



Aalto-yliopisto
Perustieteiden
korkeakoulu

State-Space Inference in Gaussian Process Regression Models (aihe-esittely)

Jukka Koskenranta

10.06.2013

Ohjaaja: TkT *Simo Särkkä*

Valvoja: Prof *Harri Ehtamo*

Työn saa tallentaa ja julkistaa Aalto-yliopiston avoimilla verkkosivuilla. Muilta osin kaikki oikeudet pidätetään.

Sisältö

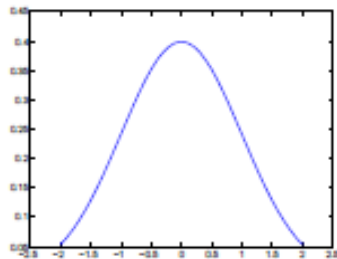
- Tausta
- Tavoitteet
- Rajaukset
- Työkalut ja tietolähteet
- Aikataulu

Tausta

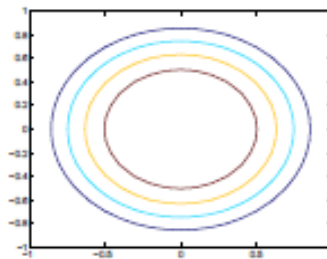
- Gaussisen prosessin muuntaminen tila-avaruusmuotoon
- Gaussinen prosessi
- Regressio Gaussisen prosessin avulla
- Tila-avaruusmalli

Gaussinen prosessi

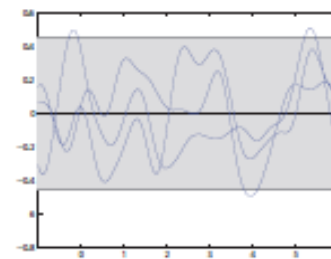
- Gaussinen prosessi on moniulotteisen normaalijakauman yleistys ääretönulotteiseksi
- Keskiarvo- ja kovarianssifunktio karakterisoivat Gaussisen prosessin



(a) $\mathcal{N}(0, 1)$



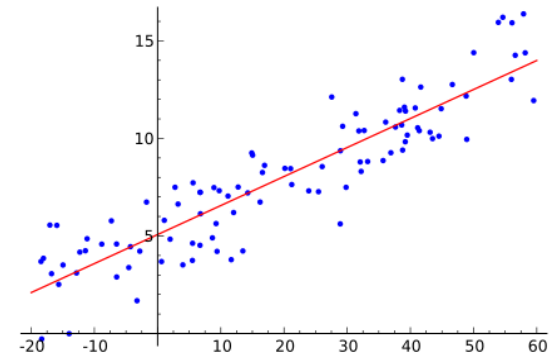
(b) $\mathcal{N}(\mu, \Sigma)$



(c) $\mathcal{GP}(m(\mathbf{X}), k(\mathbf{X}))$

Regressio Gaussisen prosessin avulla

- Estimoidaan funktiota f oletuksella
 - $f(x) \sim \text{GP}(m(x, \theta), k(x, x', \theta))$
 - m on odotusarvofunktio,
 - k on kovarianssifunktio,
 - x, x' ja θ ovat muuttujia
- Kompleksisuus $O(n^3)$, n on mittausten määrä

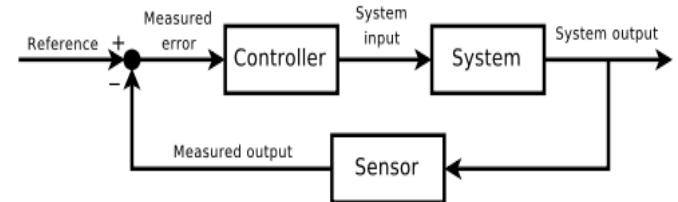


Tila-avaruusmalli

- Tilan $x(t)$ dynamiikkaa mallinnetaan differentiaaliyhtälöllä
- Tilasta pystytään mittaamaan diskreetisti arvoja y_k
- Ratkaisuun kehitetty esimerkiksi tehokkaat Kalmanin suodin ja silotin
- Kalmanin suotimen ja silottimen kompleksisuus: $O(n)$, n mittausten määrä

$$\frac{dx(t)}{dt} = Fx(t) + Lw(t)$$

$$y_k = Hx(t_k) + e_k$$



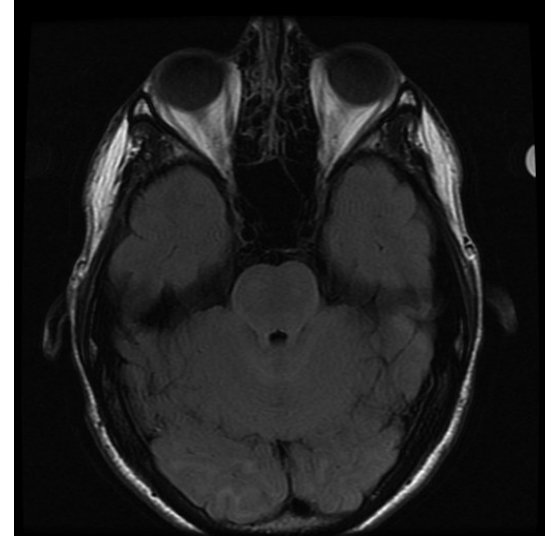
Tila-avaruusmalli vs. regressio

Gaussisen prosessin avulla

- Kompleksisuus regressiossa Gaussisen prosessin avulla luokkaa n^3
- Tila-avaruusmallin ratkaisun, Kalmanin suotimen ja silottimen kompleksisuus luokkaa n
- Tila-avaruusmalli laskennallisesti kevyempi kun n suuri
- Tietyn tyyppiset Gaussiset prosessit voidaan muuntaa tila-avaruusmalleiksi ilman approksimointia

Tavoitteet

- Muuntaa regressio Gaussisen prosessin avulla ongelmaksi, missä ratkaistaan Kalmanin suodatus- ja silotusongelma
- Tila-avaruusmuodon bayesläisen estimoinnin implementointi Matlabilla
- Menetelmien kerääminen Matlabin toolboxiksi ja niiden soveltaminen aivokuvantamiseen



Rajaukset

- Vain lineaariset ja äärellisulotteiset mallit
- Käytetyt kovarianssifunktiot Gaussiselle prosessille: Matérn -perheen kovarianssifunktiot ja neliölliset eksponentiaalikovarianssifunktiot
- Valitaan 1 tai 2 sopivaa sovellusesimerkkiä, joille ratkaistaan numeerinen ratkaisu

Työkalut ja tietolähteet

- Työkaluna Matlab
- Pääasiallisina tietolähteinä BECS bayes ryhmän tuottamat artikkelit ja valmiit Matlab -koodit

Aikataulu

Aiheen esittely seminaarissa:	10.6.2013
Tulosten aikaansaaminen:	6-7/2013
Tulosten analysointi ja kirjoitus:	8/2013
Tulosten esittely seminaarissa:	9/2013