^n$ budjetilla B, joss $\sum_{i=1}^{n} b_{k,i}\, c_i \leq B \;\forall k \in \{1,2\}$ ja

$$\forall \boldsymbol{p} \in [0,1]^n: \quad \boldsymbol{p}_{lb} \leq \boldsymbol{p} \leq \boldsymbol{p}_{ub}\,, \quad Q(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{b}_1) \leq Q(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{b}_2)$$
$$\exists \boldsymbol{p} \in [0,1]^n: \quad \boldsymbol{p}_{lb} \leq \boldsymbol{p} \leq \boldsymbol{p}_{ub}\,, \quad Q(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{b}_1) < Q(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{b}_2)\,'$$

$n =$ järjestelmän komponenttien lkm.

4. Epävarmuusanalyysi: ydinluku (2/5)

- Komponentin i ydinluku tn.intervalleilla $\boldsymbol{p}_{lb} \leq \boldsymbol{p} \leq \boldsymbol{p}_{ub}$
  - Komponentin i sisältävien ei-dominoitujen portfolioiden lukumäärä suhteessa kaikkien ei-dominoitujen portfolioiden lukumäärään

- Kaikkiin ei-dominoituihin portfolioihin sisältyvän komponentin ydinluku on 1

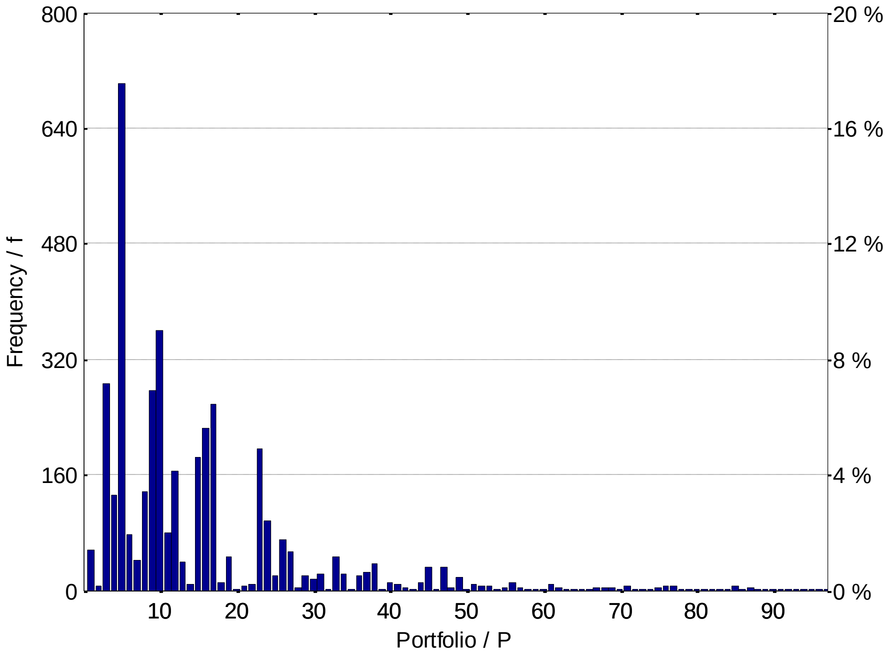
- Mihinkään ei-dominoituun portfolioon kuulumattoman komponentin ydinluku on 0

4. Epävarmuusanalyysi: jälkilämmön-poistojärjestelmä (3/5)

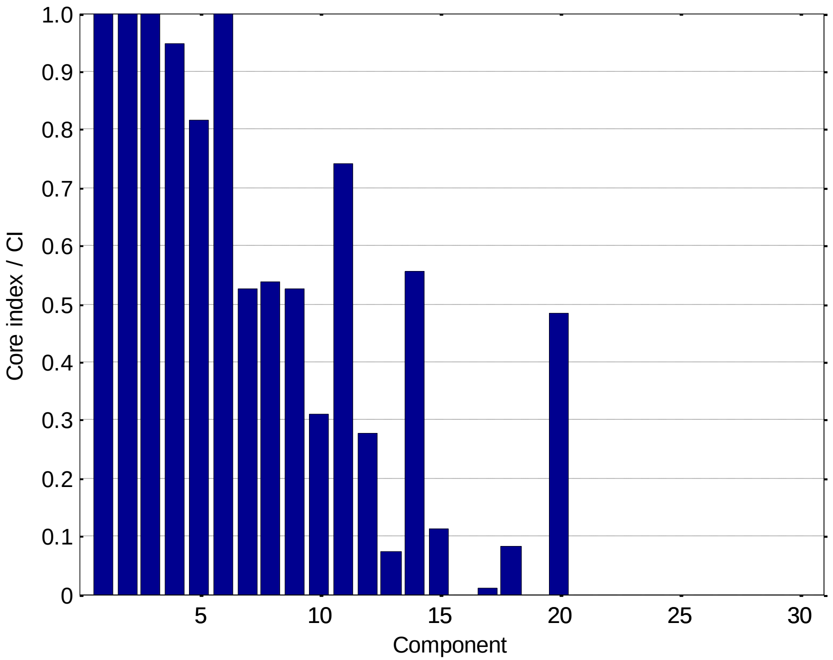
- Ydinreaktorin jälkilämmönpoistojärjestelmään perustuva 31 komponentin systeemi
  - Epäluotettavuusfunktiossa 147 tulotermiä
- Ei-dominoidut portfoliot ja ydinluvut approksimoitiin simuloimalla (4000 toistoa)
- Vikaantumistodennäköisyyksien piste-estimaatit valittu satunnaisesti tn.intervalleilta
  - Budjetti 10 komponentin varmentamiseen

4. Epävarmuusanalyysi: jälkilämmönpoistojärjestelmä (4/5)

Portfoliojakauma

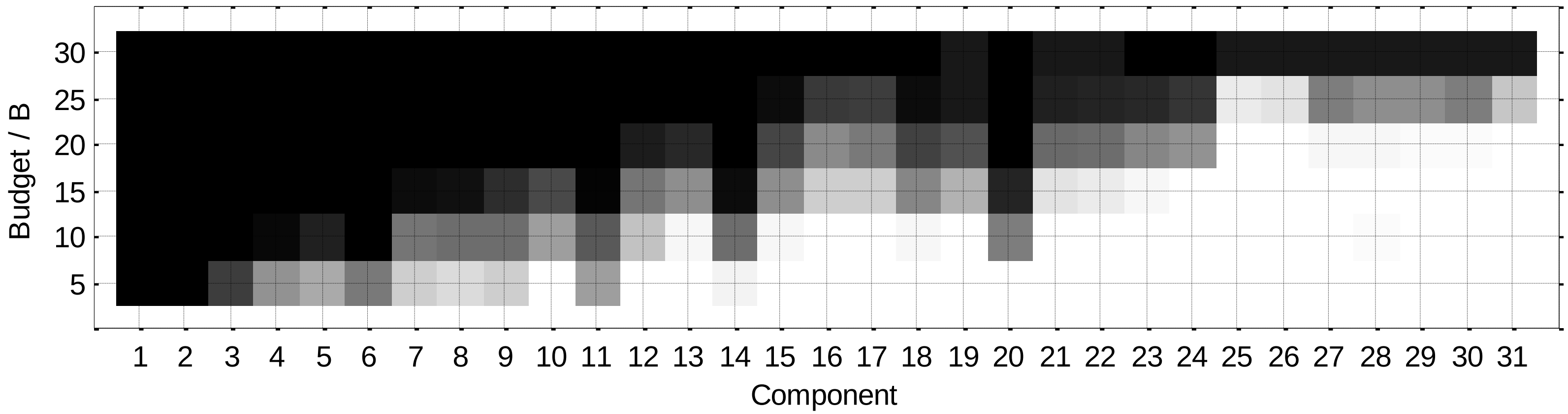


Ydinluvut



4. Epävarmuusanalyysi: jälkilämmön-poistojärjestelmä (5/5)

- Ydinlukuja tarkasteltiin myös budjetin funktiona
- Budjetti valittiin viiden yksikön välein
  - Jokaisella budjetilla laskettiin 1000 MILP-tehtävää
- Valitulla diskretoinnilla ydinluvut enimmäkseen monotonisesti kasvavia budjetin funktiona



Yhteenveto

- Järjestelmän epäluotettavuuden optimaalinen alentaminen saadaan selville MILP-mallilla
  - MILP-ongelmat voidaan ratkaista tehokkaasti nykypäivän tietokoneilla ja algoritmeilla
- Mallia voidaan soveltaa kaikkiin vikapuulla kuvattuihin järjestelmiin
  - Vikapuumallit ovat käytössä monilla eri teollisuuden aloilla
- Mallia voi hyödyntää hyvien riskinalentamisportfolioiden etsimiseen myös vikaantumistodennäköisyyksien ollessa epävarmoja
  - Vikaantumistodennäköisyydet tunnetaan harvoin mielivaltaisen tarkasti